الأستـــــــــاذ: زعيمن سليم	المستوى الدراسي: أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا
المدة الزمنيـــة: 10 ساعات	ميدان التعلـــــم: الحساب
الموسم الدراسي: 2017/2018	الوحدة التعليميـة: 1. الأعداد و الحساب

الكفاءة المستهدفة:

- ✓ التمييز بين مختلف أنواع الأعداد؛
- ✓ التحكم في الحساب على الكسور وعلى الجذور التربيعية والقوى الصحيحة.
- ✓ تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية و استعماله.
- ✓ التعرّف على أولية عدد طبيعي.
- ✓ التحويل من وإلى الكتابة العشرية، الكتابة العلمية، الكتابة باستعمال القوى الصحيحة للعدد 10.
- ✓ تدوير عدد عشري.
- ✓ تحديد رتبة مقدار عدد.
- ✓ التمييز بين عدد وإحدى قيمه المقربة.
- ✓ استخدام الحاسبة العلمية لتنظيم وإجراء حساب.

نشاط 1: ضع العلامتين $\in$ و $\notin$ في الخانات المناسبة

العدد x / المجموعة	$-\frac{493}{29}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{15}{10^3}$	$13,023$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2^3\times3^2}{9^2}$	$\sqrt{0,49}$	$\sqrt{81\times10^{-6}}$	$\sqrt{\frac{4}{121}}$	$\frac{-\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$	$\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)$
$\mathbb{R}$											
$\mathbb{Q}$											
$\mathbb{D}$											
$\mathbb{Z}$											
$\mathbb{N}$											

I. المجموعات الجزئية لمجموعة الأعداد الحقيقية:

1. مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$: Ensemble des nombres Naturels:

هي المجموعة التي نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ وعناصرها هي: $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;........$.

نكتب: $\mathbb{N}=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;........\}$.

العدد 123 هو عنصر من المجموعة $\mathbb{N}$ فنكتب: $123\in\mathbb{N}$ ونقرأ: " 123 ينتمي إلى $\mathbb{N}$"

2. مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $\mathbb{Z}$: Ensemble des nombres Relatifs:

هي المجموعة التي نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ وعناصرها هي: $........;-5;-4;-3;-1;0;1;2;3;4;5;........$.

ونكتب: $\mathbb{Z}=\{........;-5;-4;-3;-1;0;1;2;3;4;5;........\}$

نتيجة 1: كل عدد طبيعي هو عدد صحيح نسبي ومنه المجموعة $\mathbb{N}$ هي جزء من المجموعة $\mathbb{Z}$.

نكتب $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$ ونقرأ: "$\mathbb{N}$ محتواة في $\mathbb{Z}$".

3. مجموعة الأعداد العشرية D: Ensemble des nombres Décimaux:

تعريف: من أجل كل عدد صحيح نسبي a و من أجل كل عدد طبيعي n العدد $\frac{a}{10^n}$ يسمى عددا عشريا. نرمز لمجموعة الأعداد العشرية بالرمز D.

مثال: $1 = \frac{1}{10^0} \in D$ ، $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{14}{10} \in D$ ، $1,13 = \frac{113}{100} = \frac{113}{10^2} \in D$.

نتيجة 2: كل عدد صحيح نسبي هو عدد عشري ومنه المجموعة $\mathbb{Z}$ هي جزء من المجموعة D. أي: $\mathbb{Z} \subset D$.

4. مجموعة الأعداد الناطقة $\mathbb{Q}$: Ensemble des nombres Rationnels:

تعريف: العدد الناطق هو العدد الحقيقي الذي يمكن كتابته على الشكل $\frac{p}{q}$ حيث p و q عددان صحيحان نسبيان و $q \neq 0$.

أمثلة: $0 \in \mathbb{Q}$ ، $\frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$ ، $\frac{-320}{191} \in \mathbb{Q}$ ، $1,3 = \frac{13}{100} \in \mathbb{Q}$.

نتيجة 3: كل عدد عشري هو عدد ناطق ومنه المجموعة D هي جزء من المجموعة $\mathbb{Q}$. أي: $D \subset \mathbb{Q}$.

خلاصة 1: المجموعات السابقة تحقق الإحتواءات التالية: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset D \subset \mathbb{Q}$.

تطبيق رقم 01: تمرين رقم 13 +23 صفحة 18: بيّن طبيعة كلّ من الأعداد:

$$A = \frac{-\sqrt{144}}{3}; B = \frac{\pi}{3,14}; C = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}; E = \frac{0,21}{1,05}; F = \frac{7\pi + 14}{3\pi + 6}; G = \frac{16}{6} - \frac{11}{3};$$
$$H = -\frac{6\pi}{3}; K = \frac{2}{\sqrt{2}+1} - 2\sqrt{2}; L = \frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{2ab}$$

حيث: a و b عددان حقيقيان غير معدومين.

