المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : المجموعات الأساسية للأعداد
الكفاءات المستهدفة : التمييز بين مختلف الأعداد – التحكم في الحساب

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التمييز بين مختلف الأعداد	النشاط النشاط رقـم 01 الصـــفحة 02 من الكـــتاب المدرسي 1. مجموعة الأعداد الطبيعية التعريف 0؛1؛2؛3........ أعداد طبيعية. نرمز إلـــى مجموعـــة الأعداد الطبيعية بالرمز N. أمثلة: • العدد 2 ينتمي إلى مجموعة الأعداد الطبيعية نكتب $2 \in N$ ونقرأ (2 ينتمي إلى N) • العدد (-2) لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد الطبيعية نكتب $-2 \notin N$ ونقرأ ((-2) لا ينتمي إلى N). ملاحظة: • أصغر عدد في المجموعة N هـــو العدد 0. • المجموعةN مجموعة غير منتهية.
معرفة واستعمال خواص الأعداد الطبيعية و الصحيحة النسبية	2.مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية. التعريف ......-3؛-2؛-1؛0؛1؛2؛3؛..... أعداد صحيحة نسبية (سالبة ، معدومة، موجبة). نرمز إلـــى مجموعـــة الأعداد الصحيحة النسبية بالرمز z مثلة: • لدينا $2 \in z$ • $0.5 \notin z$ ملاحظة: كل عدد طبيعي هو عدد صحيح نسبي أي المجموعةN هي جزء من المجموعة z نكتب $N \subset z$ ونقرأ N محتواة فيz .

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : المجموعات الأساسية للأعداد
الكفاءات المستهدفة : التحكم في الحساب على الكسور

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
3.مجموعة الاعداد العشرية: التعريف العدد العشري هو العدد الذي يمكن كتابته عـــلـى الشكل التالي: $\frac{p}{10^n}$ حيث p عدد صحيح نسبي و n عدد طبيعي؛ نرمز إلى مجموعة الأعداد العشرية بالرمز: D أمثلة: $\frac{1}{5}$ عدد عشري لأن: $\frac{2}{10}$ ، 0.03عدد عشري لأن: $\frac{3}{100}=0.03$ ، 5 عدد عشري لأن $5=\frac{5}{10^0}$ $(10^0=1)$. $\frac{11}{7}$ ليس عدد عشري لأنه لا يمكن كتابته علـــى الشكل العشري $\frac{p}{10^n}$. ملاحظات: 1.يمكن كتابة العدد على شكل عدد بالفاصلة يتكون من جزء صحيح وجزء عشري منته. تذكير ......الجزء العشري....الجزء الصحيح 2.كل عدد صحيح هـــو عدد عشـــري.ومنه $Z\subset D$ طريقـــــة لمعرفة إن كان عدد ما عدد عشريا أم غير عشري. نكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال؛إذا أمكن كتابة مقام هذا الكسر على الشكل $2^n\times5^m$ فالعدد عشري.و إن لم يمكن فإنه ليس عشري. أو ننجز عملية القسمة البسط على المقام إذا تحصلنا على عدد جزؤه العشري منته فهو عدد عشري و إلا فهو غير عشري مثال العدد $\frac{3}{160}$ عدد عشري لأن $160=2^2\times5^3$ $\frac{1}{3}$ عدد غير عشري لأن مقامه هو 3	التعرف على الأعداد العشرية

الانتقال من الكتابة العشرية الى الكتابة الكسرية والعكس

ممارسة وإتقان الحساب بكل أنواعه في مجموعة الأعداد الحقيقية

4.مجموعة الأعداد الناطقة:

العدد الناطق هو العدد الذي يمكن كتابته على الشكل $\frac{p}{q}$ حيث p عدد صحيح نسبي و q عدد صحيح غير معدوم.

نرمز إلى مجموعة الأعداد الناطقة بالرمز Q.

أمثلة: $\frac{1}{3}$ عدد ناطق $\frac{7}{10}$

طريقة الانتقال من الكتابة الكسرية إلى الكتابة العشرية

للانتقال من الكتابة العشرية للعدد a إلى الكتابة الكسرية نتبع الخطوات التالية:

- نحسب عدد أرقام الدور الموجودة في الجزء العشري وليكن مثلا n عدد أرقام الدور.
- نضرب العدد a´ في العدد 10^n (nعدد أرقام الدور)
- نكتب $(10^na\text{-}a)$ بطريقتين مختلفتين.
- باستعمال الكتابتين المختلفتين لـــ $10^na\text{-}a$ نشكل معادلة ذات المجهول a.

مثال:

لنكتب العدد التالي 12.56565656 على الشمل الكسرى

$100a\text{-}a=1256.565656\text{-}12.565656565656=1244$

ومن جهة أخرى $100a\text{-}a= 99a$

ومن 1 و 2 نستنتج ما يلي :

$99a=1244$

أي $a=\frac{1244}{99}$

الانتقال من الكتابة الكسرية إلى الكتابة الكسرية

للانتقال من الكتابة الكسرية إلى الكتابة العشرية يكفي إجراء عملية القسمة البسط على المقام

خاصية2 :

كل عدد ناطق يقبل كتابة وحيدة على شكل كسر غير قابل للاختزال $\frac{p}{q}$ حيث p عدد صحيح نسبي و q عدد صحيح غير معدوم .

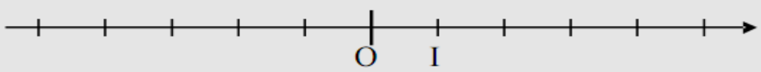
ملاحظة:

كل عدد عشري هو عدد ناطق أي $D \subset Q$

العدد غير الناطق يسمى عدد أصم.

5.مجموعة الاعداد الحقيقية:

نسمي عدد حقيقي كل عدد ناطق أو أصم. ومجموعة الأعداد الحقيقية هو كذلك مجموعة فواصل نقط مستقيم مزود بمعلم (O ;I) العدد الحقيقي 0 هو فاصلة المبدأ O و العدد 1 هو فاصلة النقطة I.



نرمز إلى مجموعة الأعداد الحقيقية بالرمز R.

ملاحظة:

R^+ هي مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ، R^- رمز لمجموعة الأعداد الحقيقية السالبة، R^* مجموعة الأعداد الحقيقية غير معدومة.

مقارنة مجموعة الأعداد.

$$N \subset Z \subset D \subset Q \subset R$$

تمارين منزلية : 15، 19، 16ص19

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : القوى الصحيحة
الكفاءات المستهدفة : ألتحكم في الحساب على القوى الصحيحة

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
استعمال وتوظيف خواص القوى	

الأنشـــطة:

التمـرين رقـم 27 صفـحة 19 من الكتاب المدرسي .

التمـرين رقـم 29 صفـحة 20 من الكتاب المدرسي .

التمـرين رقـم 28 صفـحة 20 من الكتاب المدرسي .

2. الـــقـــوى الصحـــيحة

1.2.التعريف :

- a عدد حقيقي كيفي و n عدد طبيعي غير معدوم، نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a، العدد a^n حيث:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ عاملا}}$$

- من أجل كل عدد حقيقي a : $a^1 = a$
- من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم و n عدد طبيعي غير معدوم : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

إصطلاح : من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم : $a^0 = 1$.

أمثلة:

$$5^5 = 5\times5\times5\times5\times5 \quad , \quad 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

2.2.خـــواص

a و b عددان حقيقيان غير معدومين، m و n عددان صحيحان نسبيان.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$.
- $(a^m)^n = a^{m\,n}$.

	• $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ • $(ab)^n = a^n b^n$. • $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

أمثـلة:

$5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6 = 15625$

$(6^2)^3 = 6^{2\times3} = 6^6 = 46656$

$\frac{4^2}{4^5} = 4^{2-5} = 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

$(4\times5)^2 = 4^2\times5^2 = 16 \times 25 = 400$

$(\frac{4}{5})^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$

1.2.2.حالات خاصة:

من أجل كل عدد حقيقيa غير معدوم وكل عدد طبيعي n غير معدوم: $a^n a^{-n} = a^0 = 1$

من أجل كل عدد طبيعي n

- إذا كان n زوجيا فإن $(-1)^n = 1$
- إذا كان n فرديا فإن $(-1)^n = -1$

تدعيم المكتسبات القبلية في ميدان القوى الصحيحة

أمثـلة:

$(-2)^5 = -2^5$, $(-7)^4 = 7^4$

تمارين تدريبية

التمرين رقم 26 صفحة 19 من الكتاب المدرسي
التمرين رقم 31 صفحة 20 من الكتاب المدرسي

تمارين منزلية : رقم 27 ص 19 ، 29 ص20

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــر
الموضوع : الجذور التربيعية
الكفاءات المستهدفة : التحكم في الحساب على الجذور التربيعية

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التحكم في الحساب على الجذور التربيعية	الأنشـــطة:

الأنشـــطة:

- التمرين 33 ص 20 من الكتاب المدرسي.
- أحسب $(1+\sqrt{2})^2$ ثم بسط العبارة $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$
- أحسب $(1-\sqrt{2})^2$ ثم بسط العبارة $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$
- أكتب كلا من النسب التالية: $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ ، $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ ، $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.
- أحسب مقلوب العدد $1+\sqrt{3}$
- أحسب كلا من $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ و $\sqrt{9+16}$

1. التـــعريـــف

a عدد حقيقي موجب .
نسمي الجذر التربيـــعـــي للعدد الحقيقي a العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a ونرمز إليه $\sqrt{a}$.

2. خــواص

- a و b عددان حقيقيان موجبين غير معدومين:

$1/\ (\sqrt{a})^2 = a$ $\qquad$ $2/\ \sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ $\qquad$ $3/\ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

- إذا كـــان a عدد حقيقي سالب فـــإن $\sqrt{a^2} = -a$

مثال :

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$, $\qquad$ $\sqrt{25\times 16} = \sqrt{25}\times\sqrt{16} = 5\times 4 = 20$

$\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$ $\qquad$ $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$, $\sqrt{(-5)^2} = -(-5) = 5$

التـــمريـــن إلى المنزل

الـتـــمـــريـــن رقـــم40 - 42 صـــفـــحـة 20 مـــن الـكـــتـــاب الـمـــدرســـي

تمارين منزلية : رقم 35، 40، 42 ص20

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : القيم المقربة- القيم المضبوطة
الكفاءات المستهدفة : التمييز بين عدد وإحدى قيمه المقربة

