الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المستوى: أولى علوم تك المدة: ساعتان

التمرين الأول: 6ن

الأسئلة $3,2,1$ و 4 مستقلة .

1- ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a = 7^{n+1} + 7^n$ و $b = 5^{n+1} + 5^n$.

أ- استنتج تحليل لكل من a و b إلى جداء عوامل أولية بدلالة n .

ب- بين أن: $ppcm(a;b) = 7^n \times 5^n \times 3 \times 2^3$.

2- الكتابة العشرية الدورية للعدد حقيقي d هي: $d = 4,\underline{47}47...$

أ- عين مدور العدد d إلى 10^{-3} ثم إلى الوحدة.

ب- عين الكتابة الكسرية للعدد d.

3- ليكن x عدد حقيقي حيث: بين أن $\dfrac{2}{5} \le \dfrac{2}{2x-1} \le \dfrac{2}{3}$ $x \in [2;3]$.

- استنتج رتبا تصاعديا الاعداد $x^{-1}; x^{-2}; x^{-3}$.

4- لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \dfrac{|x|}{x^2+1}$

- ادرس شفعية الدالة f ,ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمرين الثاني: 7ن

نعتبر العبارة $E(x) = |x-3| - |x-1| + 1$.

1- اكتب عبار $E(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.(إرشاد: استعن بجدول الإشارات)

2- احسب $E(2)$ ثم بين أن $E(\sqrt{3}) = 5 - 2\sqrt{3}$.

3- علما أنّ $1,7 \prec \sqrt{3} \prec 1,8$، عين حصرا لـ: $\dfrac{2}{E(\sqrt{3})}$.

4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين والمتراجحة:

- $E(x) = 1$
- $E(x) = |x-3|$
- $E(x) \le 1$

التمرين الثالث: 7ن

الجزء الأول:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 4x^2 - 12x + 5$

1- بين إن: $f(x) = (2x-3)^2 - 4$

2- احسب $f(-1)$; $f(0)$, ثم حل المعادلة $f(x) = 0$

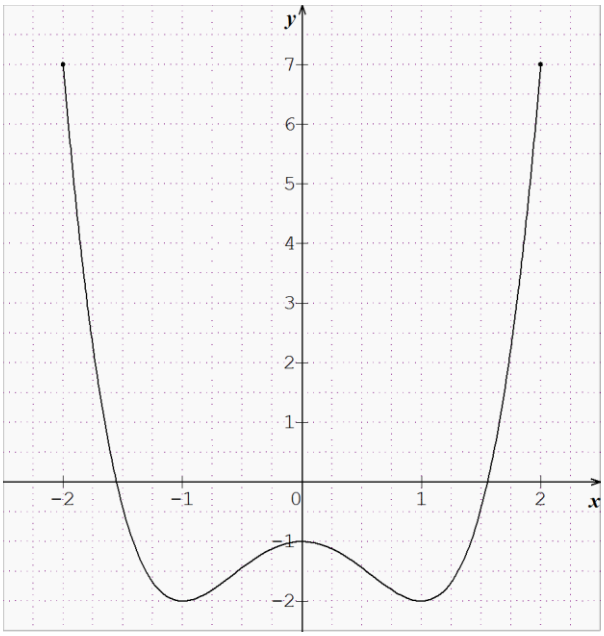
3- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ ثم المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f .

-استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) - f\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0$

الجزء الثاني:

f دالة معرفة بتمثيلها البياني (C_f) كما يلي:



حدد بيانيا مايلي:

1- مجموعة تعريف الدالة f .

2- عين بيانيا سوابق العددين (-2), 7 .

3- عين $f(2)$, $f(-1)$, $f(0)$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f على مجموعة تعريفها.

5- حدد القيم الحدية العظمى والصغرى للدالة f على مجموعة تعريفها.

انتهى بالتوفيق للجميع

الحل النموذجي للإختبار الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول

1- $a=7^{n+1}+7^n$ و $b=5^{n+1}+5^n$.

أ- استنتاج تحليل لكل من a و b إلى جداء عوامل أولية بدلالة n .

$$b=5^{n+1}+5^n=5^n\times5+5^n=5^n(5+1)=5^n\times2\times3$$
$$a=7^{n+1}+7^n=7^n\times7+7^n=7^n(7+1)=7^n\times2^3$$

ب- بيان أن: $ppcm(a;b)=7^n\times5^n\times3\times2^3$.