تطبيق رقم 02: تمرين رقم 17 صفحة 19: بيّن أنّ الأعداد التالية ناطقة:

$$\frac{5}{40 \times 10^{-2}}; \frac{0,125}{62,5}; 120; -0,47; 2,5$$

تطبيق رقم 03: بين أن العدد $\sqrt{2}$ ليس عددا ناطقا.

حل التطبيق رقم 03: البرهان على أن العدد $\sqrt{2}$ غير ناطق أي $(\sqrt{2} \notin \mathbb{Q})$: نستعمل البرهان بالخلف.

نفرض أن:" $\sqrt{2}$ هو عدد ناطق" معناه "يمكن كتابة العدد $\sqrt{2}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال $\frac{p}{q}$ حيث (p و q عددان صحيحان نسبيان و q غير معدوم)". أي:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{..............}(1)$$

بتربيع طرفي المساواة (1) نجد: $2 = \frac{p^2}{q^2}$ ومنه:

$$p^2 = 2q^2 \text{..............}(2)$$

أي أن p^2 هو عدد زوجي ومنه p هو عدد زوجي أي يوجد عدد طبيعي k حيث:

$$p = 2k \text{..............}(3)$$

بالتعويض في المساواة (2) نجد: $q^2 = 2k^2$ أي أن q^2 هو عدد زوجي ومنه q هو عدد زوجي أي يوجد عدد طبيعي غير معدوم k' حيث:

$$q = 2k' \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

من (3) و (4) نستنتج أن الكسر $\frac{p}{q}$ قابل للإختزال وهذا تناقض مع الفرضية المطروحة.

إذن الفرضية " $\sqrt{2}$ هو عدد ناطق" خاطئة ومنه " $\sqrt{2}$ هو عدد غير ناطق".

العدد $\sqrt{2}$ يسمى عدد أصم.

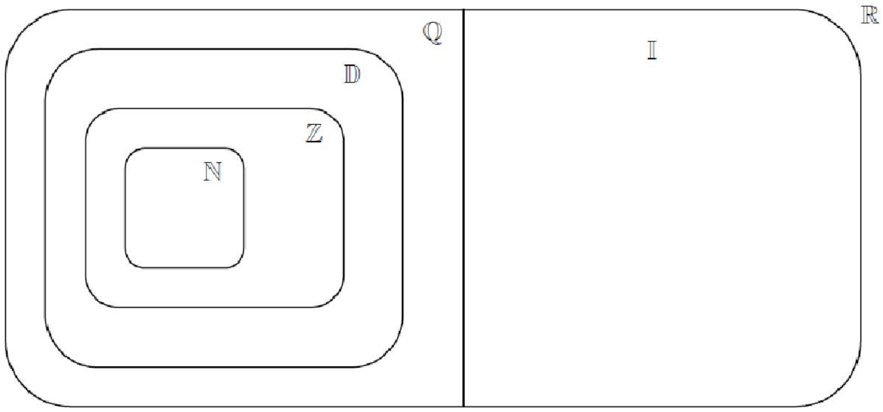
5. العدد الأصم Le nombre Irrationnel:

تعريف: العدد الأصم هو كل عدد حقيقي غير ناطق.

أمثلة: $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ، $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$ ، $\pi \notin \mathbb{Q}$ ، $\frac{\sqrt{2}}{\pi} \notin \mathbb{Q}$.

II. مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ Ensemble des nombres Réels:

كل عدد حقيقي هو إما ناطق و إما أصم. و منه المخطط التوضيحي التالي:



ترميز: نرمزبالحرف $\mathbb{R}_+$ لمجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة و بالحرف $\mathbb{R}_-$ لمجموعة الأعداد الحقيقية السالبة و بالحرف $\mathbb{R}^*$ لمجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا العدد 0. العدد 0 هو عنصر من $\mathbb{R}_+$ ومن $\mathbb{R}_-$.

تطبيق رقم 04: تمرين رقم 14 صفحة 18: لتكن I مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $-4 \leq x \leq 3$.

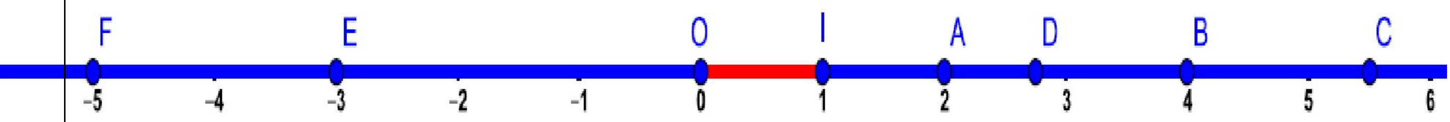
1. ما هو عدد عناصر N التي تشملها I؟
2. ما هو عدد عناصر $\mathbb{Z}$ التي تشملها I؟
3. ما هو عدد عناصر $\mathbb{Q}$ التي تشملها I؟

نقبل أن مجموعة الأعداد الحقيقية هي مجموعة فواصل نقط مستقيم مزود بمعلم خطي $(O;I)$ العدد الحقيقي 0 هو فاصلة المبدأ O و العدد الحقيقي 1 هو فاصلة النقطة I. نكتب: $O(0)$ و $I(1)$.