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
الأنشـــطة: أقسم العدد 13 على 7 و 29علـــى 13 ماذ تلاحظ ؟. 1. مـــدور عـــدد حـــقيــقي A عدد حقيقي مكتوب علـــى الشكل العشـــري ، وليكن dرقمه العشري ذا الرتبة p +1 نسمي مدور العدد A إلى 10^{-p} العـــدد الذي نحـــصل عليـــه كـــما يـــلي: - إذا كان الرقم العشري ذو الرتبة p +1 أكبر أو يساوي العدد 5 نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p ونضيف 1 إلـــى هذا الرقم. -إذا كان الرقم العشري ذو الرتبة p +1 أصغر من العدد 5 نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلـــى الرقـــم العـــشري الذي رتبته p . مثال : مدور العدد 3.14159265358 إلى الوحدة هو : 3 مدور العدد 3.14159265358 إلى 10^{-3} هو : 3.142 مدور العدد 3.14159265358 إلى 10^{-5} هو : 3.14159 2. الـــكتـــابـــة العـــلمية كتابة عدد عشري على الشكل العلمي، تعني التعبير عنه على الشكل $a\times10^{n}$ أو $-a\times10^{n}$ حيث aعدد عشري يحقق $0\leq a<10$ و n عدد صحيح نسبي. مثال : الكتابة العلمية للعدد 16200000 هي $1,62\times10^{7}$ الكتابة العلمية للعدد 0,000321 هي $3,21\times10^{-4}$ 3. رتبة مـــقـــدار عـــدد عـــشري رتبة مقدار عـــدد عـــشري مكتوب علـــى شكل علمي: $a\times10^{n}$ أو $-a\times10^{n}$ رتبة مقدار عـــدد عـــشري مـــكتوب علـــى الشكل العـــلمي هو العدد $k\times10^{n}$ أو $-k\times10^{n}$ حيث k مدور العـــدد a.	التعامل مع مدور عدد والكتابة العلمية ورتبة مقداره

تزويد التلميذ بأدوات تسمح له بتقدير نتيجة حساب والتأكد من معقوليتها

4. الـقـيم المـضبوطة والـقيم الـمقـربـة

1.3.طرائق

- إيجاد رتبة مقدار عدد -

نتبع الخطوات التالية:

- نكتب العـدد على الشكل العـلمي
- ندور العـدد العشري في كتابته العـلمية إلى العدد الصحيح الأقرب منه ونحتفـظ بالقوة 10

مثـال :

- لدينا 236900000 $236900000 = 2.369 \times 10^9$

إذاً رتبة مقدار العدد 236900000 هـي 2×10^9

- لدينا 0.046 $0.046 = 4.6 \times 10^{-2}$

إذاً رتبة مقدار العدد 0.046 هي 5×10^{-2}

- حساب رتبة مقدار جداء أو حاصل قسمة -

لحساب رتبة مقدار جداء عددين أو حاصل قسمتهما، نحسب جداء أو حاصل قسمة رتبتي مقداري العددين و نأخذ رتبة مقدار الناتج.

مـثال:

1. لنجد رتبة مقدار العدد $(2,5 \times10^2)\times(5.23 \times10^{-4})$

رتبة مقدار العدد $2,5 \times10^2$ هـي 3×10^2

رتبة مقدار العدد $5,23 \times10^{-4}$ هـي 5×10^{-4}

ومنه الجداء هـو $(3\times10^2)\times(5\times10^{-4})$ أي : 15×10^{-2}

و $15\times10^{-2} = 1.5 \times 10^{-1}$ ورتبة مقداره هي 2×10^{-1}

رتبة مقدار العدد $(2,5 \times10^2)\times(5.23 \times10^{-4})$ هـي 2×10^{-1}

2. لنجد رتبة مقدار العدد $\frac{9,12\times10^5}{3,65\times10^3}$

رتبة مقدار العدد $3,65\times10^3$ هـي 4×10^3

رتبة مقدار العدد 9.12×10^5 هـي 9×10^5

ومنه الحاصل $\frac{9\times10^5}{4\times10^3}$ هـو أي : $2,25\times10^2$

ورتبة مقداره هي 2×10^2

رتبة مقدار العدد $\frac{9\times10^5}{4\times10^3}$ هـي 2×10^2

التـمريـن التطبيقي

الـتـمـريـن رقـم 47 صـفـحة 21 من الكـتـاب المـدرسـي

الـتـمـريـن رقـم 48 صـفـحة 21 من الكـتـاب المـدرسـي

الـتـمـريـن رقـم 49 صـفـحة 21 من الكـتـاب المـدرسـي

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبــــــر
الموضوع : الأعداد الأولية
الكفاءات المستهدفة : تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية واستعماله

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
الأنشـــطة: النشاط رقم 06 ص 3 من الكتاب المدرسي 1. التـــعريـــف نسميّ عددا أوليا كلّ عدد طبيعي يقبل ، بالضبط ، قاسمين مختلفين هما: 1 و العدد نفسه مثال : - الأعداد 2، 3، 5، 7، 11 أعداد أولية. - العدد 1 ليس أولي - العدد 9 ليس أولي لأنه يقبل القسمة على 1 ، 3 و نفسه ☜ طريقة : اختبار أولية عدد طبيعي نتبع الطريقة التالية 1.نختبر قابلية قسمة العدد على كلّ من الأعداد الأولية حسب ترتيبها التصاعدي. 2.نتوقف عن عمليات القسمة عند أول باق معدوم أو هندما نصادف أولّ حاصل قسمة أصغر من المقسوم عليه. 3.النتيجة إذا صدفنا الباقي المعدوم يكون العدد غير أولي و إلا فهو أولي. مثال : لندرس أولية العدد 197 انظر الكتاب المدرسي ص 10 ✎ **تمرين إلى المنزل** : ت 57 ص 21 من الكتاب المدرسي.	التعرف على أولية عدد
2.مبرهنه • كل عدد طبيعي غير أولي و أكبر من 2 يُكتب على شكل جداء عوامل أولي مثال : $12 = 2^2 \times 3$ ☜ طريقة: تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية نتبع مايلي 1. نقسم العدد على أصغر عدد اوليّ يكون قاسما له. 2. نقسم حاصل القسمة على أصغر عدد اولي يكون قاسما له 3. نكررّ عمليات القسمة هذه حتى نصل إلى حاصل قسمة يساوي 1. 4. كتابة جداء قوى كلّ هذه القواسم هو تحليل العدد إلى جداء عوامل أولية. مثال : انظر الكتاب المدرسي ص 11 ☜ طريقة: استعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية تستعمل لتعيين الشكل غير القابل للاختزال ايجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين و ذلك بحساب جداء كل العوامل الأولية المشتركة و غير المشتركة في تحليلي هذين العددين مأخوذة مرّة واحدة بأصغر أسّ و كذلك المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين. و ذلك بحساب جداء كل العوامل الأولية الواردة في تحليلي هذين العددين مأخوذة مرّة واحدة بأكبر أسّ	تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية واستعماله

طريقــــة : معرفة إن كان عدد ناطق عددا عشريا لمعرفة إن كان عدد ناطق عدد عشريا أم لا. – نكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال؛إذا أمكن كتابة مقام هذا الكسر على الشكل $2^n \times 5^m$ فالعدد عشري.و إن لم يمكن فإنه ليس عشري. – أو ننجز عملية القسمة البسط على المقام إذا تحصلنا على عدد جزؤه العشري منته فهو عدد عشري و إلا فهو غير عشري مثال: العدد $\frac{3}{160}$ عدد عشري لأن $160 = 2^2 \times 5^3$ ، $\frac{1}{3}$ عدد غير عشري لأن مقامه هو 3. **تمرين إلى المنزل** : ت 20 ص 19 من الكتاب المدرسي التـمريـــن التطبيقي الـــتــمـــريـــن رقـــم 42 صـــفـــحة 20 مـــن الكـــتـــاب المـــدرســـي **تمارين منزلية : رقم 59 ص21 ، 65 ص22**	

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الأعداد القابلة للإنشاء
الكفاءات المستهدفة : توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيثاغورث و طاليس

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
(d) مستقيم مزود بمعلم .(O,I). - أنشيء باستعمال المدور و المسطر غير مدرجة النقطة m من المستقيم (d)التي فاصلتها $\frac{3}{2}$. - أنشيء باستعمال المدور و المسطر غير مدرجة النقطة m من المستقيم (d)التي فاصلتها $\sqrt{3}$. 1. الأعداد القابلة للإنشاء التعريف (d) مستقيم مزود بالمعلم (O ,I).نقول عن العدد x إنه عدد قابل للانشاء إذا تمكنا من إنشاء باستعمال المدور ومسطرة غير مدرجة نقطة من هذا المستقيم فاصلتها x. 2. إنشـــاء الأعداد النـــاطقة 1.2.مبرهنة كل الأعداد الناطقة أعداد قابلة للإنشاء - طريقة إنشاء عدد ناطق - لإنشاء العدد الناطق $\frac{p}{q}$ يمكن أن نستعمل نظرية طاليس و نتبع الخطوات التالية: 1. نـــرســـم (d) مستـــقـــيم مـــزود بمعـــلم .(O,I) . 2. نـــعـــين النقـــطـــة J الـــتي تـــقـــع خــــارج (d) 3. نعلم على المستقيم (OJ) النقطتين C و D التي فاصلتيهما p و q على الترتيب 4. نرسم المستقيم (CM) الذي يـــوازي المستـــقيم (DI) بتطبيق نظرية طالس نجد $\frac{OC}{OD}=\frac{OM}{OI}$ولدينا OI=1 , OD=q, OC=p نتحصل على $OM=\frac{p}{q}$ مثال : إنشاء العدد $\frac{3}{2}$ 1. نرسم (d) مستقيم مزود بمعلم .(O,I) . 2. نعيين النقطة J التي تقع خارج (d)	توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيثاغورث و طاليس

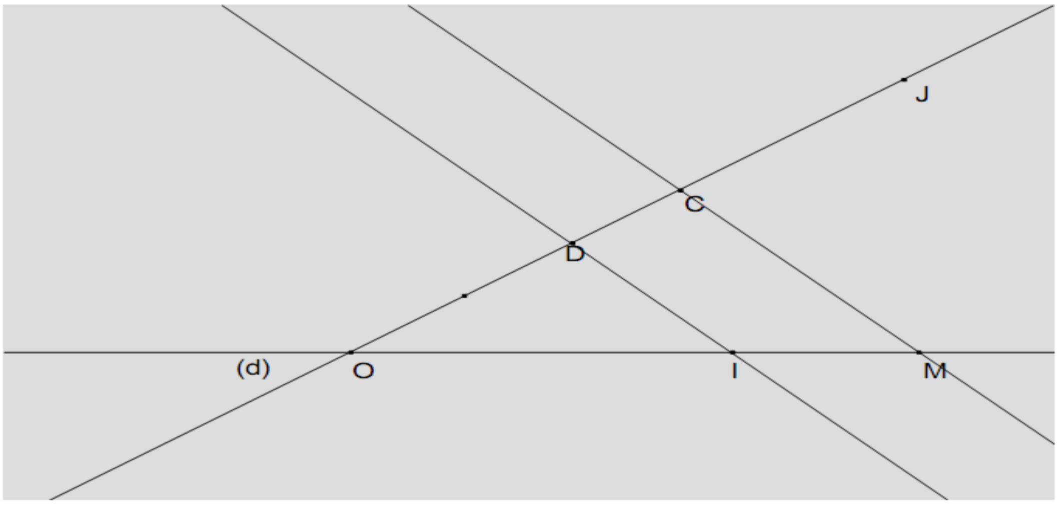
توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيثاغورث و طاليس

3. نعلم على المستقيم (OJ) النقطتين C و D التي فاصلتيهما 3 و 2 على الترتيب

4. نرسم المستقيم (CM) الذي يوازي المستقيم (DI)

بتطبيق نظرية طالس نجد

$\frac{OC}{OD}=\frac{OM}{OI}$ ولدينا OI=1 , OD=2, OC=3 نتحصل على $OM=\frac{3}{2}$



3. إنشاء الأعداد الصمـــاء

1.3 مبرهنة

إذا كان العدد x قابل للانشاء فإن العدد $\sqrt{x}$ عدد قابل للانشاء

- طريقة إنشاء عدد أصم -

لانشاء عدد أصم $\sqrt{x}$ يمكن نتبع الخطوات التالية :

1. نرسم (d) مستقيم المـــــزود بمعلـــم (O,I).
2. نـــعين الـــنقـــطة D من (d) ذات الفاصلة x+1.
3. نـــرســم الـــدائـــرة (c) ذات الــقــطر [OD].
4. نرسم المستقيم (d’) العمودي على (OD) في I
5. لتكـــن Aإحدى نقط تقاطع الدائرة (c) و (d’) و منه الطول $AI=\sqrt{x}$

وباستعمال المدور ننقل الطول AI على المحور (d).

