

الواجب المنزلي الأول

التمرين الأول

لتكن الأعداد الطبيعية A, B, C, D حيث :

$$D = 60, \quad C = \frac{\sqrt{\sqrt{(4+10^{-2})^4}}}{10^{-2}}, \quad B = \frac{(-10)^9 \times 6^3 \times (-1)^{1440}}{25^4 \times (-2)^{11} \times 3}, \quad A = \frac{18^3 \times 14^2 \times 5 \times 2018^0}{12^2 \times 35}$$

1. بين أن $A = 1134, B = 90, C = 401$ (دون استعمال الآلة الحاسبة)

2. أكتب على شكل كسر مقامه عدد ناطق لكل من : $\sqrt{\frac{A}{D}}$ ، $\frac{2}{\sqrt{B}-3}$

3. أحسب كل من : $PGCD(B, C)$ و $PPCM(B, D)$

4. أحسب الفرق $\frac{3}{D} - \frac{5}{B}$ ، ثم حدد أصغر مجموعة ينتمي إليها

5. هل العدد C أولي ؟ برر إجابتك.

6. استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكل من $A^3, (B \times C)^2$

التمرين الثاني

1. جد الكتابة العلمية للعدد $C = 3 \times 10^7 \times 4 \times 10^2 - 12 \times 10^8$ ثم أوجد رتبة مقداره.

2. جد رتبة مقدار العدد $E = \frac{4 \times 10^{-4} + 0.000002}{29 \times 10^{-6} - 20 \times 10^{-7}}$

التمرين الثالث

A عدد حقيقي حيث : $A = \sqrt{20 - 6\sqrt{11}} - \sqrt{20 + 6\sqrt{11}}$

1. قارن بين العددين $\sqrt{20 + 6\sqrt{11}}$ و $\sqrt{20 - 6\sqrt{11}}$ (دون استعمال الآلة الحاسبة) ثم استنتج إشارة A .

2. أحسب A^2 ثم استنتج قيمة مبسطة للعدد A .

التمرين الرابع

1. أكمل الجدول الآتي:

I	J	$I \cap J$	$I \cup J$
$] -4; 3[$	$] 0; 7[$		
$] -2; 3[$	\mathbb{R}^{**}		
\mathbb{R}^-	$] -\infty; -1[$		
$] -6; 1[$	$] -6; 1[$		

2. هل يمكن تفريغ قارورة حليب مملوءة سعتها 1.8 litre في إناء أسطواني نصف قطره r وارتفاعه h حيث : $8 < r < 8.1$ و $8 < h < 8.1$ و $3.14 \leq \pi \leq 3.15$.

ملامظان: \diamond الوحدة هي cm \diamond $1 \text{ litre} = 1000 \text{ cm}^3$ \diamond حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة \times الارتفاع.

3. ليكن x عدد حقيقي : عين حصر العدد الحقيقي x علما أن : $1 \leq \frac{4x+1}{2} \leq \frac{3}{2}$

صحيح الواجب المنزلي الأول

النقطة

عناصر الإجابة

التمرين الأول

1. اختزال الأعداد A, B, C

$$A = \frac{18^3 \times 14^2 \times 5 \times 2018^0}{12^2 \times 35} = \frac{(3^2 \times 2)^3 \times (2 \times 7)^2 \times 5 \times 1}{(2^2 \times 3)^2 \times (7 \times 5)} = \frac{3^6 \times 2^3 \times 2^2 \times 7^2 \times 5}{2^4 \times 3^2 \times 7 \times 5} = \frac{2^5 \times 3^6 \times 7^2 \times 5}{2^4 \times 3^2 \times 7 \times 5} = 2 \times 3^4 \times 7 = \boxed{1134}$$

$$B = \frac{(-10)^9 \times 6^3 \times (-1)^{1440}}{25^4 \times (-2)^{11} \times 3} = \frac{-(5 \times 2)^9 \times (2 \times 3)^3 \times 1}{-(5^2)^4 \times 2^{11} \times 3} = \frac{5^9 \times 2^9 \times 2^3 \times 3^3}{5^8 \times 2^{11} \times 3} = \frac{2^{12} \times 3^3 \times 5^9}{2^{11} \times 3 \times 5^8} = 2 \times 3^2 \times 5 = \boxed{90}$$