نشاط 2: على مستقيم (d) مزود بمعلم خطي $(O;I)$ وباستعمال مسطرة غير مدرجة و مدور، علم (أنشىء) النقط ذوات الفواصل: $-5; -3; -1; 0; 1; 3; 5; \frac{42}{6}$ ثم النقط ذوات الفاصل: $\sqrt{3}; \sqrt{2}; \frac{7}{5}$.

حل النشاط 2: (d) مستقيم مزود بمعلم خطي $(O;I)$.

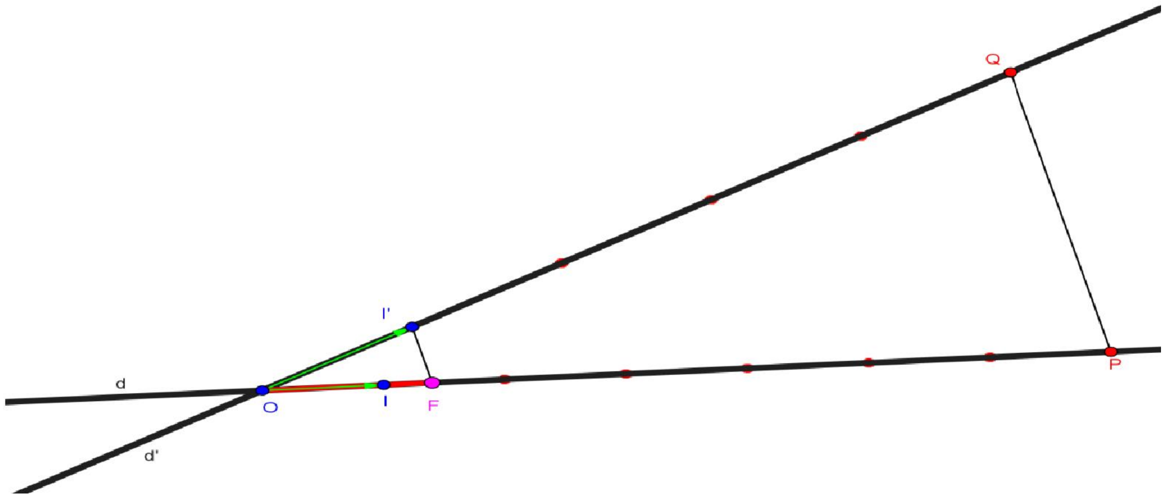
إنشاء النقط ذوات الفواصل: $-5; -3; -1; 0; 1; 4; \frac{11}{2}; \frac{11}{4}$.



إنشاء النقطة ذات الفاصلة: $\frac{7}{5}$

طريقة إنشاء النقطة ذات الفاصلة $\frac{7}{5}$:

- لتكن $P(7)$ نقطة من المستقيم (d).
- (d') مستقيم مزود بمعلم خطي $(O;I')$ ويقطع المستقيم (d) في النقطة O.
- $Q(5)$ نقطة من المستقيم (d').
- المستقيم الموازي للمستقيم (PQ) و الذي يشمل النقطة I' يقطع المستقيم (d) في نقطة F.



بتطبيق مبرهنة طالس نجد: $\frac{OI'}{OQ} = \frac{OF}{OP}$ أي: $\frac{1}{5} = \frac{OF}{7}$ ومنه: $OF = \frac{7}{5}$ إذن النقطة F فاصلتها هي $\frac{7}{5}$.

ملاحظة: العدد الناطق هو عدد قابل للإنشاء.

إنشاء النقط ذوات الفواصل: $\sqrt{2};\sqrt{3}...$

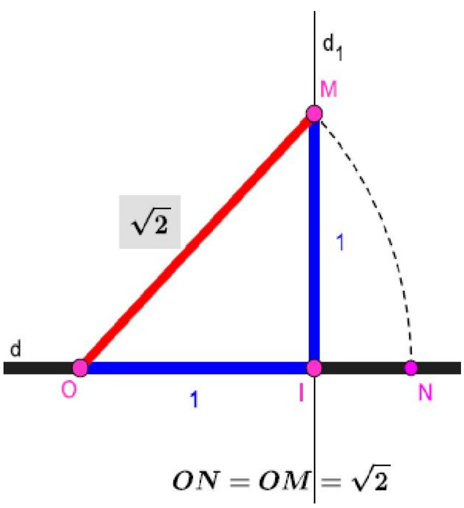
نلاحظ أن: $\left(\sqrt{2}\right)^2 - (1)^2 = 1$ أي: $\left(\sqrt{2}\right)^2 = (1)^2 + (1)^2$.

ليكن (d_1) المستقيم العمودي على (d) في النقطة I و M نقطة من (d) بحيث يكون $OI = OM$.