مثال : إنشاء العدد $\sqrt{3}$

1. نرسم (d) مستقيم المزود بمعلم .(O,I).

2. نعين النقطة D من (d) ذات الفاصلة 3+1 أي 4

3. نرسم الدائرة (c) ذات القطر [OD].

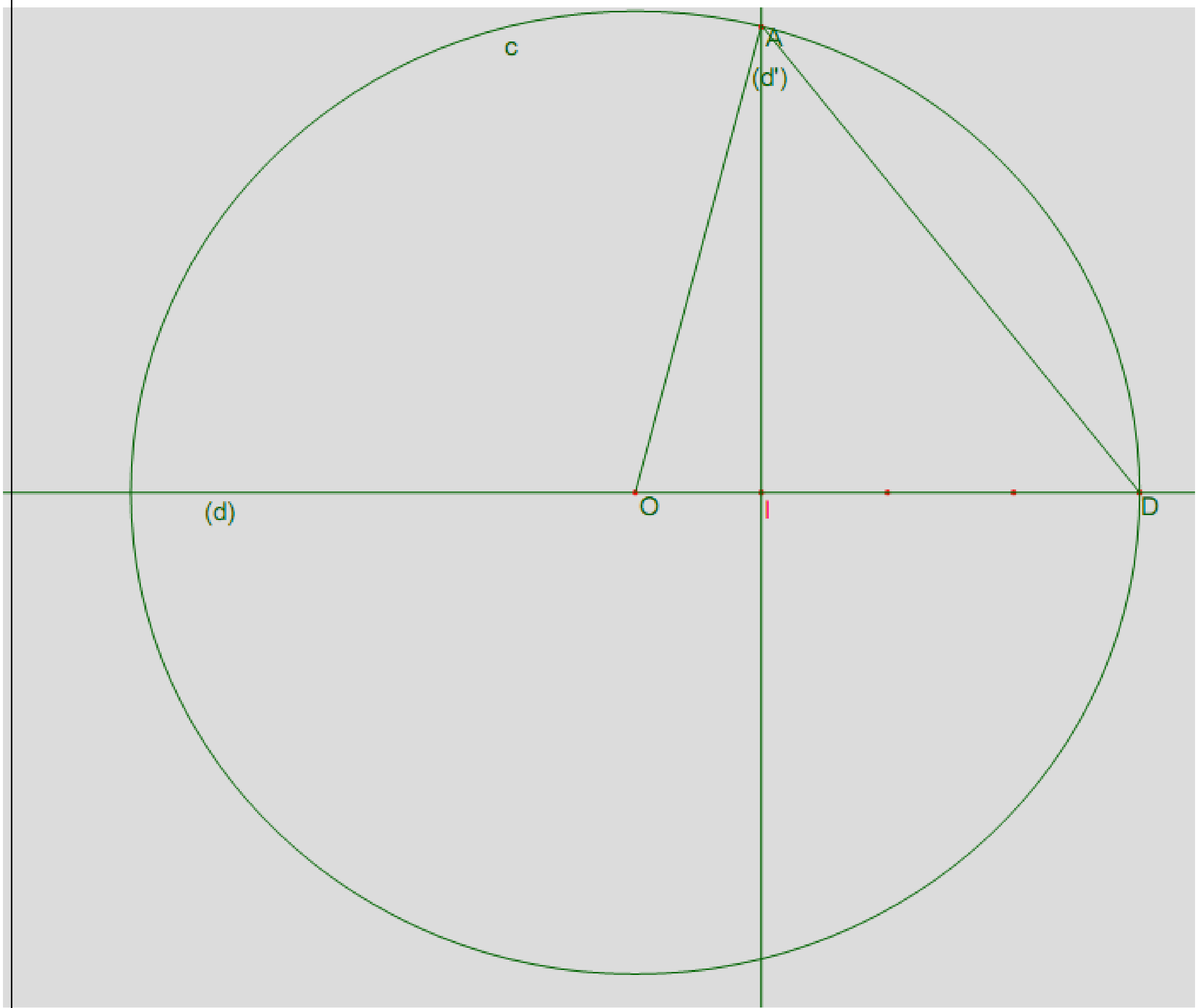
4. نرسم المستقيم (d') العمودي على (OD) في I

5. لتكن Aإحدى نقط تقاطع الدائرة (c) و (d')

الطول AI= $\sqrt{3}$

وباستعمال المدور ننقل الطول AI على المحور (d).

توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيثاغورث و طاليس



تمارين منزلية : رقم80 ص23

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الأعداد و الحاسبة
الكفاءات المستهدفة : التعود على الحاسبة وتوضيح مزايا وحدود الحاسبة

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	التعود على الحاسبة وتوضيح مزايا وحدود الحاسبة

1.تمثيـــل الأعداد فـــــــي الحــــــاسبـــة

نتعامل مع العدد بثلاثة أشكال :

- الـــقيمة المضبوطة.
- الـــقيمة الظاهرة.
- الـــقيمة المخزنة.

مثـــال :

عند استعمال الحاسبة العلمية التي لها سعة إظهار النتائج بعشرة أرقام.بالنسبة إلى $\sqrt{2}$ نجد

$\sqrt{2}$ القيمة المضبوطة.

1,414213562 القيمة الظاهرة.

1,4142136237 القيمة المخزنة.

2.تنـــظيم حســـاب بالـــيد أو بالحــــاسبة

عند إجراء حساب نتبع الخطوات التالية:

- الحسابات داخل لأقواس.
- الحسابات المتعلقة بالقوى و الجذور التربيعية.
- عمليات الضرب و القسمة حسب ترتيب كتابتها.
- عمليات الجمع و الطرح حسب ترتيب كتابتها.

مثـــال:

كتابة برنامج حساب العدد $\dfrac{8^2+2\times5}{2-0.6}$ بالحاسبة:

$\boxed{(}\ \boxed{8}\ \boxed{x^2}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{5}\ \boxed{)}\ \boxed{/}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{-}\ \boxed{0}\ \boxed{.}\ \boxed{6}\ \boxed{)}$

تمارين منزلية : رقم 01، 03 ص15

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الترتيب و المقارنة
الكفاءات المستهدفة : اختيار معيار لمقارنة عددين- ايجاد حصر لعدد حقيقي

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	اختيار معيار لمقارنة عددين

الأنشـــطة:

- النشاط رقم 01 ص 26 من الكتاب المدرسي.
- النشاط رقم 02 ص 26 من الكتاب المدرسي.

1.الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية:

التعريف

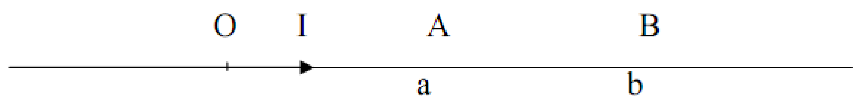
a و b عددان حقيقيان فإن

نقول إن a أكبر من b أو يساويه معناه a-b عدد موجب. نكتب $a \geq b$

نقول إن a أصغر من b أو يساويه معناه a-b عدد سالب.نكتب $a \leq b$

ملاحظة :

1) في محور الأعداد الحقيقية و إذا كان $a \geq b$ و a صورتها A و b صورتها B فإن النقطة A على يمين B.



2) ترتيب الأعداد تصاعديا يعني ترتيب الأعداد من اليسار إلى اليمين ومن الأكبر إلى أصغر عدد و أما ترتيب الأعداد تنازليا يعني ترتيب الأعداد من اليسار إلى اليمين ومن الأصغر إلى أكبر.

3) نقول إن العددين a و b مرتبان نفس ترتيب العددان c و d إذا كان a-b و c-d لهما نفس الاشارة

التعريف

المقارنة مقارنة عددين معناه التصريح بصحة إحدى الحالات التالية:

$a=b$, $a<b$,$a>b$

2.طرائق مقارنة

طريقة مقارنة عددين عشرين

لمقارنة عدديت عشرين نتبع الخطوات التالية:

1) ننظر إلى الإشارة (إن لم نستطيع البث)
2) نقارن جزأيهما الصحيحان (إن لم نستطيع البث)
3) نقارن جزأيهما العشريان

اختيار معيار لمقارنة عددين

مثال :

$3.08< 30.8$ (جزأيهما الصحيحان $3<30$)

$25.564 < 25.57$ (جزأيهما العشريان $564< 570$)

طريقة مقارنة عددان ناطقان بكتابة كسرية:

لمقارنة عددان ناطقان بكتابة كسرية a,b,c أعداد عشرية موجبة تماما.

1) العدادان $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{c}$ لهما نفس الترتيب مع ترتيب العددان a و b .

2) العددان $\frac{c}{a}$ و $\frac{c}{b}$ ترتيبهما متعاكسين مع ترتيب العددان a و b.

