ثانوية: مولود قاسم نايت بلقاسم- الدحموني. السنة الدّراسية: 2019 -2020

المستوى: 1 جذع مشترك علوم وتكنولوجيا 1+3 المدة: ساعة و نصف

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

✍ تجنب الشطب المتكرر و استعمال المصحح .

☜ التمرين الأول :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.

I) لتكن f دالة تآلفية حيث (C_f) تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A(2;-3)$ و $B(-1;0)$.

1) أعط عبارة $f(x)$.

2) أدرس إشارة الدالة $f(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أرسم (C_f).

II) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $h(x)=|f(x)|$

1) أكتب الدالة h بدون رمز القيمة المطلقة .

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x^2-2x-3$.

1) تحقق أن : $g(x)=(x-1)^2-4$

2) أدرس تغيرات الدالة g على كل من المجالين $]-\infty;1]$ و $[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أدرس تقاطع منحنى الدالة g مع محوري الإحداثيات .

4) مثل بيانيا في نفس المعلم منحنى الدالة g ثم شكل جدول إشارتها.

5) حل بيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$.

6) حل بيانيا المتراجحة : $f(x)<g(x)$.

7) هل تقبل المتراجحة $h(x)<g(x)$ حلا في المجال $]-1;3[$ ؟ علل ؟ .

التمرين الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.

لتكن النقط $A(1;0)$ ، $B(3;-2)$ ، $C(3;2)$ ، $E(1;4)$.

1) أحسب أطوال أضلاع المثلث ABC و استنتج نوعه .
2) جد قيمة α حتى تكون النقط A ، B و $D(\alpha;\alpha+1)$ في استقامية .
3) بين أن الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع .
4) جد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل B و يوازي (AC).
5) جد نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع محور التراتيب .
6) أكتب معادلة المستقيم (Δ') الذي يمر بالنقطة O و يوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$.
7) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ') .
8) أرسم المستقيمين (Δ) و (Δ') في المعلم $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ و تحقق من نقطة تقاطعهما.

تصحيح الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

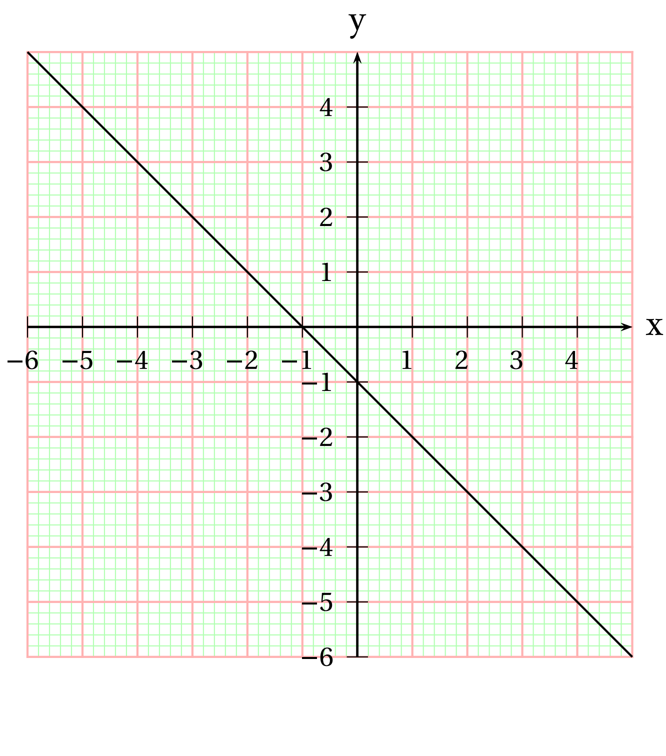
التمرين الأول :

1) **إيجاد عبارة $f(x)$:** f دالة تآلفية و بالتالي تكتب على الشكل $f(x) = ax + b$ مع a و b عددان حقيقيان .
حساب a : $a = \dfrac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \dfrac{-3 - 0}{3} = -1$
حساب b : $f(x) = -x + b \Rightarrow f(-1) = 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1$ و منه : $f(x) = -x - 1$

2) **دراسة إشارة الدالة $f(x)$ و تشكيل جدول تغيراتها :**
لدينا: $f(x) = 0 \Rightarrow -x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1$
جدول الإشارة :

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$-x-1$	$+$ 0 $-$

3) رسم (C_f):



(II

1) كتابة الدالة h بدون رمز القيمة المطلقة:

$$h(x) = \begin{cases} f(x), x \in]-\infty; 1] \\ -f(x), x \in]1; +\infty[\end{cases} \Rightarrow h(x) = \begin{cases} -x-1, x \in]-\infty; 1] \\ x+1, x \in]1; +\infty[\end{cases}$$

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

1) **التحقق أن :** $g(x) = (x-1)^2 - 4$
لدينا : $(x-1)^2 - 4 = x^2 + 1 - 2x - 4 = x^2 - 2x - 3 = g(x)$
2) **دراسة تغيرات الدالة g :**