لدينا: $b=5^n\times2\times3$ و $a=7^n\times2^3$ ومنه $ppcm(a;b)=7^n\times5^n\times3\times2^3$

2- الكتابة العشرية الدورية للعدد حقيقي d هي: $d=4,\underline{47}47...$

أ- مدور العدد d إلى 10^{-3} هو $4,475$;إلى الوحدة هو 4

ب- الكتابة الكسرية للعدد

$(1)....d\times10^2-d=443$

$(2)....d\times10^2-d=99d$

من (1) و (2) نجد $443=99d$ ومنه $d=\frac{443}{99}$

3- x عدد حقيقي حيث: $\frac{2}{5}\le\frac{2}{2x-1}\le\frac{2}{3}$ بيان أن $x\in[2;3]$.

$\frac{2}{5}\le\frac{2}{2x-1}\le\frac{2}{3}$ يكافئ $\frac{1}{5}\le\frac{1}{2x-1}\le\frac{1}{3}$

ومنه $5\ge2x-1\ge3$ ومنه $6\ge2x\ge4$

ومنه $3\ge x\ge2$ يكافئ $x\in[2;3]$.

- استنتاج رتبا تصاعديا للأعداد $x^{-1};x^{-2};x^{-3}$.

لدينا $3\ge x\ge2$ ومنه $\frac{1}{3}\le\frac{1}{x}\le\frac{1}{2}$ يكافئ $\frac{1}{3}\le x^{-1}\le\frac{1}{2}$

ومنه $0\prec x^{-1}\prec1$ إذن $x^{-1}\succ x^{-2}\succ x^{-3}$.

4- لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\frac{|x|}{x^2+1}$

- درسة شفعية الدالة f ,ثم فسر النتيجة هندسيا.

لدينا D_f متناظرة بالنسبة للمبدأ الصفر.

$$f(-x)=\frac{|-x|}{(-x)^2+1}=\frac{|x|}{x^2+1}=f(x)$$

ومنه الدالة f زوجية ومنحنها البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب

التمرين الثاني:

نعتبر العبارة $E(x)=|x-3|-|x-1|+1$.

1- كتاب عبار $E(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

x	$-\infty$	1	3 $+\infty$
$x-3$	$-$	$-$	$+$
$x-1$	$-$	$+$	$+$
$E(x)$	$-x+3$ $+x-1+1$ $=3$	$-x+3$ $-x+1+1$ $=-2x+5$	$x-3$ $-x+1+1$ $=-1$

2- حساب $E(2)$ ثم بيان أن $E(\sqrt{3})=5-2\sqrt{3}$

بما أن العددان 2 و $\sqrt{3}$ من المجال $[1;3]$ فإن:

$$E(\sqrt{3})=5-2\sqrt{3};\qquad E(2)=-2\times2+5=1$$

3- علما أنّ $1,7\prec\sqrt{3}\prec1,8$ ،

تعيين حصرا لـــ: $\frac{2}{E(\sqrt{3})}$. لدينا

$$1,7\prec\sqrt{3}\prec1,8$$
$$(-2)1,7\succ(-2)\sqrt{3}\succ(-2)1,8$$
$$-3,4\succ-2\sqrt{3}\succ-3,6$$
$$-3,4+5\succ-2\sqrt{3}+5\succ-3,6+5$$
$$1,6\succ-2\sqrt{3}+5\succ1,4$$
$$1,6\succ E(x)\succ1,4$$

ومنه $\frac{1}{1,6}\prec\frac{1}{E(x)}\prec\frac{1}{1,4}$ ومنه $\frac{2}{1,6}\prec\frac{2}{E(x)}\prec\frac{2}{1,4}$

$$1,25\prec\frac{2}{E(x)}\prec1,43$$

4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين والمتراجحة:

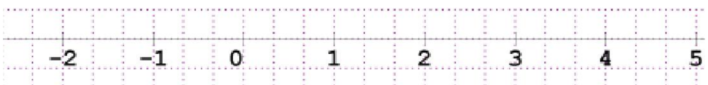
-1 $E(x)=1$ ومنه $-2x+5=1$ ومنه $x=2$ $s=\{2\}$