مثال :

1) $\frac{5}{11} < \frac{4}{11}$ لان $5 < 4$

2) $\frac{11}{5} > \frac{11}{4}$ لان $5> 4$

مقارنة باستعمال عدد ثالث

مبرهنة

من أجل كل أعداد حقيقية a ، b، c : إذا كـــان $a\leq b$ و $b\leq c$ فإن $a\leq c$

مثال: لنقارن بين $\frac{19}{16}$ و $\frac{26}{27}$ لدينا $\frac{19}{16} > 1$ و $\frac{26}{27}< 1$

ومنه $\frac{19}{16} > \frac{26}{27}$ العدد الثالث الذي أدخلناهـــو 1

ولمقارنة عددين يمكن كذالك دراسة إشارة الفرق أو باستعمال الآلة الحاسبة

التـــمريـــن التطبيقي

الـــتـــمـــريـــن رقـــم 11 صـــفـــحة 43 مـــن الـكـــتـــاب الـمـــدرســـي

الـــتـــمـــريـــن رقـــم 12 صـــفـــحة 43 مـــن الـكـــتـــاب الـمـــدرســـي

الـــتـــمـــريـــن رقـــم 16 صـــفـــحة 43 مـــن الـكـــتـــاب الـمـــدرســـي

الـــتـــمـــريـــن رقـــم 20 صـــفـــحة 43 مـــن الـكـــتـــاب الـمـــدرســـي

تمارين منزلية : رقم 16 ،17 ص43

معرفة قواعد المقارنة وتوظيفها	3.الترتيب و العمليات - الترتيب و الجمع : 1. من أجل كل أعداد حقيقية a,c,b : إذاكان $a\leq b$ فإن $a+c\leq b+c$ 2. من أجل كل أعداد حقيقية a،c،b،d: إذا كان $a\leq b$ و $c\leq d$ فإن $a+c\leq b+d$ - الترتيب و الضرب: a, b, c أعداد حقيقية a,c,b من أجل $c>0$ لدينا : $a\leq b$ يكافئ $ac\leq bc$ من أجل $c>0$ لدينا : $a\leq b$ يكافئ $ac\geq bc$ من أجل كل أعداد حقيقية موجبة a،c،b،d: إذا كان $a\leq b$ و $c\leq d$ فإن $a.c\leq b.d$ 4. قـــواعـــد المقـــارنة مبرهنة: a و b عددان حقيقيان موجبان 1) العددان a^2 و b^2 مرتبان نفس ترتيب العددان aو b 2) العددان $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$ مرتبان نفس ترتيب العددان aو b 3) العددان الموجبان $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ مرتبان عكس ترتيب العددان a و b في هذه الحالة b و a غير معدومين a و b عددان حقيقيان سالبان 1. العددان a^2 و b^2 مرتبان عكس ترتيب العددان aو b 2. العددان السالبان $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ مرتبان عكس ترتيب العددان aو b في هذه الحالة bو a غير معدومين مبرهنة: aعدد حقيقي لدينا: إذا كان $0\leq a\leq 1$ فإن $a^3\leq a^2\leq a$ إذا كان $a\geq 1$ فإن $a^3\geq a^2\geq a$ ملاحظة : تعميم النتيجة إذا كان a محصورا بين 0 و 1 فإن قوى a مرتبة ترتيبا تنازليا إذا كان a أكبر 1 فإن قوى a مرتبة ترتيبا تصاعديا مثال : $a=3$ لدينا $3^3>3^2>3$ من أجل $a=\frac{1}{3}$ لدينا $\frac{1}{3^3}<\frac{1}{3^2}<\frac{1}{3}$ التـــمريـــن التطبيقي : الـــتـــمـــريـــن رقـــم 17 صـــفـــحـــة 43 مـــن الـكـــتـــاب المـــدرســـي الـــتـــمـــريـــن رقـــم 24 صـــفـــحـــة 44 مـــن الـكـــتـــاب المـــدرســـي الـــتـــمـــريـــن رقـــم 29 صـــفـــحـــة 44 مـــن الـكـــتـــاب المـــدرســـي

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الترتيب ـ المجالات
الكفاءات المستهدفة : التعبير عن جزء متصل من R بمجال

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التعبير عن جزء متصل من R بمجال	

1. المجـــالات :

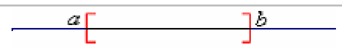
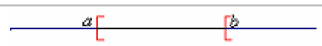
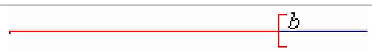
التعريف

a و b عددان حقيقيان حيث $a \le b$

نـــسمي مجالا مغلقا حـــدّاه a و b مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $a \le x \le b$

ونـــرمزإليه بالرمز $[a ; b]$

2. أنواع المجالات

المجال الذي نرمز إليه	هو مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث	تمثيل هذا المجال في مستقيم
$[a ; b]$	$a \le x \le b$	
$]a ; b[$	$a < x < b$	
$]a ; b]$	$a < x \le b$	
$[a ; b[$	$a \le x < b$	
$[a ; +\infty[$	$a \le x$	
$]a ; +\infty[$	$a < x$	
$]-\infty ; b]$	$x \le b$	
$]-\infty ; b[$	$x > b$	

ملاحظة:

1) $-\infty$ تقرأ ناقص ما لانهاية و $+\infty$ يقرأ زائد مالانهاية
2) العددان الحقيقيان a و b يسميان حدي المجال $[a ;b]$
3) المجال $]a ; b[$ يسمى مجالا مفتوحا حداه a و b

التــمريــن التطبيقي

الـتـمــريــن رقــم 33 صــفــحــة 44 مــن الـكــتـــاب المــدرســي
الـتـمــريــن رقــم 35 صــفــحــة 44 مــن الـكــتـــاب المــدرســي

تمارين منزلية :رقم 37 ص45 و 45 ص 45

البحث عن تقاطع واتحاد مجالين

3. العناصر المميزة لمجال

- العدد الحقيقي $\frac{a+b}{2}$ مركز كل من المجالين[a ;b]
- العدد a-b يسمى طول كل من المجالين [a ;b]
- العدد $\frac{b-a}{2}$ نصف قطره [a ;b]

المجال النصف المفتوح أو النصف المغلق ليس له مركز

التمرين التطبيقي

التمرين رقم 42 صفحة 45 من الكتاب المدرسي

4.اتحاد وتقاطع مجالين

تقاطع مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I و J

ونرمز إليها بالرمز $I \cap J$

اتحاد مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I أو J

ونرمز إليها بالرمز $J \cup I$

مثال :

$[-1; 3] \cap]0 ; 5] =]0; 3]$

$[-1; 3] \cup]0 ; 5] = [-1 ;5]$

التمرين التطبيقي

التمرين رقم 37 صفحة 45 من الكتاب المدرسي

التمرين رقم 46 صفحة 45 من الكتاب المدرسي

تمارين منزلية تمارين منزلية :رقم 37 ص45 و 45 ص 45

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : القيمة الطلقة- المسافة- الحصر
الكفاءات المستهدفة : كتابة عبارة تشمل رمز القيمة المطلقة على شكل عبارة مكافئة لها بدون رمز القيمة المطلقة

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
النشاط رقم 04 من الكتاب المدرسي ص 26 4 . القيمة المطلقة: التعريف : xعدد حقيقي ، M نقطة من المستقيم مزود بالمعلم(O,I) فاصلتها x القيمة المطلقة للعدد x هي المسافة OM ، ونرمز إليها بالرمز $\|x\|$, ونكتب ; $\|x\|= OM$ نتيجة : القيمة المطلقة للعدد الموجب a هي a نكتب $a = \|a\|$ القيمة المطلقة للعدد السالب a هي $-a$ نكتب $-a = \|a\|$ خواص: بفرض x و y عددين حقيقيين لدينا : 1) $\|-x\| = \|x\|$. 2) $\sqrt{x^2} = \|x\|$ 3) $\|xy\| = \|x\| \times \|y\|$ 4) $\left\|\frac{x}{y}\right\| = \frac{\|x\|}{\|y\|}$ / $y \neq 0$ 5) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ 5. المسافة مبرهنة إذا كانت A و B تقطنين من المستقيم مزود بمعلم (O, I) فاصلتاهما a ، b على الترتيب فإن $AB=\|a-b\|=\|b-a\|$ مثال : المسافة بين عددين حقيقين. المسافة بين عددين حقيقيين a و b هي العدد $\|a-b\|$ أو ($\|b-a\|$) نكتب: $d(a ;b) =\|b-a\|=\|a-b\|$ التـــمريـــن التطبيقي الـــتـــمـــريـــن رقـــم 62 صـــفـــحة 46 مـــن الـكـــتـــاب المـــدرســـي . **تمارين منزلية: رقم 54 ص 46 و63 ص46**	**التعبير عن جزء متصل من R بمجال او مسافة او قيمة مطلقة**

طرائق

حل معادلة أو متراجحة تتضمن قيمة مطلقة

لحل المعادلة أو متراجحة تتضمن قيمة مطلقة ، نعبر عن القيم المطلقة بعبارات المسافة على المستقيم العددي و نترجم المساويات أو المتباينات بعبارات المسافة بين نقطتين

صفحة 39 من الكتاب المدرسي

إعادة الاستثمار صفحة 39 من الكتاب المدرسي

البحث عن تقاطع واتحاد مجالين

التمرين التطبيقي

التمرين رقم 54 صفحة 46 من الكتاب المدرسي .

تمارين منزلية : 55 ص 46

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــر
الموضوع : مفاهيم على الدوال
الكفاءات المستهدفة : تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها)

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
1. مفـــهوم دالة : • **النشـــاط رقم 01 ص 50 من الكـــتاب المدرسي** • **تـــعـــريف 1 :** D جزء من $\boldsymbol{R}$. نعـــرّف دالة f على D عندما نرفق بكـــلّ عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا نرمز إليه بالرمز $f(x)$ **نكتب:** $D \longrightarrow \boldsymbol{R}$ $x \longrightarrow f(x)$ يقرأ $f(x)$: f لـــ x و x المتغير و مرتبط بالمتغير x • **مـــصـــطلحات:** العدد $f(x)$ يـــســـمى **صـــورة** العدد x بالدالة f. العدد x يـــســـمى **سابقة** العدد $f(x)$ بالدالة f. المجموعة D **تسمى مجموعة تعريف** الدالة f. عموما نرمز للدوال بإحدى الرموز التالية: f، g، h .... **ملاحظة:** يمكن تعريف دالة f على D بإحدى الطرق الثالثة:- بدستور – بتمثيل بياني – بجدول قيم . • **تـعريف دالة بدستور** D جزء من $\boldsymbol{R}$. لتعـــريف دالة f على D بـــدستور نعبر عن $f(x)$ بدلالة x من D . **مـــثـــال:** دالة معرّفة على [3 ، 1-] بالشكـــل : $f(x) = x + 3$ (تعريف بواسطة دستـــور) - مجموعة التعريف هي $[-1 ,3]$ - لدينا: $4 = 3 + 1$ أي $f(1) = 4$ ومنه صورة 1 هي 4 وسابقة 4 هي 1 . **. حساب صورة عـدد بدالة :** **الطريقة :**	**تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها)**

تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور

f دالة معرّفة على D (D جزء من $\boldsymbol{R}$)، a عدد حقيقي من D

لتعيين صورة a يكــفي تعويض x بــ a في العبارة $f(x)$ (أي حساب $f(a)$)

⇦ تــمـــرين محلول :

دالة معرّفة على [-1 ، 3] كما يلي : $f(x)=2x+3$

1.أحسب صورة 1، 0، 2 لدالة f.

الحل:

لدينا :

$f(1)=2\times1+3=5$; $f(0)=2\times0+3=3$; $f(2)=2\times2+3=7$

إذا صورة 2 هي 7 و صورة 0 هي 3 و أخيرا صورة 1 هــي 5

☜ **التمرين رقم 22 ص 74 من الكــتـاب المدرسي**

. حساب سابقة عدد بدالة :

الطريقة

لتعيين سابقة عدد حقيقي b بدالة f نحل العادلة $f(x)=b$ في المجموعة D

☜ **التمرين رقم 25 ص 74 من الكــتـاب المدرسي**

- **مجموعة تــعــريــف دالـــة :**

مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي لهـــا صورة بالدالة f

. تعيين مجموعة تعريف دالة :

الطريقة:

لتعيين مجموعة تعريف دالة معرّفة بدستور نستثني من مجموعة الأعداد الحقيقية تلك التي لا يمكن حساب صورها بالدالة f.