$$C = \frac{\sqrt{\sqrt{(4+10^{-2})^4}}}{10^{-2}} = \frac{\sqrt{(4+10^{-2})^2}}{10^{-2}} = \frac{4+10^{-2}}{10^{-2}} = \frac{400 \times 10^{-2} + 10^{-2}}{10^{-2}} = \frac{10^{-2}(400+1)}{10^{-2}} = \boxed{401}$$

2. كتابة على شكل كسر مقامه عدد ناطق لكل من: $\sqrt{\frac{A}{D}}$ ، $\frac{2}{\sqrt{B}-3}$

$$\sqrt{\frac{A}{D}} = \sqrt{\frac{1134}{60}} = \sqrt{\frac{2 \times 3^4 \times 7}{2^2 \times 3 \times 5}} = \frac{\sqrt{3^3 \times 7}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{21}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{21} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{21 \times 10}}{(\sqrt{10})^2} = \boxed{\frac{3\sqrt{210}}{10}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{B}-3} = \frac{2}{\sqrt{90}-3} = \frac{2}{\sqrt{2 \times 3^2 \times 5}-3} = \frac{2}{3\sqrt{10}-3} = \frac{2}{3(\sqrt{10}-1)} = \frac{2}{3} \times \left[\frac{(\sqrt{10}+1)}{(\sqrt{10}-1) \times (\sqrt{10}+1)} \right] = \frac{2}{3} \times \left[\frac{(\sqrt{10}+1)}{(\sqrt{10})^2 - 1^2} \right] = \boxed{\frac{2\sqrt{10}+2}{27}}$$

3. حساب كل من: $PGCD(B, C)$ و $PPCM(B, D)$

$$PPCM(B, D) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = \boxed{180} \quad ; \quad PGCD(B, C) = \boxed{1}$$

4. حساب الفرق $\frac{3}{D} - \frac{5}{B}$ ، ثم تحديد أصغر مجموعة ينتمي إليها

⚡ لاحظ أن: $PPCM(B, D) = \boxed{180}$

$$\frac{3}{D} - \frac{5}{B} = \frac{3}{60} - \frac{5}{90} = \frac{9}{180} - \frac{10}{180} = \boxed{-\frac{1}{180}} \in \mathbb{Q}$$

5. اختبار أولية العدد C :

23	19	17	13	11	7	5	3	2	هل يقبل العدد 401 القسمة على ...
لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا	الإجابة
17	21	23	30	36	57	80	133	200	حاصل القسمة

بما أن حاصل القسمة (17) أصغر من القاسم (23) والعدد 401 لا يقبل القسمة على 23 فإن العدد **401** عدد أولي.

6. استنتاج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكل من A^3 ، $(B \times C)^2$

$$A^3 = (2 \times 3^4 \times 7)^3 = \boxed{2^3 \times 3^{12} \times 7^3}$$

$$(B \times C)^2 = (2 \times 3^2 \times 5 \times 401)^2 = \boxed{2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 401^2}$$

التمرين الثاني

1. الكتابة العلمية للعدد C ثم إيجاد رتبة المقدار

$$C = 3 \times 10^7 \times 4 \times 10^2 - 12 \times 10^8 = 12 \times 10^9 - 12 \times 10^8 = 12 \times 10^9 - 1,2 \times 10^9 = (12 - 1,2) \times 10^9 = 10,8 \times 10^9 = \boxed{1,08 \times 10^{10}}$$

ومنه رتبة المقدار هي: 1×10^{10}

2. إيجاد رتبة مقدار العدد E

$$E = \frac{4 \times 10^{-4} + 0,000002}{29 \times 10^{-6} - 20 \times 10^{-7}} = \frac{4 \times 10^{-4} + 0,02 \times 10^{-4}}{0,29 \times 10^{-4} - 0,02 \times 10^{-4}} = \frac{(4 + 0,02) \times 10^{-4}}{(0,29 - 0,02) \times 10^{-4}} = \frac{4,02}{0,27}$$