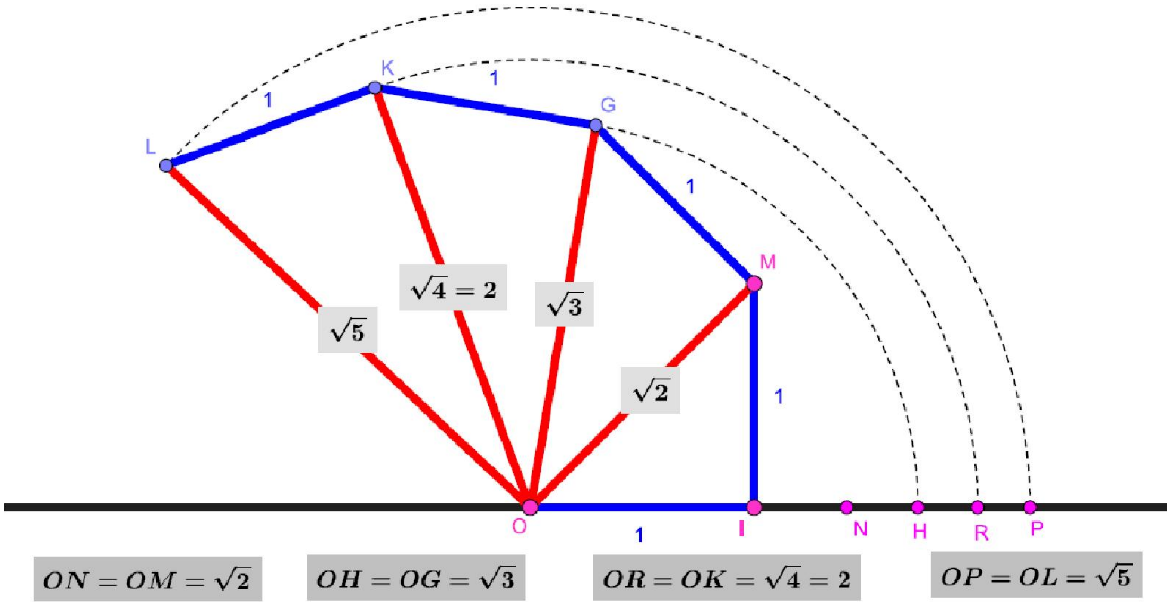
بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد: $(OM)^2 = (OI)^2 + (IM)^2$

بأخذ: $OI = IM = 1$ نجد: $OM^2 = 2$ ومنه $OM = \sqrt{2}$

ننشئ باستعمال المدور النقطة $N\left(\sqrt{2}\right)$ على المستقيم (d) بحيث يكون: $ON = OM$.



بنفس الطريقة السابقة ننشئ النقط ذوات الفواصل $\sqrt{3}\,;\sqrt{5}......$:



تطبيق رقم 05: n عدد حقيقي أكبر تماما من 1. نعتبر المثلث الذي اطوال أضلاعه هي: $\sqrt{n}$ ، $\frac{n-1}{2}$ و $\frac{n+1}{2}$.

1. ما نوع هذا المثلث ؟
2. أنشئ المثلث في كل حالة من الحالات التالية: $n=2$ ، $n=3$ ، $n=4$ و $n=5$.
3. استنتج طريقة لإنشاء قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{13}$.

نشاط 3: الكتابة العشرية لعدد ناطق: أكتب العدد الناطق $\frac{204}{132}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال ثم باستعمال القسمة اليدوية أحسب قيمته. ماذا تلاحظ فيما يخص الأعداد بعد الفاصلة؟

حل النشاط 3: لدينا: $\frac{204}{132} = \frac{17}{11} = 1,54545454545454....$.

الملاحظة: نلاحظ أن العدد 54 يتكرر بعد الفاصلة.

القيمة $1,54545454545454....$ **تسمى الكتابة العشرية الدورية للعدد** $\frac{204}{132}$ **ودورها هو 2.**

نكتب: $\frac{204}{132} = \frac{17}{11} = 1,54545454545454.... := 1,\underline{54}$.

خاصية 1: كل عدد ناطق يقبل كتابة وحيدة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

خاصية 2: يتميز كل عدد ناطق بكتابة عشرية تتضمن دورا.

تطبيق رقم 06: تمرين رقم 16 صفحة 19: تعطى قائمة لأعداد: $3,503$ ؛ 10^{-3} ؛ -10^{3} ؛ $3\,587$ ؛ 4×10^{-2} ؛ π ؛ $-\frac{3}{100}$ ؛ $-\frac{22}{7}$ ؛ $3,14$ ؛ $\sqrt{0,25}$ ؛ $\frac{1}{3}$ ؛ $-\frac{21}{6}$ ؛ $\frac{2}{\pi}$ ؛ $\sqrt{\pi}$ ؛ $\sqrt{\sqrt{16}}$ ؛ 0 .