- إذا كان دستور الدالة f يتضمن مقاما فيه المتغير x ، يجب رفــض قيم التي تعدم المقام.

-إذا كان دستور الدالة f يتضمن جذرا تربيعيا المتغير x ، يجب رفــض قيم التي تجعل العبارة تحت الجذر سالبة تماما.

نرمز عموما إلى مجموعة تعريف دالة f بـــ الرمز D_f

2.الـتمثيل البيانــي للدالـــة: • **تــعــريف 2:** المستوى منسوب إلى معلم (O,I,J)، f دالة معرّفة عــلى جزء D من $\boldsymbol{R}$. التمثيل البياني (أو المنحني الممثـل) للدالة في المعلم (O,I,J) هــو مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث $x \in D$. إذا رمزنا إلى المنحني الدالة f بالرمز (C_f) ، نقول إنّ $f(x)=y$ هي معادلة (C_f) في المعلم (O,I,J) **ملاحظة:** لرسم المنحني البياني للدالة f في المعلم (O,I,J) يمكن: - استعمال جدول لبعض قيم الدالة. - استعمال حاسبة بيانية. - استعمال المجدول. إعطاء مجموعة قــيــم لا يكــفي للحصول على التمثيل البياني للدالة. **أسئلة 01 ص 72 من الكتــاب المدرسي** • **طرائق :** **استعمال التمثيل البياني للدالـة** كل مما يلي f دالة و (C_f) تمثيلها البياني. **قراءة صورة عنصر وفق دالـة** **الــطريقــة :** قراءة صـــورة العدد a وفق الدالة f باستعمال المنحني (C_f) نتبع الخطوات التالية: نضع العدد a على محور الفواصل. نرسم من النقطة $(a,0)$ المستقيم (d) الموازي لمحور الترتيب. المستقيم (d) يقطع (C_f) عند نقطة ترتيبها $f(a)$ وهي صورة a.	**توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور**

⇦ **التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65**

قراءة سابقة عدد وفق دالـة

الــطريقــة

لــقراءة السوابق الممكنة للعدد b وفق الدالة f باستعمال المنحني (C_f) نتبع الخطوات التالية:

نضع العدد b على محور الترتيب.

نرسم من النقطة $(0,b)$ المستقيم الموازي لمحور الفواصل.

نقاط تقاطع – في حالة وجودها - لهـــذا المستقيم و (C_f) هي سوابق b.

توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور

⇦ **التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65**

قراءة مجموعة تعريف دالـة:

الطريقة

مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة فواصل النقط التي تنتمي إلى (C_f).

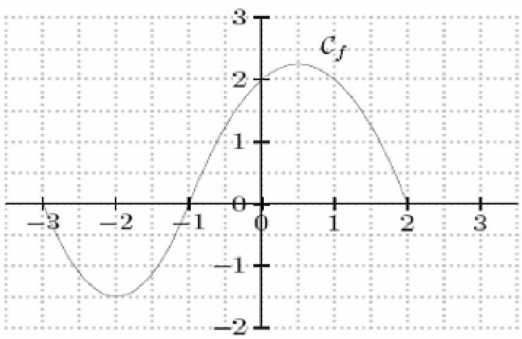
⇦ **التمرين محلول :**

المنحني البياني المقابل يمثـل دالة f

-عين مجموعة تعـــريف الدالة f

الحل:

مجموعة التعريف هي $[-3;2]$



التمـــرين 28 ص 75 من الكتـــاب المدرسي

3. تغيرات دالة معرفة على مجال

- **تعـــريف 3:**

f دالة معرفة على I من R

f متناقصة تماما على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a < b$ فإن: $f(b) > f(a)$

f متزايدة تماما على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a <b$ فإن: $f(a) < f(b)$

f ثابتة على I معناه من أجل كل a و b من I : $f(a) = f(b)$

تـــوضيح

fدالة متناقصة تماما a و b مرتبة عكس ترتيب $f(a)$ و $f(b)$

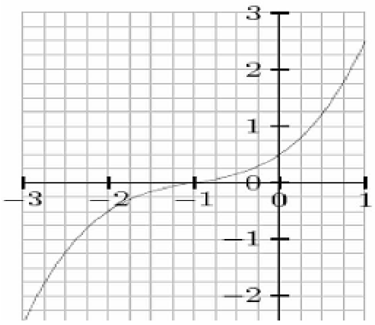
f دالة متزايدة تماما a و b مرتبة عكس ترتيب $f(a)$ و $f(b)$

ملاحظة

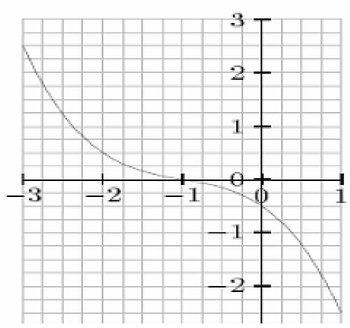
f متناقصة على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a \geq b$ فإن $f(b) \leq f(a)$

fمتزايدة على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a \geq b$ فإن $f(b) \geq f(a)$

مثـــال الشكل -1-



الشكل -2-



الشكل -1- الدالة fمتزايدة تماما على $[-3;1]$ والشكل -2- الدالة f متناقصة تماما على $[-3;1]$

وصف سلوك دالة باستعمال التعبير الرياضي المناسب

- **دراسة اتجاه تغير دالة:**

نعني تعيين مجالات التي يكون فيها هذه الدالة متزايدة تماما أو متناقصة تماما أو ثابتة نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات.

- **الطرائق**

تعيين اتجاه تغير دالة

الطريقة

لتعيين اتجاه تغير دالة معرفة على مجال I ، يـــمكن أن نفرض أن $a < b$ و نقارن $f(a)$ و $f(b)$ عبر سلسلة من الاستنتاجات المتوالية معتمدين في تـــلك على الـــفرض الـــذي انطلاقـــنا مـــنه .

التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65-66 يحذف السؤال الأخيـــر.

التمرين رقم 45 ص 77 من الكتاب المدرسي.

4.القيم الحدية لدالة:

تعــريف 4 :

f دالة معرفة على I من **R**

القيمة الحدية العــظمى للدالة f على I هي أكبر صورة تبلغها f من أجل عدد a من I.

أي من أجل كل x من I : $f(x) \leq f(a)$

القيمة الحدية الصغرى للدالة f على I هي أصغر صورة تبلغها f من أجل عدد b من I.

أي من أجل كل x من I : $f(x) \geq f(a)$

- الطرائق

تعيين القيم الحدية باستعمال المنحني

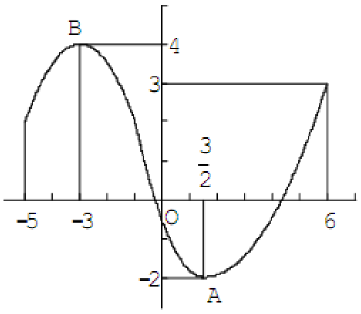
الطريقة

يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة الصغرى لدالة على المجال I إذ هي ممثلة بأدنى نقطة من المنحني و القيمة العظمى لــ f على I. إذ هي ممثلة بأعلى نقطة من المنحني

إيجاد القيم الحدية لدالة مرفقة بجدول تغيراتها أو منحناها البياني

تمرين محلول:

باستعمال الشكل-3- عين القيمة الصغرى و القيمة العظمى للدالة f المقابل على المجال [6، 5-]



الشكــل-3-

الحــل:

يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة الصغرى لــ f على [6، 5-] إذ هي ممثلة بالنقطة $A\left(\frac{3}{2},-2\right)$ وهي أدنى نقطة من المنحني ومنه القيمة الصغرى لــ f على [6، 5-] هي 2- من أجل $\frac{3}{2}$ يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة العظمى لــ f على [6، 5-]. إذ هي ممثلة بالنقطة $B(-3, 4)$ وهي أدنى نقطة من المنحني ومنه القيمة العظمى لــ f على [6، 5-] هي 4 من أجل 3-.

تعيين القيم الحدية باستعمال جدول تغيرات

الطريقة

لتعين القيمة الصغرى للدالة على مجال باستعمال جدول التغيرات نركز على اتجاه الأسهم من اليمين وإذا تغير اتجاه السهم من الأسفل إلى الأعلى فتمثل القيمة الصغرى و أما إذا تغير اتجاه السهم من الأعلى إلى الأسفل فتمثل القيمة العظمى.

تمرين محلول:

باستعمال جدول التغيرات التالي عين القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة f الممثل في ا الشكـــل -3- على المجال $[-5 ،6]$

x	-1		0		2		3
$f(x)$	2	↗	5	↘	-4	↗	3

ومنه القيمة الصغرى لـــ f على $[-1 ،3]$ هي -4 من أجل 2.

ومنه القيمة العظمى لـــ f على $[-1 ،3]$ هي 5 من أجل 0.

5. شفـــعـــية دالة:

- **النشاط رقـــم 04 ص 26 من الكتاب المدرسي**

تـــعـــريف 5

f دالة معرفة على D من $\boldsymbol{R}$

نقول على الدالة f إنها دالة زوجية إذا تحقق مـــايلي :

D متناظر بالنسبة إلى 0 و كان لكل x من D، $f(-x)=f(x)$

نقول على الدالة f إنها دالة فردية إذا تحقق مـــايلي :

D متناظر بالنسبة إلى 0 و كان لكل x من D، $f(-x)=-f(x)$

التمرين رقم 49 ص 78 من الكتاب المدرسي.

