عـمومـيـات عـلى الدوال

1. مفـهوم دالة :

- **النشـاط رقم 01 ص 50 من الكـتاب المدرسي**
- **تـعـريف 1 :**

D جزء من $\boldsymbol{R}$. نعـرّف دالة f على D عندما نرفق بكـلّ عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا نرمز إليه بالرمز $f(x)$

نكتب:

$$D \longrightarrow \boldsymbol{R}$$
$$x \longrightarrow f(x)$$

يقرأ $f(x)$: f لـ x

و x المتغير و مرتبط بالمتغير x

- **مـصـطلحات:**

- العدد $f(x)$ يـسـمى **صـورة** العدد x بالدالة f.
- العدد x يـسـمى **سابقة** العدد $f(x)$ بالدالة f.
- المجموعة D **تسمى مجموعة تعريف** الدالة f.
- عموما نرمز للدوال بإحدى الرموز التالية:f، g، h .....

ملاحظة: يمكن تعريف دالة f على D بإحدى الطرق الثالثة:- بدستور – بتمثيل بياني – بجدول قيم .

- **تـعريف دالة بدستور**

D جزء من $\boldsymbol{R}$. لتعـريف دالة f على D بـدستور نعبر عن $f(x)$ بدلالة x من D .

مـثـال:

f دالة معرّفة على $[-1\ ;\ 3]$ بالشكـل : $f(x)=x+3$ (تعريف بواسطة دستـور)

- مجموعة التعريف هي $[-1\ ;3]$
- لدينا: $4 = 3 + 1$ أي $f(1)=4$ ومنه صورة 1 هي 4 وسابقة 4 هي 1 .

- **طـرائـق**

Å. حساب صورة عـدد بدالة :

C الطريقة :

f دالة معرّفة على D (D جزء من $\boldsymbol{R}$) ، a عدد حقيقي من D

لتعيين صورة a يكـفي تعويض x بـ a في العبارة $f(x)$ (أي حساب $f(a)$)

آ تـمـرين محلول :

دالة معرّفة على $[-1 ، 3]$ كما يلي : $f(x)=2x+3$

1.أحسب صورة 1، 0، 2 لدالة f.

الحل:

لدينا:

$f(2)= 2\times2+3 =7$; $f(0) = 2\times0+3 =3$; $f(1)= 2\times1+3=5$

إذا صورة 2 هي 7 و صورة 0 هي 3 و أخيرا صورة 1 هـي 5

E التمرين رقم 22 ص 74 من الكـتاب المدرسي

Å. حساب سابقة عدد بدالة :

C الطريقة

لتعيين سابقة عدد حقيقي b بدالة f نحل العادلة $f(x)=b$ في المجموعة D

E التمرين رقم 25 ص 74 من الكـتاب المدرسي

- **مجموعة تـعـريـف دالـة :**

مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي لهـا صورة بالدالة f

Å. تعيين مجموعة تعريف دالة :

C الطريقة:

لتعيين مجموعة تعريف دالة معرّفة بدستور نستثني من مجموعة الأعداد الحقيقية تلك التي لا يمكن حساب صورها بالدالة f.

- إذا كان دستور الدالة f يتضمن مقاما فيه المتغير x ، يجب رفـض قيم التي تعدم المقام.

-إذا كان دستور الدالة f يتضمن جذرا تربيعيا المتغير x ، يجب رفـض قيم التي تجعل العبارة تحت الجذر سالبة تماما.

نرمز عموما إلى مجموعة تعريف دالة f بـ الرمز D_f

Ï التمرين المحلول من الكتاب المدرســي صفحة 63

E التمرين رقم 19 ص 74 من الكتاب المدرســي

2.الــتمثيل البيانــي للدالــة:

- **تــعــريف 2:**

المستوى منسوب إلى معلم (O,I,J)، f دالة معرّفة عــلى جزء D من $\boldsymbol{R}$.

التمثيل البياني(أو المنحني الممثــل) للدالة في المعلم (O,I,J)هــو مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث $x\in D$.

إذا رمزنا إلى المنحني الدالة f بالرمز (C_f) ، نقول إنّ $f(x)=y$ هي معادلة (C_f)في المعلم (O,I,J)

ملاحظة:

لرسم المنحني البياني للدالة f في المعلم (O,I,J) يمكن:

- استعمال جدول لبعض قيم الدالة.
- استعمال حاسبة بيانية.
- استعمال المجدول.

Ù إعطاء مجموعة قــيــم لا يكــفي للحصول على التمثيل البياني للدالة.

E أسئلة 01 ص 72 من الكتــاب المدرسي

- **طرائـق :**

Å استعمال التمثيل البياني للدالـة

في كل مما يلي f دالة و (C_f)تمثيلها البياني.