1. ما هي الأعداد العشرية ؟
2. ما هي الأعداد الناطقة غير العشرية ؟ 3. ما هي الأعداد غير الناطقة ؟

تطبيق رقم 07: تمرين رقم 19 صفحة 19: اكتب كلا من العددين الناطقين التاليين على شكل كسر غير قابل للإختزال:

$$A = 0,\underline{027}... \text{ و } B = 34,1\underline{456}...$$

حل التطبيق رقم 07:

$A = 0,\underline{027}....$ معناه:

$A = 0,027027027027....................(1)$

نضرب طرفي المساواة (1) في 1000 نجد:

$1000 \times A = 027,027027027....................(2)$

$1000 \times A = 027 + 0,027027027....................(3)$

$1000 \times A = 027 + A....................(4)$

نضيف $-A$ إلى طرفي المساواة (4) نجد:

$999 \times A = 027....................(5)$

بقسمة طرفي المساواة (5) على 999 نجد:

$$A = \frac{27}{999} = \frac{1}{37}$$

لدينا: $B = 34,1\underline{456}...$ أي: $10 \times B = 341,\underline{456}...$

ومنه:

$10 \times B = 341 + 0,\underline{456}....................(6)$

نضع: $x = 0,\underline{456}...$ أي: $x = 0,456456456456...$.

بتطبيق الطريقة المتبعة بالنسبة للعدد A على العدد x نجد:

$$x = \frac{456}{999} = \frac{152}{333}$$

بالتعويض في المساواة (6) نجد: $10 \times B = 341 + \frac{152}{333}$

ومنه:

$$B = \frac{113705}{3330} = \frac{22741}{666}$$

III. القوى الصحيحة و خواصها

تعريف: a عدد حقيقي كيفي و n عدد طبيعي غير معدوم. العدد a^n المعرف ب: $a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n\text{عاملا}}$، يسمى القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a.

أمثلة: $7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 16807$، $\left(\frac{-1}{4}\right)^4 = \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{+1}{256}$.

اصطلاح: من أجل كل عدد غير معدوم a نضع: $a^0 = 1$

من أجل كل عدد غير معدوم a و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

مثـــال: $0,0001=\frac{1}{10000}=\frac{1}{10\times10\times10\times10}=\frac{1}{10^4}=10^{-4}$ ،

و من أجل كل عدد غير معدوم a: $a^{-1}=\frac{1}{a}$.

نتـائج: من أجل كل عددين حقيقيين a و b و من أجل كل عددين صحيحين نسبيين n و m لدينا:

- ✓ $a^n\times a^m=a^{n+m}$ مثل: $(-3)^4\times(-3)^2=(-3)^{4+2}=(-3)^6=(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)=729$.
- ✓ $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ مثل: $\frac{5^2}{5^3}=5^{2-3}=5^{-1}=\frac{1}{5}$.
- ✓ $\left(a^n\right)^m=a^{n\times m}$ مثل: $\left(10^2\right)^{-4}=10^{2\times(-4)}=10^{-8}=\frac{1}{10^8}=0,00000001$.
- ✓ $(a\times b)^n=a^n\times b^n$ مثل: $(11\times13)^3=11^3\times13^3=2924207$.
- ✓ $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ مثل: $\left(\frac{-10}{0,5}\right)^3=\frac{(-10)^3}{(0,5)^3}=-8000$.

تطبيق رقم 08: تمرين رقم 29 صفحة 20: اختصر العبارات التالية:

$$A=\left(2^3\times2^{-4}\right)^2\times\left(3^3\right)^2\times3^{-5};B=2^3\times2^4\times2^{-5};C=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times3^3;D=\left(2^3\times3^2\right)^2;$$

$$E=\left(-\frac{1}{3}\right)^2\times5^{-2}\times\left(\frac{3}{5}\right)^3;F=\left(\frac{2}{7}\right)^4\times\left(\frac{7}{4}\right)^2\times\left(\frac{-49}{2}\right)^3;G=\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\times\left(\frac{3}{4}\right)^4\times\left(\frac{27}{4}\right)^{-1}$$

تطبيق رقم 09: تمرين رقم 31 صفحة 20: حدد إشارة ثم اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال كلا من العبارتين:

$$A=\frac{12^5\times35^{-2}}{49^{-3}\times21^4}\ ؛\ B=\frac{(-5)^3\times(-8)^3\times(-9)^2}{(15)^2\times(12)^2}$$

تطبيق رقم 10: تمرين رقم 32 صفحة 20: نعتبر العدد: $A=987891236^2-987891235^2$.

1. احسب بالاستعانة بالحاسبة العدد A.
2. برّر، بالتمعن في رقم الآحاد، أنّ هذه النتيجة خاطئة.
3. ضع $a=987891236$. عبّر عن A بدلالة a ثمّ استنتج القيمة المضبوطة للعدد A.

IV. الجذور التربيعية

تعريـف: a عدد حقيقي موجب. الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a هو العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a.

مثال: نعلم أن: $3^2=9$ ومنه الجذر التربيعي للعدد 9 هو العدد الموجب 3.