التعرف على شفعيه دالة انطلاقا من تمثيلها البيان أو بالاعتماد على التعبير الجبري

6. حل معادلات ومتراجحات بيانيا: f و g دالـــتان معرفتان على المجموعة D ، (C_f)و(C_g) منحنياهما في معلم للمستوي حــل المعادلة $f(x)=g(x)$ **بيـــانيا** يعني تعيين فواصل النــقط المشتركة للمنحنيين (C_f)و(C_g) حــل المعادلة $f(x) > g(x)$ **بيـــانيا** يعني تعيين فواصل نـــقط المنحنى (C_f) الواقعة فوق المنحني(C_g) • **التمثيل البياني و إشارة دالة** **خواص** f دالة معرفة على I من **R** تكون دالة f **موجبة تماما** على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع **فـــوق** محور الفواصل. تكون دالة f **سالبة تماما** على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع **تـــحت** محور الفواصل تكون دالة f **معـــدومة** من أجل x_0 من I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني يقطع محور الفواصل فـــي x_0 **التمرين رقم 44 ص 77 من الكتاب المدرسي** **☜ التطبيق ص 66** **تمارين منزلية : رقم 27 ص 74** **: رقم 29 ص 75** **: رقم 38 ص 76** **: رقم 49 ص 78** **: رقم 61 ص 79**	**معرفة إشارة دالة حل متراجحات أو معادلات**

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة : حساب نسبة التزايد ، تحديد اتجاه التغير ثم التمثيل البياني لكل الدوال المرجعية

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها)	**1. الدالة التآلفية** • **حل النشاط رقم 05** • **التعريف:** نسميّ دالة تآلفية كلّ دالة f معرّفة على R كما يلي $f(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان مفروضان **ايجاد الدالة التآلفية المعرفة بعددين مختلفين وصورتيهما** طريقة: لايجاد الدالة التآلفية المعرّفة بعددين مختلفين وصورتيهما نحسب معامل التوجيه و الترتيب إلى المبدأ **التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص 67** **التمرين** : جد الدالة التآلفية f التي تحقق $f(1)=5$ و $f(2) = -$ • **الخاصة المميزة للدالة التآلفية** تكون الدالة f تآلفية إذا وفقط إذا كانت النسبة $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ثابتة من أجل كل عددين حقيقين مختلفين x و x' • **تعلم البرهنة ص 68 من الكتاب المدرسي** • **التمثيل البياني:** التمثيل البياني للدالة تآلفية بالعبارة $f(x)= ax+b$ في معلم هـــو المستقيم (d) الذي معامل توجيهه a و يشمل النقطة $(0\ ;b)$ و $y=ax+b$ هي المعادلة المبسطة للمستقيم (d) • **القراءة البيانية لمعامل توجيه دالة تآلفية** **تمثيل الدالة التآلفية** **طريقة** لتمثيل دالة تآلفية ، نستعمل نقطتين أو نقطة ومعامل التوجيه **التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص 67** التمرين رقم 53 ص 78

تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور

- إشارة ax+b

جدول الاشارة

إذا كان a<0 فإن :

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
ax+b		+	0	-	

إذا كان a>0 فإن :

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
ax+b		-	0	+	

- اشارة الجداء أو حاصل القسمة

جداء أو حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن نفس الإشارة هو عدد موجب

جداء أو حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن نفس إشارتين مختلفتين هو عدد سالب.

- تمرين تطبيقي

أدرس إشارة لكل ما يلي : $3x+1$, $-2x+5$, $(x-1)(-2x+x)$

حل متراجحات أو معادلات

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة : حساب نسبة التزايد ، تحديد اتجاه التغير ثم التمثيل البياني لكل الدوال المرجعية

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها ،	see below

2) الدالة مربع

دالة المربع

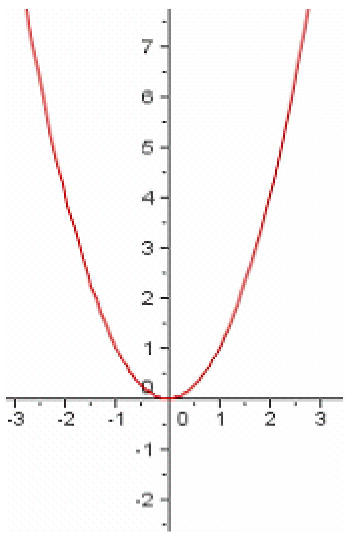
- **النشاط رقم 01 ص 84 من الكتاب المدرسي**
- **التعريــــف:** الدالة المربع هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد x^2
- **اتجاه التغيّر :**

الدالة المربع متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	↘		↗

- **التمثيل البياني :**

المنحنى البياني للدالة المربع هو قطعا مكافئا ذروته المبدأ.



2- نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2$ ، لدينا $D_f = R$ و R متناظر بالنسبة إلى 0
ومن جهة أخرى من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

<table>
<tr>
<td>

- **خاصية** :الدالة المربع دالة زوجية

ايجاد حصر للمربع

الطريقة:

يمكن حصر مربع عدد حقيقي باستعمال اتجاه تغير الدالة مربع أو باستعمال أو باستغلال تمثيلها البياني

التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص92

التمرين رقم 12 ص 107

حل المعادلات والمتراجحات باستعمال دالة المربع

الطريقة:

لحلّ المعادلة $x^2 = m$ بيانيا

ننشئ التمثيل البياني (C) للدّالة f حيث $f(x)=x^2$ و المستقيم (D) الذي معادلته $y= m$ حلول المعادلة في حالة وجودها هي فواصل نقط تقاطع (C) و(D)

التمرين المحلول ص 92

التمرين رقم 09 ص 106

الدوال من الشكل $x \mapsto (x+a)^2 + b$

الطريقة

لدراسة تغيرات الدالة $f : x \mapsto (x+a)^2 + b$

- نحدّد اتجاه تغير الدالة التألفية $x \mapsto x+a$ و إشارتها على المجالين $]-\infty, a]$ و $[a, +\infty[$

-نحدّد اتجاه تغير الدالة $x \mapsto (x+a)^2$ على المجالين $]-\infty, a]$ و $[a, +\infty[$ ثم نستنتج جدول تغيّرات الدالة f

التمرين المحلول ص 93-94 من الكتاب المدرسي

التمرين رقم14 ص 107

</td>
<td>

تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور

حل متراجحات أو معادلات

</td>
</tr>
</table>

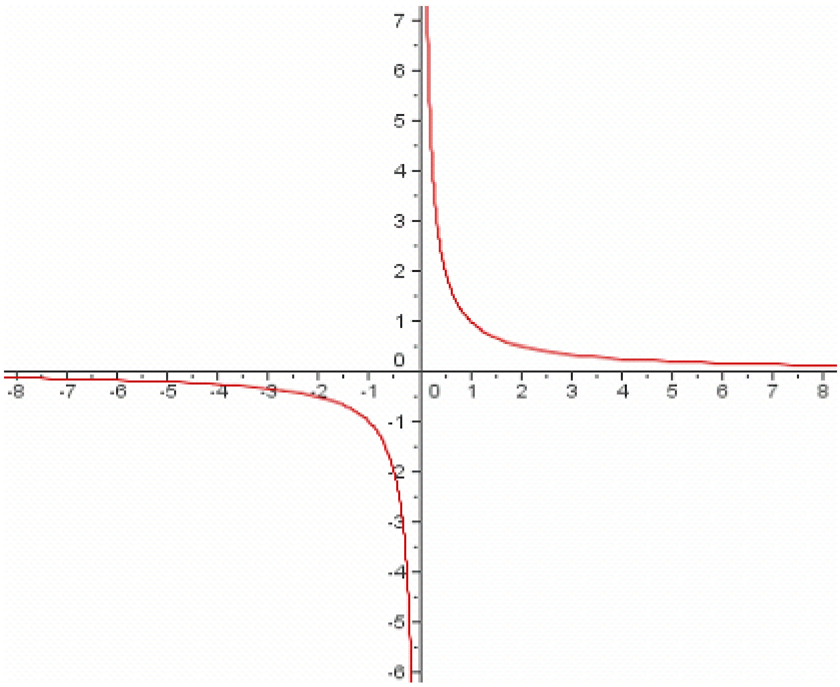
المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة : حساب نسبة التزايد ، تحديد اتجاه التغير ثم التمثيل البياني لكل الدوال المرجعية

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها ،	**الدالة المقلوب** • **التعريـــف**: الدالة مقلوب هي الدالة المعرّفة على $]0,+\infty[\cup]-\infty,0[$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\frac{1}{x}$ • **اتجاه التغيّر** : الدالة مقلوب متناقصة تماما على المجالين $]-\infty,0[$ و $]0,+\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

• **التمثيل البياني** :

- **المنحنى البياني للدالة مقلوب هو عبارة عن قطع زائد**
- **من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x :=** $f(-x) = \frac{1}{(-x)} = -f(x)$ **أي الدالة مقلوب فردية**



	إيجاد الحصر **الطريقة:** لمقارنة مقلوبات أعداد حقيقية لها نفس الاشارة يمكن استعمال تناقص الدالة على $]-\infty,0[$ أو $]0,+\infty[$ **التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص95** **التمرين رقم 22 ص 108** **الدوال من الشكل** $x \mapsto a+\dfrac{b}{x+c}$ **الطريقة** لدراسة تغيرات الدالة $f: x \mapsto a+\dfrac{b}{x+c}$ - نعين مجموعة تعريف الدالة f وهي $]-\infty,-c[\cup]-c,+\infty[$ - نحدد اتجاه تغير الدالة على المجالين $]-\infty,-c[$ و $]-c,+\infty[$ ثم نستنتج جدول تغيّرات الدالة f -التمثيل البياني لهذه الدالة متناظر بالنسبة إلى النقطة (-c,a) **التمرين المحلول ص 95-96 من الكتاب المدرسي** **التمرين رقم31 ص 108**
تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور **حل متراجحات أو معادلات**	

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الدوال المرجعية
الكفاءات المستهدفة : حساب نسبة التزايد ، تحديد اتجاه التغير ثم التمثيل البياني لكل الدوال المرجعية

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

– التمرين 37 ص 109

4. الدالة الجذر التربيعي

- **التعريــــف**: الدالة الجذر التربيعي هي الدالة المعرّفة على $[0,+\infty[$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد الجذر التربيعي $\sqrt{x}$
- اتجاه التغيّر :

خاصية : دالة الجدر ألتربيعي متزايدة تماما على المجال $[0 ; +\infty[$

x	0 $\quad\quad\quad\quad$ $+\infty$
$\sqrt{x}$	0 $\nearrow$

:

- **التمثيل البياني**

مقارنة x، x^2، x^3، $\frac{1}{x}$ و $\sqrt{x}$ من أجل x عدد حقيقي موجب

الطريقة:

نستعمل قــواعد الترتيب أو تغيرات دوال مرجعية

التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص96

التمرين رقم 22 ص 108

تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها) ،

حل متراجحات أو معادلات

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : الدالة جيب تمام و الدالة جيب
الكفاءات المستهدفة : تحديد اتجاه تغير الدالتين جيب تمام و الدالة جيب على مجال معطى و تمثيلهما البياني

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

تعيين جيب تمام و جيب زاوية في مثلث قائم

جيب تمام و جيب زاوية في ربع دائرة

5. الدالة الجيب و الجيب التمام

- النشاط رقم 02 ص 84 من الكتاب المدرسي
- النشاط رقم 03 ص 84
- النشاط رقم 05 ص 85

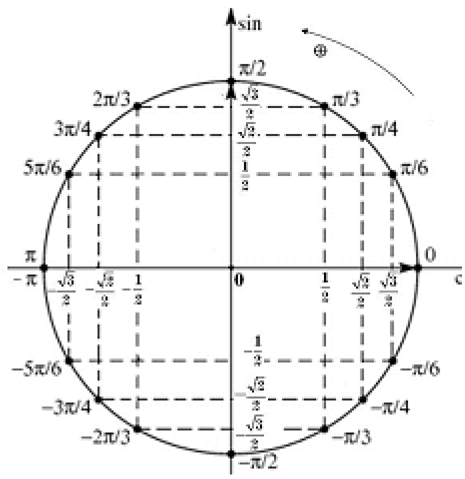
معرفة الدائرة المثلثية
إرفاق كل نقطة من الدائرة المثلثية بعدد حقيقي

- الدائرة المثلثية

- نقول عن دائرة (C) إنها موجهة إذا اخترنا عليها اتجاها للحركة نصطلح على أنّ الاتجاه المباشر أو الموجب هو الاتجاه المخالف لاتجاه دوران عقارب الساعة و الاتجاه غير المباشر أو السالب هــو الاتجاه الموافق لاتجاه دوران عقارب الساعة.