Å قـراءة صورة عنصر وفق دالـة

C الــطريقــة :

لــقراءة صــورة العدد a وفق الدالة f باستعمال المنحني (C_f)نتبع الخطوات التالية:

1. نضع العدد a على محور الفواصل.
2. نرسم من النقطة $(a,0)$ المستقيم(d) الموازي لمحور الترتيب.
3. المستقيم (d) يقطع (C_f) عند نقطة ترتيبها $f(a)$ وهي صورة a.

Ì التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65

Å قـراءة سابقة عدد وفق دالـة

C الـــطريقـــة

لـــقراءة السوابق الممكنة للعدد b وفق الدالة f باستعمال المنحني (C_f) نتبع الخطوات التالية:

نضع العدد b على محور الترتيب.

نرسم من النقطة $(0,b)$ المستقيم الموازي لمحور الفواصل.

نقاط تقاطع – في حالة وجودها - لهـــذا المستقيم و (C_f) هي سوابق b.

Ì التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65

Å قـراءة مجموعة تعريف دالـة:

C الطريقة

مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة فواصل النقط التي تنتمي إلى (C_f).

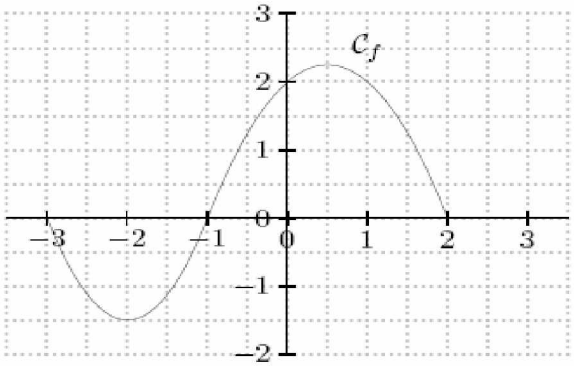
Ì التمرين محلول :

المنحني البياني المقابل يمثـــل دالة f

-عين مجموعة تعـــريف الدالة f

الحل:

مجموعة التعريف هي $[-3;2]$



E التمـــرين 28 ص 75 من الكتـــاب المدرسي

3. تغيرات دالة معرفة على مجـال

- **تعـــريف 3:**

f دالة معرفة على I من $\boldsymbol{R}$

f متناقصة تماما على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a < b$ فإن: $f(b) > f(a)$

f متزايدة تماما على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a > b$ فإن: $f(a) < f(b)$

f ثابتة على I معناه من أجل كل a و b من I : $f(a) = f(b)$

تـــوضيح

fدالة متناقصة تماما a و b مرتبة عكس ترتيب $f(a)$ و $f(b)$

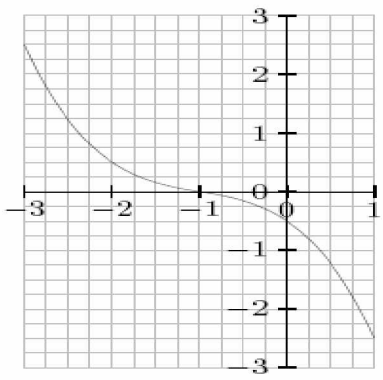
f دالة متزايدة تماما a و b مرتبة عكس ترتيب $f(a)$ و $f(b)$

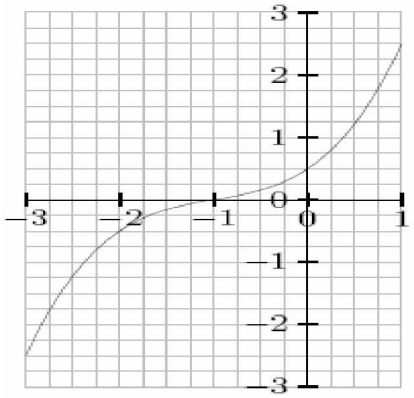
ملاحظة

f متناقصة على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a \geq b$ فإن $f(a) \leq f(b)$

f متزايدة على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a \geq b$ فإن $f(a) \geq f(b)$

مثـــال الشكل-1- الشكل-2-





الشكل-1- الدالة f متزايدة تماما على $[-3;1]$ والشكل-2- الدالة f متناقصة تماما على $[-3;1]$

- **دراسة اتجاه تغير دالة:**

نعني تعيين مجالات التي يكون فيها هذه الدالة متزايدة تماما أو متناقصة تماما أو ثابتة

نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات.

- **الطرائق**

Å تعيين اتجاه تغير دالة

C الطريقة

لتعيين اتجاه تغير دالة معرفة على مجال I ، يـــمكن أن نفرض أن $a < b$ و نقارن $f(a)$ و $f(b)$ عبر سلسلة من الاستنتاجات المتوالية معتمدين في تـــلك على الـــفرض الـــذي انطلاقـــنا مـــنه .

