مذكرات دروس السنة الثانية ثانوي

الأستـاذ:

معزوز ميـــلود أستاذ تعليم ثانوي

تم رقن هذا العمل ببرنامج بـ: ArabTEX

المستــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية ميــــــدان التعّلم: المرجح في المستوي.
الميـــدان: هندســـة الكفاءات المستهدفة: إنشاء مرجح نقطة.
المــدة الزمنية: سا الوسائـل التعليميـــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

نشاط :

B, A نقطتان متمايزتان من المستوي.

1. أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة G في المستوي حيث : $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$

ب) أنشيء النقطة G.

2. هل توجد نقطة M من المستوي حيث : $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$

$II - 1)$ مرجح نقطتين :

مبرهنة :

إذا كانت B, A نقطتين ثابتتين وَ متمايزتين من المستوي وَ كان β, α عددين حقيقيين حيث : $\alpha + \beta \neq 0$ فإنه توجد نقطة وحيدة G من المستوي حيث : $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.

تعريف :

نسمي النقطة G مرجح النقطتين B, A المرفقين بالمعاملين α وَ β على الترتيب.

كما نسمي أيضا النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$.

حالة خاصة : نأخذ $\alpha = \beta$ عندها تكون G معرفة كمايلي : $\alpha\overrightarrow{GA} + \alpha\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ أي : $\alpha(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{0}$ ، لكن : $\alpha \neq 0$ اذن : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.

في هذه الحالة نسمي النقطة G مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين A وَ B.

أمثلـــــة : B, A نقطتان متمايزتان من المستوي.

1. G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 1), (B, 3)\}$.

النقطة G معرفة كمايلي : $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.

2. العلاقة الشعاعية : $-\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.

نلاحظ أنّ $(-1 + 4 = 3 \neq 0)$ معناه G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -1), (B, 4)\}$.

التقويم :

تمارين مقترح: B, A نقطتان متمايزتان من المستوي.

أنشىء النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3),(B,7)\}$.

أنشىء النقطة H مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين B, A .

k نقطة من المستوي حيث : $\overrightarrow{Bk} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ ، بين أنّ k مرجح الجملة المثقلة يطلب تعيينها.

بِالْتَوْفِيقْ

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية	ميـــــــدان التعلّم: المرجح في المستوي.
الميـــــدان: هندســـــة	الكفاءات المستهدفة: إنشاء مرجح نقطة.
المـدة الزمنية: سا	الوسائـل التعليميـــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

$II-2$) خواص :

1. A, B نقطتان متمايزتان من المستوي.

إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ: النقط A, B و G على استقامية.

2. A, B نقطتان من المستوي و k ثابت حقيقي غير معدوم.

إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ: النقطة G معرفة كمايلي: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$ و منه $k(\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0})$. لدينا $k\alpha+k\beta\neq 0$ ومنه: G مرجح جملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$ وأخيرا:

- إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ: G مرجح جملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$ حيث: k ثابت حقيقي غير معدوم.

مثـــــــال: إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,2);(B,-6)\}$ فإنّ:

1. G مرجح جملة المثقلة $\{(A,-2);(B,6)\}$.
2. G مرجح جملة المثقلة $\{(A,1);(B,-3)\}$.

3. إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإنّ: مهما كانت النقطة M من المستوي فإنّ: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

مثـــــــال: A, B نقطتان متمايزتان من المستوي.

1) مهما كانت النقطة M من المستوي، $-3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=-\overrightarrow{MG}$ حيث: G مرجح جملة المثقلة $\{(A,-3);(B,2)\}$.

التقويم:

تمارين: تمرين 64 و 65 ص 199.

بِالتَّوْفِيق

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية ميـــــــدان التعَّلم: المرجح في المستوي.
الميــــدان: هندســـــة الكفاءات المستهدفة: إنشاء مرجح ثلاث نقط.
المــدة الزمنية: سا الوسائـل التعليميــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

$II-3)$ مرجح ثلاث نقط :

مبرهنة وَ تعريف :

إذا كانت A, B وَ C ثلاث نقاط من المستوي وَ كان α, β وَ γ أعداد حقيقية حيث : $\alpha+\beta+\gamma \neq 0$ فإنه توجد نقطة وحيدة G من المستوي حيث : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

نسمي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$.

حالة خاصة : نأخذ $\alpha=\beta=\gamma$ عندها تكون G معرفة كمايلي : $\alpha\overrightarrow{GA}+\alpha\overrightarrow{GB}+\alpha\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ أي : $\alpha(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})=\overrightarrow{0}$ ، لكن : $\alpha \neq 0$ اذن : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

في هذه الحالة نسمي النقطة G مركز المسافات المتساوية للنقط A, B وَ C.

أمثلـــــــة : A, B وَ C ثلاث نقط من المستوي.

1. G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-1),(B,-3),(C,7)\}$.

النقطة G معرفة كمايلي : $-\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}+7\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

2. العلاقة الشعاعية : $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

نلاحظ أنّ $(3-2+3\neq 0)$ معناه أنّ : G هي مرجح الجملة المتقلة $\{(A,3),(B,-2),(C,3)\}$.

التقويم :

تمارين : تمرين 44 ص 196 .

تمرين مقترح: ABC مثلث ، أنشيء H مركز المسافات المتساوية لرؤوس المثلث ABC . ماذا تستنتج ؟

بِالتَوْفِيقْ

$II-3$) خواص :

1. إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ وَ كان k ثابتا حقيقيا غير معدوم فإنّ النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta);(C,k\gamma)\}$.