تنبيه: $(-3)^2=9$ لا يعني أن الجذر التربيعي للعدد 9 هو العدد -3.

ترميز: نرمز إلى الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a بالرمز: $\sqrt{a}$. (في المثال السابق: $3^2 = 9$ معناه $3 = \sqrt{9}$).

خواص: a و b عددان حقيقيان موجبان. لدينا:

- ✓ $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ مثل: $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$.
- ✓ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ مثل: $\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 25} = \sqrt{2} \times \sqrt{25} = 5\sqrt{2}$.
- ✓ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ مثل: $\frac{1}{4} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{16}} = \sqrt{\frac{1}{16}}$.

تطبيق رقم 11: تمرين رقم 40 صفحة 20. انشر ثم اختزل:

$$\left(1+\sqrt{2}\right)^2 \text{ ؛ } \left(2\sqrt{5}+3\right)^2 \text{ ؛ } \left(1-5\sqrt{2}\right)^2 \text{ ؛ } \left(7-\sqrt{3}\right)\left(7+\sqrt{3}\right) \text{ ؛ } \left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)\times 2\sqrt{2}$$

تطبيق رقم 12: تمرين رقم 37 صفحة 20: احسب:

$$E = \left(\frac{12+25\sqrt{6}}{6}\right) \div \left(1+\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{1}{\sqrt{6}}+\sqrt{24}\right)$$

تطبيق رقم 13: تمرين رقم 43 صفحة 20: a و b عددان حقيقيان يحققان: $a+b=1$ و $a^2+b^2=2$ ... (1)

1. احسب ab.
2. برهن أنّ a^4+b^4 عدد عشري.
3. برهن بالحساب أنّ $a = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ و $b = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ يحققان الشرطين (1).

V. الأعداد الأولية

تعريف: a عدد طبيعي أكبر تماما من العدد 1 (أي $a \geq 2$).

نقول عن العدد a أنه أولي إذا قبل – بالضبط – قاسمين طبيعيين مختلفين هما: 1 و العدد نفسه a.

نشاط 4: رقم 6 صفحة 3.

1. عين من بين الأعداد الآتية الأعداد الأولية: 0، 1، 12، 29.
2. ما هو أصغر عدد أولي؟
3. عين قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 20.
4. باستعمال غربال إراطوستان، أكتب مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من 100.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

حل النشاط 4:

1. الأعداد 0، 1 و 12 ليست أولية لكن 29 هو عدد أولي.
2. العدد 2 هو أصغر عدد أولي.
3. قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 20 هي: $\{2;3;5;7;11;13;17;19\}$.
4. غربال إراطوستان يسمح بتعيين قائمة الأعداد الأولية الأصغر من عدد طبيعي كيفي n وذلك باتباع الطريقة:
   - نحتفظ بالعدد 2 الذي هو عدد لأولي ثم نشطب كل مضاعفاته.
   - نعيد العمل مع جميع الأعداد الأولية الأصغر من أو تساوي $\sqrt{n}$.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

قائمة الأعداد الأولية الأصغر من 100 هي:

$$\{2;3;5;7;11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47;53;59;61;67;71;73,79;83;89;97\}$$

طريقة 01: إختبار أولية عدد طبيعي.

مثال 1: العدد 234 ليس أوليا لأنه يقبل القسمة على 2.

مثال 2: نختبر إن كان العدد 259 يقبل القسمة على الأعداد الأولية حسب ترتيبها في قائمة الأعداد الأولية الأولى.

العدد 259 يقبل القسمة على	2	3	5	7
	لا	لا	لا	نعم

العدد 259 يقبل القسمة على 7 ومنه العدد 259 ليس أوليا.

مثال 3: لنختبر أولية العدد 257. ندرس قابلية قسمة العدد 257 على الأعداد الأولية الأصغر من أو تساوي $\sqrt{257}$. ($\sqrt{257} \approx 16,03 < 17$).

العدد 257 يقبل القسمة على	2	3	5	7	11	13
	لا	لا	لا	لا	لا	لا

العدد 257 لايقبل القسمة على الأعداد الأولية 2، 3، 5، 7، 11، 13 ومنه العدد 257 هو عدد أولي.

طريقة 02: تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية.

مبرهنة: كل عدد طبيعي غير أولي و أكبر تماما من 1 يكتب على شكل جداء أعداد أولية.

مثال: العدد 1801800 ليس أوليا و لدينا: $1801800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13$.

$$\begin{array}{l|l} 1801800 & 2 \\ 900900 & 2 \\ 450450 & 2 \\ 225225 & 3 \\ 75075 & 3 \\ 25025 & 5 \\ 5005 & 5 \\ 1001 & 7 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ \boxed{1} & \end{array} \Longrightarrow 1801800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \Longleftarrow \left\{ \begin{array}{l} 1801800 = 2 \times 900900 \\ 900900 = 2 \times 450450 \\ 450450 = 2 \times 225225 \\ 225225 = 3 \times 75075 \\ 75075 = 3 \times 25025 \\ 25025 = 5 \times 5005 \\ 5005 = 5 \times 1001 \\ 1001 = 7 \times 143 \\ 143 = 11 \times 13 \\ 13 = 13 \times \boxed{1} \end{array} \right.$$

ملاحظة: نستعمل التحليل إلى جداء عوامل أولية لاختزال الكسور و توحيد المقامات، و كذلك للبحث عن القاسم المشترك الأكبر PGCD و المضاعف المشترك الأصغر PPCM.

حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين: لإيجاد $PGCD(a;b)$ القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين a و b نحلل كلا من a و b إلى جداء عوامل أولية ثم نأخذ جداء العوامل المشتركة و بأصغر أس.

حساب المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين: لإيجاد $PPCM(a;b)$ المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين a و b نحلل كلا من a و b إلى جداء عوامل أولية ثم نأخذ جداء العوامل المشتركة و غير المشتركة و بأكبر أس.

مثال تطبيقي: لنحسب $PGCD(2520;9828)$ و $PPCM(2520;9828)$.

بعد تحليل العددين 2520 و 9828 إلى جداء عوامل أولية نجد:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \\ \text{و} \\ 9828 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \times 13 \end{array} \right.$$

ومنه:

$$\left\{ \begin{array}{l} PGCD(2520;9828) = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252 \\ \text{و} \\ PPCM(2520;9828) = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 13 = 98280 \end{array} \right..$$

تطبيق رقم 14: تمرين رقم 61 صفحة 22. نعتبر العبارة: $P(n) = n^2 + n - 41$، حيث n عدد طبيعي.

1. **احسب $P(0)$؛ $P(1)$؛ $P(2)$؛ $P(3)$؛ $P(4)$.**
2. **بيّن أنّ الأعداد الناتجة أولية.**
3. **هل العبارة تعطي دائما أعدادا أولية ؟**

تطبيق رقم 15: تمرين رقم 65 + 66 صفحة 22: اختزل باستعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية:

$$\frac{48}{75} \text{ ؛ } \frac{180}{126} \text{ ؛ } \frac{585}{1275} \text{ ؛ } \frac{17303}{792} \text{ ؛ } \frac{(-4)^2(-25)^3}{36 \times 10^2} \text{ ؛ } \frac{6\sqrt{288} \times \sqrt{75}}{\sqrt{90} \times \sqrt{20}}$$

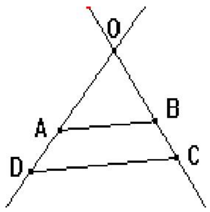
تطبيق رقم 16: الخاصية المميزة لعدد عشري:

1. ليكن x عددا ناطقا مكتوبا على شكله غير القابل للاختزال.
بين أنه يكون x عددا عشريا إذا وفقط إذا كان تحليل مقامه q إلى جداء عوامل أولية لا يشمل إلا العاملين 2 أو 5 بمعنى: $q = 2^{\alpha} \times 5^{\beta}$ (حيث α و β عددان طبيعيان).

2. عيّن من بين الأعداد الناطقة التالية الأعداد العشرية: $\frac{3}{2}$ ؛ $-\frac{13}{12}$ ؛ $\frac{15}{4}$ ؛ $\frac{71}{25}$ ؛ $-\frac{32}{105}$ ؛ $\frac{33}{375}$ ؛ $\frac{1}{2000}$.

VI. القيم المقربة لعدد حقيقي:

نشاط 5: رقم 4 صفحة 3: ضرورة استعمال الحساب المضبوط في البرهان



في الشكل المقابل، لدينا: $OA = 1,45\ cm$ ، $OB = 1,2\ cm$ ، $OC = 1,82\ cm$ و $OD = 2,2\ cm$.

1. أعد رسم الشّكل باحترام الأبعاد المعطاة.
2. هل المستقيمان (AB) و (DC) متوازيان ؟ برّر إجابتك.

حل النشاط 5:

لدينا:
$$\begin{cases} \frac{OA}{OD} = \frac{1,45}{2,2} = \frac{145}{220} = \frac{145}{2^2 \times 5 \times 11} = \frac{145 \times 7 \times 13}{2^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13} = \frac{13195}{20020} \\ \text{و} \\ \frac{OB}{OC} = \frac{1,2}{1,82} = \frac{120}{182} = \frac{120}{2 \times 7 \times 13} = \frac{120 \times 5 \times 11}{2^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13} = \frac{6600}{20020} \end{cases}$$
أي: $\frac{OA}{OD} \neq \frac{OB}{OC}$.

ومنه حسب المبرهنة العكسية لمبرهنة طالس المستقيمان (AB) و (DC) غير متوازيين.

1. مدور عدد حقيقي:

تعريف: A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري، وليكن d رقمه العشري ذو الرتبة $p+1$. نسمّي مُدوّر A إلى 10^{-p} العدد الذي نحصل عليه كما يلي:

. إذا كان $d \geq 5$ ، نأخذ العدد A بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p ، ونضيف 1 إلى هذا الرقم.