- (O,I,J) معلم متعامد ومتجانس للمستوى.

الدائرة الموجهة التي مركزها O و نصف قطرها 1 تسمى الدائرة المثلثية .



تعليم نقطة على الدائرة المثلثية

- المستقيم العددي و الدائرة المثلثية:

(C) دائرة مثلثية في المعلم المتعامد والمتجانس (O,I,J)، (D) مماس الدائرة المثلثية في I و K نقطة من (D) حيث $\overline{IK}=\overline{OJ}$

- نرفق بكل عدد حقيقي x النقطة m من (D) التي فاصلتها x في المعلم الخطي $(I.K)$ و بلف (D) على (C)، تنطبق m على نقطة من (C)

- كل عدد حقيقي x تقابله نقطة وحيدة M على (C) نقول إنّ M هي صورة x و نقول كذلك إنّ x هو قيس للزّاوية الموجهة $(\overline{OI};\overline{OM})$ العدد الحقيقي x يسمى قيسا بالرّاديان للزاوية الموجهة $(\overline{OI};\overline{OM})$ ونكتب

$$(\overline{OI};\overline{OM})=x \quad \text{rad}$$

ملاحظات :

	- طول القوس $\overset{\frown}{IM}$ هو طول القطعة $[Im]$ وهو $\|x\|$ - عندما تتحرك m على (D) انطلاقا من I في اتجاه الشعاع $\overline{IK}$:M تتحرك على (C) في الاتجاه المباشر (x عدد موجب) - عندما تتحرك m على (D) انطلاقا من I في الاتجاه المعاكس لاتجاه الشعاع $\overline{IK}$:M تتحرك على (C) في الاتجاه غير المباشر (x عدد سالب). - نعبّر عن قيس القوس $\overset{\frown}{IM}$ و قيس الزاوية الموجهّة $(\overline{OI};\overline{OM})$ بنفس العدد الحقيقي x - كلّ موضع للنقطة M من الدائرة المثلثية (C) يقابله لانهاية من الأعداد الحقيقيةx من الشكل $x=\alpha+k(2\pi)$ مع k صحيح نسبي حيث $(\overline{OI};\overline{OM})=\alpha$ rad
معرفة تحويل الدرجة الى الراديان و العكس	**التحويل من راد إلى درجات ص 97** **الطريقة** : التحويل من و إلى الدرجة و الرديان تتم باستعمال التناسبية و $\pi rad=180°$ **تمرين محلول ص 97** **التمرين رقم 50 ص 110** 1الدّالة جيب و الدالة الجيب تمام • **تعريف**: x عدد حقيقي ، M النقطة المرفقة بالعدد من الدائرة المثلثية في المعلم (O,I,J) - نسمي فاصلة M جيب تمام العدد x و نرمز إليه بالرمز cos x - نسمي ترتيب M جيب العدد x و نرمز إليه بالرمز sin x

معرفة العددين $\sin x$ و $\cos x$	• مبرهنة من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $-1 \leq cos(x) \leq 1$ و $-1 \leq sin(x) \leq 1$ و $cos^2(x) + sin^2(x) = 1$ $cos(-x) = cos(x)$ و $sin(x) = -sin(-x)$ وضع نقط على الدائرة المثلثية الطريقة نعين الصورة M لعدد حقيقي x على الدائرة المثلثية كالآتي : -إذا كان $M : x \geq 0$ تقطع قوسا طولها x في الاتجاه المباشر و في الحالة $x \geq 2\pi$ نكتب x على الشكل $x = k \times 2\pi + \alpha$ باستعمال القسمة (K هو عدد دورات M و α عدد حقيقي ينتمي إلى $[0,\pi]$ - إذا كان $M : x \leq 0$ تقطع قوسا طولها $\|x\|$في الاتجاه غير المباشر و في الحالة $\|x\| \geq 2\pi$ نكتب $\|x\|$ على الشكل $\|x\| = k \times 2\pi + \alpha$ باستعمال القسمة (K هو عدد دورات M و α عدد حقيقي ينتمي إلى $[0,\pi]$ التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص 97 التمرين رقم 51 ص 110 • العلاقات المثلثية : • الدالة cos - **التعريف** : الدالة cos هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد cos x. وهي دالة زوجية - **اتجاه تغير** : الدالة cos متناقصة تماما على المجالين $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ و $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ - **التمثيل البياني** : ننشئ التمثيل البياني للدالة cos على المجال $[0,\pi]$ نتمم هذا الرسم على$[-\pi,0]$ بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب لان الدالة cos زوجية. • الدالة sin -**التعريف** : الدالة sinوهي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد sin x وهي دالة فردية. - **اتجاه تغير** : الدالة sin متزايدة تماما على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ - **التمثيل البياني** : ننشئ التمثيل البياني للدالة sin على المجال $[0,\pi]$ نتمم هذا الرسم على$[-\pi,0]$

	بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة sin فردية .

- **ملاحظة**

يمكن استنتاج أي جزء من بيان الدالة cos أو sin وذلك بانجاز مثيلات له لأن من أجل كل عدد حقيقي x

لدينا $cos(x)=cos(x+2\pi)$ و $sin(x)=sin(x+2\pi)$

-التمرين رقم 54 ص 110

بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة sin فردية .

- **ملاحظة**

يمكن استنتاج أي جزء من بيان الدالة cos أو sin وذلك بانجاز مثيلات له لأن من أجل كل عدد حقيقي x

لدينا $cos(x)=cos(x+2\pi)$ و $sin(x)=sin(x+2\pi)$

-التمرين رقم 54 ص 110

تمثيل الدالة جيب تمام و الدالة جيب على مجال معطى

* دالة $x\to\cos x$ دورية ودورها 2π إذن يكفي دراستها على $]-\pi;\pi]$

و حيث أن $x\to\cos x$ زوجية فنقتصر دراستها على $[0;\pi]$

جدول التغيرات

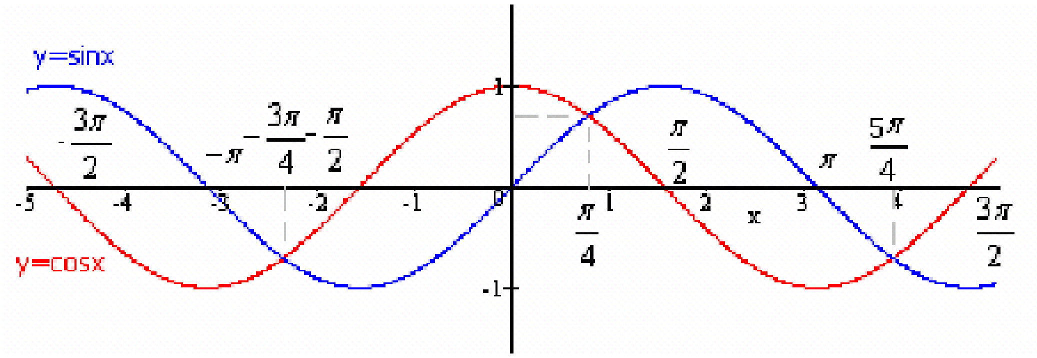
x	0		π
$\cos x$	1	$\searrow$	-1

دالة $x\to\sin x$ دورية ودورها 2π إذن يكفي دراستها على $]-\pi;\pi]$

و حيث أن $x\to\sin x$ فردية فنقتصر دراستها على $[0;\pi]$

جدول التغيرات

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$\sin x$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

	 y=sinx y=cosx 1 -1 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 x $-\frac{3\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{3\pi}{4}$ $-\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{5\pi}{4}$ $\frac{3\pi}{2}$

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبــــــر
الموضوع : العبارات الجبرية
الكفاءات المستهدفة :

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
نشاط 01 ص114	
1) العبارات الجبرية :	
• المعاني المختلفة للحرف في عبارة جبرية	التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة ، صيغة محللة ..)

دور الحرف x	أمثلة
x متغير	سعر التنقل في سيارة بدلالة المسافة المقطوعة $x \rightarrow f(x)$
x مجهول	اوجد x في R حيث $x^2 = 4$
x مقدار غير معين	E(x) عبارة معرفة بالشكل $E(x) = 3x^2 + 2x - 5$

• الأشكال المختلفة لعبارة جبرية

- A ، B ، C عبارات جبرية

التسمية	الشكل	مثال	ملاحظات
مجموع	A + B	$2x^3 - 3x^2 + x - 1$ مجموع حدوده هي : $2x^3$ ، $-3x^2$ ، x ، -1	العبارة تتضمن عمليات جمع أو عمليات طرح يتشكل المجموع من عدة حدود
جداء	A × B	$3x(x-5)$ جداء عاملاه: 3x ، x -5	العبارة لا تتضمن عمليات جمع أو طرح ، يتشكل الجداء من عدة عوامل
حاصل قسمة	$\frac{A}{B}$	$\frac{x+2}{2x-1}$	يتشكل حاصل القسمة من بسط و مقام

- القيمة العددية لعبارة جبرية

تعريف : القيمة العددية لعبارة جبرية هي العدد الذي تتحصل عليه في حالة وجوده عندما نعوض الحروف بأعداد

أمثلة :
- القيمة العددية لعبارة $E = x^2 + 2x - 3$ من أجل $x = 2$ هي $(2)^2 + 2(2) - 3$ أي 5
- القيمة العددية لعبارة $A = x^2 - 2y$ من أجل $x = 2$ و $y = -3$ هي 10

ملاحظة :
يمكن الا تكون لعبارة جبرية قيم عددية من أجل بعض قيم الحروف
مثال : العبارة $B = \frac{x+1}{x-2}$ لا يكون لها معنى الا من أجل $x \neq 2$

حل متراجحات أو معادلات

2) قواعد الحساب الجبري :

- معاني الأقواس

طبيعة الأقواس			دور الأقواس
أقواس غير مرتبطة بالحساب	1	أقواس دالة	$A(x)$ يعني أن A يتعلق بالمتغير x لا يمكن حذف مثل هده الأقواس
أقواس مرتبطة بالحساب	2	أقواس متعلقة بجداء	$3x(x + 2)$ يعني جداء $(x + 2)$ في $3x$ للتخلص من الأقواس نوزع $3x$ على حدي المجموع
	3	أقواس متعلقة بمجموع	تعني تجميع حدود مجموع A , B , C,D عبارات جبرية $A + (B + C – D) = A + B + C - D$

مثال :

$$A(x) = \underset{(1)}{2x(1+ x)} – \underset{(2)}{(x + 2)} + \underset{(3)}{3(x – 1)}$$

(1) (2) (3) (2)

المتطابقات الشهيرة

مبرهنة :

A ، B عبارتان جبريتان

- $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
- $(A + B) (A - B) = A^2 – B^2$

أمثلة :

$(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

$(x – 2)^2 = (x)^2 – 2(x)(2) + (2)^2 = x^2 – 4x + 4$

$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 – 2 = -1$

3- تحويل عبارة جبرية

يمكن تحويل عبارة جبرية مكتوبة بصيغة معينة إلى صيغة أخرى باعتماد النشر و التبسيط أو التحليل