مثـــــــال: G مرجح جملة المثقلة $\{(A,2);(B,-6);$ وَ $(C,2)\}$.

1) إذنّ G مرجح جملة المثقلة $\{(A,6);(B,-18);$ وَ $(C,-6)\}$.

2) إذنّ G مرجح جملة المثقلة $\{(A,-1);(B,+3);$ وَ $(C,-1)\}$.

2. إذا كانت G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);$ وَ $(C,\gamma)\}$. فإنّ : مهما كانت النقطة M من المستوي فإنّ : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$.

مثـــــــال: ABC مثلث.

مهما كانت النقطة M من المستوي فإنّ . $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}=6\overrightarrow{MG}$ حيث : G مرجح جملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);$ وَ $(C,5)\}$.

3. **خاصية التجميع:**

G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$.

النقطة G معرفة كمايلي : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}\ \ldots(\star)$.

إذا كان؛ مثلا؛ $\alpha+\beta\neq0$ فإنّ : $(\alpha+\beta)\overrightarrow{GH}+\gamma\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ حيث H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ هذه الأخيرة تدلّ على أنّ G مرجح الجملة المثقلة $\{(H,\alpha+\beta),(C,\gamma)\}$ و منه .

إذا كانت G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$. وَ إذا كان؛ مثلا؛ $\alpha+\beta\neq0$ فإنّ G مرجح الجملة المثقلة $\{(H,\alpha+\beta),(C,\gamma)\}$ حيث H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$.

مثـــــــال: إذا كانت G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,+1),(C,-2)\}$. فإنّ :

1) G مرجح الجملة المثقلة $\{(D,3),(C,-2)\}$ حيث D مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,1)\}$.

2) G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3),(E-1)\}$ حيث E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1),(C,-2)\}$.

التقويم:

تمارين : تمرين 84 ص 202 .

بِالتَّوْفِيقْ

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية		ميــــــــدان التعّلم: المرجح في المستوي.
الميـــدان: هندســـة		الكفاءات المستهدفة: حساب إحداثيات المرجح.
المـدة الزمنية: سا		الوسائـل التعليميــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

$II-3)$ حساب إحداثيات المرجح:

نشـــــاط :

لتكن G مرجح جملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);\}$.

1. عرف النقطة G بعلاقة شعاعيّة.

2) عين مركبتي الشعاع $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}$ في المعلم $(o;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

3. استنتج كلّ من x_G وَ y_G .

احداثيتا مرجّح نقطتين :

نتيجـــة :

$A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)$ نقطتان من المستوي المنسوب إلى معلم.

- إذا كانت النقطة $G(x_G,y_G)$ مرجّح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ ؛ فإنّ :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta}\\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}\end{cases}$$

- إذا كانت النقطة $G(x_G,y_G)$ مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين B,A فإنّ :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B}{2}\\ y_G=\dfrac{y_A+y_B}{2}\end{cases}$$

مثـــــال: $A(4;3),B(-1;-2)$ نقطتان من المستوي المنسوب إلى معلم.

– إذا كانت النقطة $G(x_G;y_G)$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(B,-3)\}$ ؛ فإن :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{-2(4)-3(-1)}{-2-3} \\ \\ y_G = \dfrac{-2(3)-3(-2)}{-2-3} \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} x_G = 1 \\ y_G = 0 \end{cases}$$

– إذا كانت النقطة $I(x_I;y_I)$ مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين B,A فإنّ :

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{4-1}{2} \\ \\ y_I = \dfrac{3-2}{2} \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} x_I = \dfrac{3}{2} \\ y_I = \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

• بالمثل نجد إحداثيتي مرجّح ثلاث نقط وتكون لدينا النتيجة التالية :

نتيجــــة :

$A(x_A,y_A), B(x_B,y_B)$ وَ $C(x_C;y_C)$ ثلاث نقاط من المستوي المنسوب إلى معلم.

• إذا كانت النقطة $G(x_G,y_G)$ مرجّح الجملة المثقلة ؛ $\{(A,\alpha);B(B,\beta);(C,\gamma)\}$ فإنّ :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ y_G = \dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma} \end{cases}$$

• إذا كانت النقطة $G(x_G,y_G)$ مركز المسافتين المتساويتين للنقط B,A وَ C فإنّ :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$$

مثـــــال: $A(2;1), B(-1;4)$ وَ $C(-3;2)$ نقط من المستوي المنسوب إلى معلم.

– إذا كانت النقطة $G(x_G;y_G)$ مرجح الجملة المثقلة ؛ $\{(A,-2);(B,-3);(C;-1)\}$ فإنّ :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{-2\times(2)-3(-1)-1(-3)}{-2-3-1} \\ \\ y_G = \dfrac{-2(1)-3(4)-1(2)}{-2-3-1} \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} x_G = \dfrac{-1}{3} \\ y_G = \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

– إذا كانت النقطة $I(x_I;y_I)$ مركز المسافتين المتساويتين للنقط B,A وَ C فإنّ :

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{2-1-3}{3} \\ \\ y_I = \dfrac{1+4+2}{3} \end{cases}$$ أي : $$\begin{cases} x_I = \dfrac{-2}{3} \\ y_I = \dfrac{7}{3} \end{cases}$$.

التقويم :

تمارين : تمرين 88 ص 203 .

بِالْتَوْفِيقْ