. إذا كان $d < 5$ ، نأخذ العدد A بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p .

مثال:

العدد A	الشكل العشري	المدور إلى 10^{-3}	المدور إلى 10^{-2}	المدور إلى 10^{-1}	المدور إلى الوحدة
$\frac{161}{19}$	$8,47368421$	$8,474$	$8,47$	$8,5$	8
$\sqrt{13}$	$3,605551275$	$3,606$	$3,61$	$3,6$	4
π	$3,141592654$	$3,142$	$3,14$	$3,1$	3

2. الكتابة العلمية لعدد عشري:

تعريف: كتابة عدد عشري على الشكل العلمي، تعني التعبير عنه بالشكل $a \times 10^n$ (أو $-a \times 10^n$) حيث a عدد عشري

يحقق: $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

مثال: العدد 123456789000000 كتابته العلمية هي: $1,23456789 \times 10^{14}$.

العدد $0,00000137$ كتابته العلمية هي: $1,37 \times 10^{-6}$.

3. رتبة مقدار عدد عشري:

تعريف: رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على الشكل العلمي $a \times 10^n$ (أو $-a \times 10^n$) هو العدد $k \times 10^n$ (أو $-k \times 10^n$) حيث k هو مدور العدد a إلى الوحدة.

مثال:

العدد العشري A	الكتابة العلمية للعدد A	رتبة مقدار العدد A
$-6745,4598$	$-6,7454598 \times 10^3$	-7×10^3
$0,0003234$	$3,234 \times 10^{-4}$	3×10^{-4}

✓ **تطبيق رقم 17: تمرين رقم 46 صفحة 21:**

احسب بالاستعانة بالحاسبة المدور إلى 10^{-5}، 10^{-4}، 10^{-3}، 10^{-2}، 10^{-1} وإلى الوحدة لكل من الأعداد التالية :

$$\frac{3\sqrt{7}-9}{2}; \cos(80^\circ); \frac{\pi}{60}; \frac{2000}{7}$$

✓ **تطبيق رقم 18: تمرين رقم 48 صفحة 21:**

من بين الأعداد التالية، عيّن الأعداد المكتوبة على الشكل العلمي ثم اكتب الأعداد الأخرى على هذا الشكل:

12×10^{-3} ؛ $6,5 \times 10^5$ ؛ $5,03 \times 10^{-4}$ ؛ $-34,56 \times 10^{-2}$

✓ **تطبيق رقم 19: تمرين رقم 50 صفحة 21:**

اكتب على الشكل العلمي العدد : $A = 9 \times 10^{-3} + 0,4 \times 10^{-2} - 9 \times 10^{-4}$ (دون الحاسبة).

✓ **تطبيق رقم 20: تمرين رقم 51 صفحة 21:**

تقدر سرعة الضوء بـ $3 \times 10^8\ m.s^{-1}$ والمسافة المتوسطة بين الأرض والشمس بـ: $149 \times 10^6\ km$.

أحسب الزمن اللازم لإشارة ضوئية معطاة من الأرض للوصول إلى الشمس.

✓ **تطبيق رقم 21: تمرين رقم 49 صفحة 21:**

أكتب الأعداد التالية على الشكل العلمي ثمّ أعط رتبة مقدار هذه الأعداد:

$251,3$ ؛ $0,095$ ؛ $27,31 \times 10^3$ ، 150×10^{-3}

✓ **تطبيق رقم 22: تمرين رقم 52 صفحة 21:**

تعريف: لحساب رتبة مقدار جداء عددين (حاصل قسمة عددين) نحسب جداء (حاصل قسمة) رتبتي مقداري العددين ثم نأخذ رتبة مقدار الناتج.

أعط رتبة مقدار نتيجة كل عدد مما يلي:

$851,7 \times 0,0018 \times 0,073$ ، $0,05 \times 1200 \times 10^{-3}$ ، $\dfrac{181,47}{78,956}$

✓ **تطبيق رقم 23: تمرين رقم 53 صفحة 21:**

ردا على سؤال يتعلق بإيجاد عدد ذرات النحاس الموجودة في $1\ mm^3$ من النحاس، كانت الإجابة هي العدد $8,5 \times 10^{19}$.

ما هو رأيك في هذه الإجابة ؟ إذاعلمت أنّ كتلة ذرة النحاس هي $1,05 \times 10^{-25}\ kg$ وكتلة $1\ mm^3$ من هذا المعدن هي $8,96 \times 10^{-6}\ kg$.

- ✓ **تطبيق رقم 24: تمرين رقم 54 صفحة 21:**

a و b عددان لهما على الترتيب كرتبة مقدار: 7×10^{8} و 6×10^{-15}.

1. عيّن رتبة مقدار a^2، b^2 ثم a^2b^2.
2. عيّن رتبة مقدار ab و $(ab)^2$. ماذا تستنتج ؟