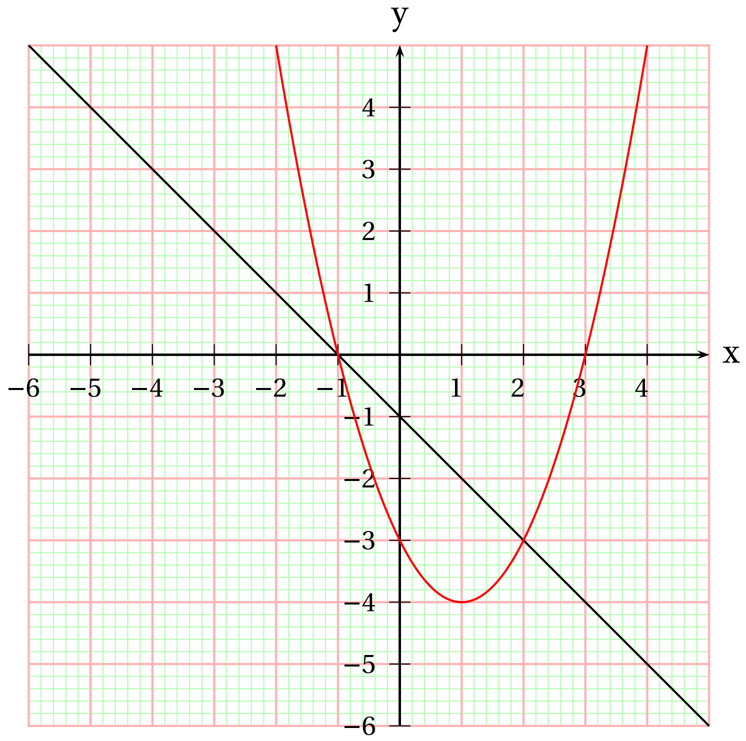
✓ **على المجال** $]-\infty;1]$:
نفرض وجود عددين a و b من المجال $]-\infty;1]$ حيث : $a < b < 1$ ومنه $a-1 < b-1 < 0$ و بالتالي $(a-1)^2 > (b-1)^2$ إذن $(a-1)^2-4 > (b-1)^2-4$ أي $f(a) > f(b)$ نستنتج أن الدالة g متناقصة على المجال $]-\infty;1]$.
✓ **على المجال** $[1;+\infty[$:
نفرض وجود عددين a و b من المجال $[1;+\infty[$ حيث : $1 < a < b$ ومنه $0 < a-1 < b-1$ و بالتالي $(a-1)^2 < (b-1)^2$ إذن $(a-1)^2-4 < (b-1)^2-4$ أي $f(a) < f(b)$ نستنتج أن الدالة g متزايدة على المجال $[1;+\infty[$.
تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$ $\quad$ 1 $\quad$ $+\infty$
تغيرات الدالة g	$\searrow$ -4 $\nearrow$

3) **دراسة تقاطع منحنى الدالة g مع محوري الإحداثيات :**
مع حامل محور الفواصل :
نحل المعادلة $g(x) = 0$:

$$g(x) = 0 \Rightarrow (x-1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \\ \text{أو} \\ x-2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \text{أو} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow S = \{0;3\}$$

و بالتالي منحنى الدالة g يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الإحداثيتين $(0;0)$ و $(0;3)$.
مع حامل محور التراتيب :
لدينا : $g(0) = -3$ و بالتالي منحنى الدالة g يقطع محور التراتيب في النقطة $(-3;0)$
4) التمثيل البياني لمنحنى الدالة g :



تشكيل جدول إشارتها:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

5) حل المعادلة بيانيا : $f(x)=g(x)$:
حلول المعادلة $f(x)=g(x)$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) ، إذن حلول المعادلة هي -1 و 2.

6) حل المتراجحة $f(x)<g(x)$ بيانيا : حلول المتراجحة $f(x)<g(x)$ هي فواصل النقط التي من أجلها يكون منحنى الدالة f يقع تحت منحنى الدالة g و بالتالي : $S=]-\infty;-1[\cup]2;+\infty[$

7) المتراجحة $h(x)<g(x)$ لا تقبل حلا في المجال $]-1;3[$.
التعليل : في المجال $]-1;3[$ ، الدالة g سالبة ، و الدالة h موجبة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ و بالتالي هي موجبة من أجل كل x من المجال $]-1;3[$.

التمرين الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
لتكن النقط $A(1;0)$ ، $B(3;-2)$ ، $C(3;2)$ ، $E(1;4)$.

1) حساب أطوال أضلاع المثلث ABC :

حساب AB : $AB=\sqrt{(x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{8}$

حساب AC : $AC=\sqrt{(x_c-x_a)^2+(y_c-y_a)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{8}$

حساب AC : $BC=\sqrt{(x_c-x_b)^2+(y_c-y_b)^2}=\sqrt{(3-3)^2+(2+2)^2}=\sqrt{16}$

الإستنتاج : نلاحظ أن : $AB^2+AC^2=8+8=16=BC^2$ و بالتالي حسب نظرية فيثاغورث المثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين .

2) **إيجاد قيمة α حتى تكون النقط A ، B و $D(\alpha;\alpha+1)$ في استقامية :**

النقط A ، B و $D(\alpha;\alpha+1)$ في استقامية معناه أن الشعاعان $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا .

حساب مركبتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}\alpha-1\\ \alpha+1-0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}\alpha-1\\ \alpha+1\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-1\\ -2-0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\ -2\end{pmatrix}$$

الشعاعان $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطان خطيا معناه $(\alpha-1)(-2)-(\alpha+1)(2)=0$

معناه $-4\alpha=0$ معناه $\alpha=0$ و بالتالي : $D(0,1)$.

3) **إثبات أن الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع :**

إثبات أن الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EC}$ متساويان :

$$\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}3-1\\ 2-4\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}2\\ -2\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}$$

و بالتالي الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع.

4) **إيجاد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) الذي يشمل B و يوازي (AC):**

الشعاع $\overrightarrow{AC}$ هو شعاع توجيه لـ (Δ) .

حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3-1\\ 2-0\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\ 2\end{pmatrix}$$

ومنه معادلة (Δ) من الشكل $2x-2y+c=0$ و بما أن $B\in\Delta$ فإن :

$$2(3)-2(-2)+c=0\Rightarrow c=-10$$

إذن معادلة (Δ) الديكارتية هي : $2x-2y-10=0$

5) **إيجاد نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع محور التراتيب :**

نحل في $\mathbb{R}^2$ الجملة :

$$\begin{cases}x=0\\ 2x-2y-10=0\end{cases}\Rightarrow S=(0,-5)$$

و بالتالي المستقيم (Δ) يقطع محور التراتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0,-5)$.

6) **كتابة معادلة المستقيم (Δ') الذي يمر بالنقطة O و يوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$:**

بما أن المستقيم (Δ') يوازي المستقيم ذو المعادلة $3x+2y+1=0$ فإن معادلته الديكارتية من الشكل $3x+2y+c=0$ بما أن $O\in\Delta'$ فإن $c=0$. ومنه معادلة المستقيم (Δ') هي: $3x+2y=0$.

7) **إيجاد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ') :**

نحل الجملة :

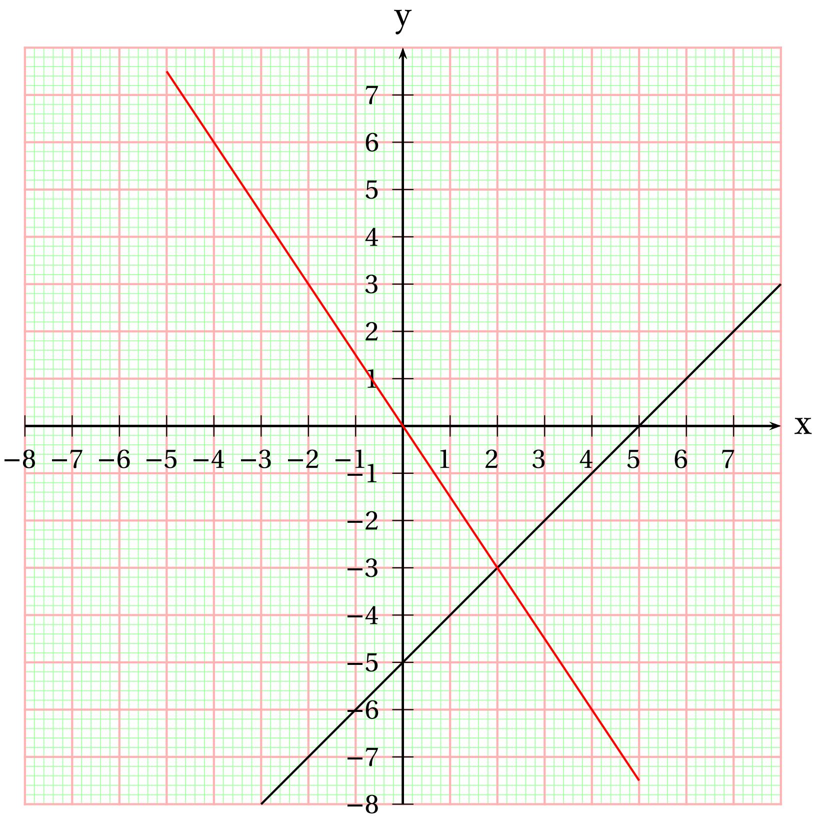
$$\begin{cases} 2x-2y-10=0 \\ 3x+2y=0 \end{cases} \quad ....(S)$$

$$det(S)=\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=2(2)-3(-2)=10$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}}{10}=\frac{20}{10}=2\ ;\ y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 10 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{10}=\frac{-30}{10}=-3$$

و بالتالي المستقيمان (Δ) و (Δ') يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات $(2;-3)$.

8) رسم المستقيمين (Δ) و (Δ') في المعلم $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$:



نلاحظ من البيان أن المستقيمان (Δ) و (Δ') يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات $(2;-3)$ و هو ما يؤكد حل السؤال السابق .