- العدد 4,02 رتبة مقداره هي 4×10^0

- نكتب العدد 0,27 على الشكل العلمي نجد $2,7 \times 10^{-1}$ ومنه رتبة مقدار العدد هي 3×10^{-1}

إذن $\frac{4 \times 10^0}{3 \times 10^{-1}} = 1,33 \times 10^1$ ومنه رتبة مقدار العدد E هي 1×10^1

التمرين الثالث

1. مقارنة العددين $\sqrt{20+6\sqrt{11}}$ و $\sqrt{20-6\sqrt{11}}$ ثم استنتاج إشارة A

لدينا: $6\sqrt{11} > -6\sqrt{11}$ يكافئ $20+6\sqrt{11} > 20-6\sqrt{11}$ ومنه $\boxed{\sqrt{20+6\sqrt{11}} > \sqrt{20-6\sqrt{11}}}$

❖ استنتاج إشارة A : نعلم أن $\sqrt{20-6\sqrt{11}} < \sqrt{20+6\sqrt{11}}$ أي $\underbrace{\sqrt{20-6\sqrt{11}} - \sqrt{20+6\sqrt{11}}}_{A} < 0$

ومنه $A < 0$ (إشارته سالبة)

2. حساب A^2 ثم استنتاج قيمة مبسطة للعدد A

$$A^2 = \left(\sqrt{20-6\sqrt{11}} - \sqrt{20+6\sqrt{11}} \right)^2 = \left(\sqrt{20-6\sqrt{11}} \right)^2 - 2 \left(\sqrt{20-6\sqrt{11}} \times \sqrt{20+6\sqrt{11}} \right) + \left(\sqrt{20+6\sqrt{11}} \right)^2$$

$$= 20 - 6\sqrt{11} - 2 \sqrt{(20)^2 - (6\sqrt{11})^2} + 20 + 6\sqrt{11} = 40 - 2\sqrt{4} = \boxed{36}$$

❖ استنتاج قيمة مبسطة للعدد A : لدينا $A^2 = 36$ ومنه إما $A = \sqrt{36}$ أو $A = -\sqrt{36}$ وبما أن $A < 0$ إذن نستنتج أن $\boxed{A = -6}$

التمرين الرابع

1. إكمال الجدول:

I	J	$I \cap J$	$I \cup J$
$] -4; 3[$	$] 0; 7[$	$] 0; 3[$	$] -4; 7[$
$] -2; 3[$	\mathbb{R}^{*+}	$] 0; 3[$	$] -2; +\infty[$
\mathbb{R}^-	$] -\infty; -1[$	$] -\infty; -1[$	$] -\infty; 0[$
$] -6; 1[$	$] -6; 1[$	$] -6; 1[$	$] -6; 1[$

2. ليكن V حجم الإناء الأسطواني: $V = \pi r^2 h$

$3.15 \times 8^2 \times 8 < V < 3.14 \times 8.1^2 \times 8.1$ أي $1607.6 \text{ cm}^3 < V < 1674.03 \text{ cm}^3$ نحول من cm^3 إلى اللتر نجد:

$\boxed{1.6076 \text{ l} < V < 1.6740 \text{ l}}$ وبالتالي لا يمكن تفريغ القارورة في الإناء.

3. تعيين حصر للعدد الحقيقي x

لدينا: $1 \leq \frac{4x+1}{2} \leq \frac{3}{2}$ نضرب المتباينة في (+2): $2 \times 1 \leq 2 \times \frac{4x+1}{2} \leq 2 \times \frac{3}{2}$ أي $2 \leq 4x+1 \leq 3$

نضيف (-1): $1 \leq 4x \leq 2$ أي $2-1 \leq 4x+1-1 \leq 3-1$

نضرب المتباينة في $\left(+\frac{1}{4} \right)$: $\frac{1}{4} \times 1 \leq \frac{1}{4} \times 4x \leq \frac{1}{4} \times 2$ ومنه $\boxed{\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}}$