ï التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65-66 يحذف السؤال الأخيـــر.

E التمرين رقم 45 ص 77 من الكتاب المدرسي.

4.القيم الحدية لدالة:

تعـريف 4 :

f دالة معرفة على I من $\mathbf{R}$

القيمة الحدية العـظمى للدالة f على I هي أكبر صورة تبلغها f من أجل عدد a من I.

أي من أجل كل x من I : $f(x) \leq f(a)$

القيمة الحدية الصغرى للدالة f على I هي أصغر صورة تبلغها f من أجل عدد b من I.

أي من أجل كل x من I : $f(x) \geq f(a)$

- **الطرائق**

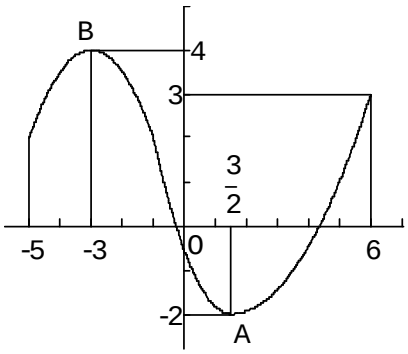
Å تعيين القيم الحدية باستعمال المنحني

C الطريقة

يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة الصغرى لدالة على المجال I إذ هي ممثلة بأدنى نقطة من المنحني و القيمة العظمى لـــ f على I .إذ هي ممثلة بأعلى نقطة من المنحني

Ï تمرين محلول:

باستعمال الشكل-3- عين القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة f المقابل على المجال [6، 5-]



الشكـــل -3-

الحـــل:

يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة الصغرى لـــ f على [6، 5-] إذ هي ممثلة بالنقطة $A\left(\frac{3}{2},-2\right)$ وهي أدنى نقطة من المنحني ومنه القيمة الصغرى لـــ f على [6، 5-] هي 2- من أجل $\frac{3}{2}$ يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة العظمى لـــ f على [6، 5-] .إذ هي ممثلة بالنقطة $B(-3, 4)$ وهي أدنى نقطة من المنحني ومنه القيمة العظمى لـــ f على [6، 5-] هي 4 من أجل 3-.

Åتعيين القيم الحدية باستعمال جدول تغيرات

C الطريقة

لتتعين القيمة الصغرى للدالة على مجال باستعمال جدول التغيرات نركز على اتجاه الأسهم من اليمين وإذا تغير اتجاه السهم من الأسفل إلى الأعلى فتتمثل القيمة الصغرى و أما إذا تغير اتجاه السهم من الأعلى إلى الأسفل فتتمثل القيمة العظمى.

Ï تمرين محلول:

باستعمال جدول التغيرات التالي عين القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة f الممثل في ا الشكـل-3- على المجال [6، 5-]

x	-1	0	2	3
$f(x)$	2 ↗	5 ↘	-4 ↗	3

ومنه القيمة الصغرى لـ f على [3، 1-] هي 4- من أجل 2.

ومنه القيمة العظمى لـ f على [3، 1-[هي 5 من أجل 0.

5. شفـعـية دالة:

- **النشاط رقـم 04 ص 26 من الكتاب المدرسي**

تـعـريف 5

f دالة معرفة على D من $\boldsymbol{R}$

نقول على الدالة f إنها دالة زوجية إذا تحقق مـايلي :

D متناظر بالنسبة إلى 0 و كان لكل x من D ، $f(-x)=f(x)$

نقول على الدالة f إنها دالة فردية إذا تحقق مـايلي :

D متناظر بالنسبة إلى 0 و كان لكل x من D، $f(-x)=-f(x)$

E التمرين رقم 49 ص 78 من الكتاب المدرسي.

6. حل معادلات ومتراجحات بيانيا:

f و g دالـــتان معرفتان على المجموعة D ، (C_f)و(C_g) منحنياهما في معلم للمستوي

حـــل المعادلة $f(x)=g(x)$ **بيـــانيا** يعني تعيين فواصل النـــقط المشتركة للمنحنيين (C_f)و(C_g)

حـــل المعادلة $f(x) > g(x)$ **بيـــانيا** يعني تعيين فواصل نـــقط المنحنى (C_f)الواقعة فوق المنحني(C_g)

- **التمثيل البياني و إشارة دالة**

خواص

f دالة معرفة على I من **R**

تكون دالة f **موجبة تماما** على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع **فـــوق** محور الفواصل.

تكون دالة f **سالبة تماما** على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع **تـــحت** محور الفواصل

تكون دالة f **معـــدومة** من أجل x_0 من I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني يقطع محور الفواصل فـــي x_0

التمرين رقم 44 ص 77 من الكتاب المدرسي

E التطبيق ص 66