-2 $E(x)=|x-3|$ يكافئ $|x-3|-|x-1|+1=|x-3|$

تكافئ $|x-1|=1$ ومنه $\begin{cases}x-1=1\\x-1=-1\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}x=2\\x=0\end{cases}$ $s=\{0;2\}$

-3 حل المعادلة $E(x)\le1$ ومنه $|x-3|-|x-1|+1\le1$

تكافئ $|x-3|\le|x-1|$ ومنه $d(x;3)\le d(x;1)$



$s=[2;+\infty[$

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=4x^2-12x+5$

1- بيان أن: $f(x)=(2x-3)^2-4$

$$(2x-3)^2-4=4x^2+9-12x-4$$
$$=4x^2-12x+5=f(x)$$

2- حساب $f(0)=5; f(-1)=21$

$f(x)=0$ يكافئ $(2x-3)^2-4=0$ ومنه $(2x-3)^2-2^2=0$

ومنه $(2x-3+4)(2x-3-4)=0$ ومنه $(2x+1)(2x-7)=0$

ومنه $2x+1=0$ أو $2x-7=0$ ومنه $x=\frac{-1}{2}$ و $x=\frac{7}{2}$

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ ثم $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

نفرض عددين حقيقين x_1 و x_2 من المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$ حيث $x_1 \prec x_2$

$x_1 \prec x_2 \le \frac{3}{2}$ ومنه $2x_1 \prec 2x_2 \le 3$ ومنه $2x_1-3 \prec 2x_2-3 \le 0$

ومنه $(2x_1-3)^2 \succ (2x_2-3)^2 \ge 0$ ومنه

$(2x_1-3)^2-4 \succ (2x_2-3)^2-4$ ومنه $f(x_1) \succ f(x_2)$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$

نفرض عددين حقيقين x_1 و x_2 من المجال $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ حيث $x_1 \prec x_2$

$\frac{3}{2} \le x_1 \prec x_2$ ومنه $3 \le 2x_1 \prec 2x_2$ ومنه $0 \le 2x_1-3 \prec 2x_2-3$

ومنه $(2x_1-3)^2 \prec (2x_2-3)^2$

ومنه $(2x_1-3)^2-4 \prec (2x_2-3)^2-4$ ومنه $f(x_1) \prec f(x_2)$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$

استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x)-f\left(\frac{3}{2}\right)\ge 0$

لدينا من جدول التغيرات $f(x)\ge f\left(\frac{3}{2}\right)$ لأن $f\left(\frac{3}{2}\right)$ قيمة حدية صغرى ومنه $f(x)-f\left(\frac{3}{2}\right)\ge 0$

الجزء الثاني:

1- مجموعة تعريف الدالة f $D_f=[-2;2]$

2- سوابق العدد (-2) هي 1 و -1.

سوابق العدد 7 هي 2 و -2.

3- $f(0)=-1, f(-1)=-2, f(2)=7$.

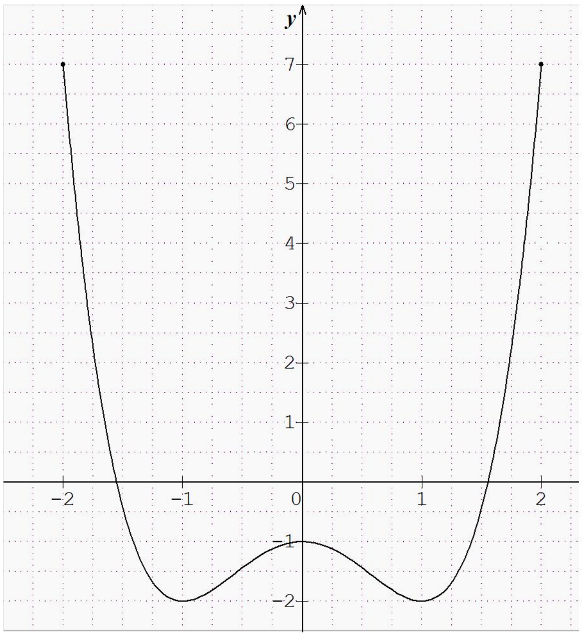
4- شكل جدول تغيرات الدالة f على مجموعة تعريفها.

x				
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

القيم الحدية العظمى والصغرى للدالة f على مجموعة تعريفها هي

قيمة حدية كبرى هي 7 لما $x=-2, x=2$

قيمة حدية صغرى هي -2 لما $x=-1, x=1$



انتهى بالتوفيق للجميع