النشر	تبسيط عبارة	التحليل
نشر جداء يعني كتابته على شكل مجموع مثال: $A = (x + 2)(3x – 3) – (2x – 1)^2$ $A = 3x^2 -3x + 6x -6 -4x^2 +4x- 1$ تسمى الصيغة الأخيرة منشور العبارة A	تبسيط عبارة يعني كتابتها بأقل عدد ممكن من الحدود مثال : $A = (x + 2)(3x – 3) – (2x – 1)^2$ $A= 3x^2 -4x^2 -3x +4x -6- 1$ $A= - x^2 + x – 7$ نسمي الصيغة الأخيرة الشكل المبسط و المرتب للعبارة A	تحليل عبارة يعني كتابتها على شكل جداء مثال : $A = (x -2)(2x + 1) – (2x +1)^2$ $A = (2x +1)(x-2-2x-1)$ $A = (2x + 1)(-x – 3)$ تسمى الصيغة الأخيرة الصيغة المحللة للعبارة A

4- الدوال و العبارات الجبرية (ترابط الدوال المؤدية من x الى $f(x)$

مثال : الدالة $f : x \to (3x +1)^2$

f هي الدالة المعرفة على R بالشكل $f(x) = (3x +1)^2$ ، للحصول على $f(x)$ نضرب x في 3 و نظيف 1 ثم نربع النتيجة

لدينا $u(x) = 3x +1$ ، $v(3x +1)= (3x +1)^2$

ومنه $f(x) = v(u(x)) =(3x + 1)^2$

ننتقل من x الى $f(x)$ بتطبيق دالتين مرجعيتين على التوالي : الدالة التالفية u ثم الدالة مربع v

5 المساويات و المعادلات

- المساويات

خواص	أمثلة
تكون المساواة صحيحة دائما من أجل كل القيم المعطاة للحروف	المتطابقات الشهيرة هي مساويات: $(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$
نكتب مساواة عند : - إجراء حساب جبري - تعريف دالة أو عبارة	a و b عددان حقيقيان $(a + b)^2 - 3ab = a^2 - ab + b^2$ من أجل الدالة f التي ترفق بكل عدد حقيقي x مربعه نكتب : $f : x \rightarrow f(x)= x^2$ E عبارة جبرية حيث $E(x)= \frac{x}{x^2-1}$
تسمح المساواة باستعمال مبدأ التعويض في برهان	ادا كان A= B فيمكن استبدال العبارة A بالعبارة B

المعادلات

خواص	أمثلة
أمام معادلة يطرح تساؤل ، هل يوجد عدد (أو أعداد) x من D تحقق المساواة ؟ تسمى D المجموعة المرجعية للمعادلة - عندما نعوض x في المعادلة بقيمة معينة من D ونجد المساواة الناتجة محققة نقول أن هذه المعادلة محققة من أجل تلك القيمة وتسمى م ل هذه القيمة حل للمعادلة	هل يوجد عدد حقيقي x حيث : $2(x + 1) = 3x -5$ x هو المجهول
- حل معادلة ذات المتغير x يعني تعيين كل قيم x من D التي تحققها	7 حل للمعادلة $2(x + 1) = 3x -5$ لأنه عند تعويض x بالعدد 7 ، تتحقق المساواة
- نقول عن معادلتين أنهما متكافئتان عندما يكون لهما نفس مجموعة الحلول - اذا أضفنا نفس العدد الى طرفي معادلة نحصل على معادلة مكافئة لها - اذا ضربنا طرفي معادلة في نفس العدد الغير معدوم نحصل على معادلة مكافئة لها	المعادلة $2x - 3 = 8$ تكافئ $2x - 3 +3= 8+ 3$ أي $2x = 11$ وتكافئ $2x \times \frac{1}{2} = 11\times\frac{1}{2}$ أي $x = \frac{11}{2}$ حل المعادلة $2x - 3 = 8$ هو العدد $x = \frac{11}{2}$

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــــر
الموضوع : العبارات الجبرية
الكفاءات المستهدفة :

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة ، صيغة محللة ..)

6- معادلات يؤول حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

أ) معادلة جداء

مبرهنة : يكون جداء عدة عوامل معدوما اذا وفقط اذا كان أحد العوامل على الأقل معدوما
$A(x) \times B(x) = 0$ تكافئ $A(x) = 0$ أو $B(x) = 0$

ملاحظة : المعادلة $A(x) \times B(x) = 0$ ، تسمى معادلة جداء

مثال : حل في R المعادلة: $(x-2)(2x+1) - (2x+1)^2 = 0$ ..... (1)

ومنه $(2x+1)(x-2-2x-1) = 0$

أي $-(2x+1)(x+3) = 0$

ومنه $2x+1 = 0$ أو $x+3 = 0$

أي $x = -\frac{1}{2}$ أو $x = -3$

اذن مجموعة حلول المعادلة هي : $S = \left\{-\frac{1}{2} ، -3\right\}$

نتيجة : n عدد طبيعي غير معدوم

$[A(x)]^n = 0$ تكافئ $A(x) = 0$

مثال : المعادلة $(2x-4)^3 = 0$ تكافئ $2x-4 = 0$ أي $x = 2$

معادلة حاصل قسمة

مبرهنة : المعادلة $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ تكافئ $A(x) = 0$ و $B(x) \neq 0$

ملاحظة : مثل المعادلة $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ تسمى معادلة حاصل قسمة

مثال : حل في R المعادلة : $\frac{4x^2-1}{2x+1} = 0$ .... (2)

المعادلة (2) تكافئ : $4x^2 - 1 = 0$ و $2x+1 \neq 0$

(يسمح الشرط $2x+1 \neq 0$ بتعيين المجموعة المرجعية للمعادلة)

أي $(2x+1)(2x-1) = 0$ و $2x+1 \neq 0$ أي ($x = -\frac{1}{2}$ أو $x = \frac{1}{2}$) و ($x \neq -\frac{1}{2}$)

اذن مجموعة حلول المعادلة (2) هي : $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

7 – المتراجحات

- اشارة العبارة $ax + b$ حيث $a \neq 0$
- قاعدة : يمكن تلخيص إشارة العبارة $ax + b$ كما موضح في الجدول المقابل

x	$-\infty$ $\quad -\frac{b}{a} \quad$ $+\infty$
$ax + b$	عكس إشارة a $\quad 0 \quad$ إشارة a

- متراجحة جداء

مبرهنة : $A(x)$ ، $B(x)$ عبارتان جبريتان

المتراجحة $A(x) \times B(x) \geq 0$ تكافئ $A(x)$ و $B(x)$ من نفس الإشارة

مثال : حل في R المتراجحة : $x^2 - 4 \geq 0$ ....(1)

(1) تكافئ $(x-2)(x+2) \geq 0$

x	$-\infty$		-2		$+2$		$+\infty$
$x - 2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-2)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه مجموعة حلول المتراجحة (1) هي : $]-\infty ، -2] \cup [2 ، +\infty[$

- متراجحة حاصل قسمة :

مبرهنة : $A(x)$ ، $B(x)$ عبارتان جبريتان

حل متراجحات أو معادلات

المتراجحة $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$ تكافئ $A(x)\times B(x) \geq 0$ و $B(x) \neq 0$

مثال : حل في R المتراجحة $\frac{x-3}{2x+1} \geq 0$

تكون العبارة $\frac{x-3}{2x+1}$ معرفة عندما يكون $2x + 1 \neq 0$ أي $x \neq -\frac{1}{2}$

لدراسة إشارة حاصل القسمة هذا ، ندرس إشارة الجداء $(x-3)(2x+1)$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$x - 3$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$2x + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-3}{2x+1}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

ومنه مجموعة حلول المتراجحة هي : $\left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right[\cup [3 ; +\infty[$

7) العبارة $ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0$

- الشكل النموذجي للعبارة $ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0$

لدينا $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$

نضع $\Delta = b^2 - 4ac$ عندئذ $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$

تعريف : العدد $b^2 - 4ac$ هو مميز العبارة $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ونرمز اليه بالرمز Δ (نقرأ دلتا)

- $a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$ هو الشكل النموذجي للعبارة $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

مثال : الشكل النموذجي للعبارة $x^2 + 4x - 1$ هو $(x+2)^2 - 5$

أكتب العبارات التالية على شكلها النموذجي : $f(x) = 6x^2 - x - 1$

$p(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ ؛ $Q(x) = 3x^2 + x + 12$

* حلل إلى جداء كل من هذه العبارات إن أمكن .

* استنتج حلول كل من المعادلات : $f(x) = 0$ و $p(x) = 0$ و $Q(x) = 0$

- 7) حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$

a) نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $x\in\mathbb{R}$ حيث $a\neq 0$

لكل x من $\mathbb{R}$

لدينا $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$

الكتابة $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ يسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c

لنحل المعادلة

$ax^2+bx+c=0$ تكافئ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$

من خلال هذا يتبين أن حل المعادلة يتوقف على إشارة العدد b^2-4ac الذي يسمى مميز المعادلة $ax^2+bx+c=0$

نرمز له بـ Δ نكتب $\Delta=b^2-4ac$

* اذا كان $\Delta\prec 0$ فان $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\succ 0$ و بالتالي المعادلة لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$

* اذا كان $\Delta=0$ فان $x+\frac{b}{2a}=0$ أي $x=-\frac{b}{2a}$

* اذا كان $\Delta\succ 0$ فان $ax^2+bx+c=0$ تكافئ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}=0$

تكافئ $\left(x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=0$

تكافئ $x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ أو $x=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

مبرهنة

نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq 0$ و S مجوعة حلولها في $\mathbb{R}$.

العدد b^2-4ac الذي يسمى مميز المعادلة أو ثلاثية الحدود ax^2+bx+c نرمز له بـ Δ

إذا كان $\Delta\prec 0$ فان $S=\varnothing$

إذا كان $\Delta=0$ فان $S=\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$

إذا كان $\Delta\succ 0$ فان $S=\left\{\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

اصطلاح

إذا كان $\Delta=0$ فان $x=-\frac{b}{2a}$ في هذه الحالة نقول إن $-\frac{b}{2a}$ حل مزدوج للمعادلة

ملاحظة إذا كان a و c لهما إشارتين مختلفتين فان للمعادلة حلين.

تمرين

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

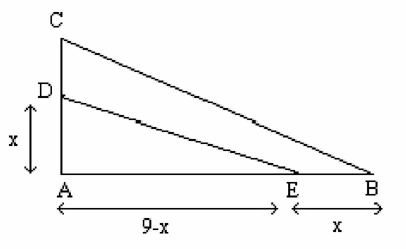
$$x^2-(1+\sqrt{3})x+1+\frac{\sqrt{3}}{2}=0 \qquad 5x^2-4x+2=0$$

$$x^2-(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0 \qquad 4x^2+3x-1=0$$

تمرين

نعتبر ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB=9$ و $AC=4$ حدد موضع نقطتين E و D تنتميان على التوالي لـ $[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AD=BE$ و مساحة ADE تساوي مساحة الرباعي $BCDE$

اختيار المجهول نضع $AD=BE=x$



مساحة ADE هي $\frac{x(9-x)}{2}$

مساحة الرباعي $BCDE$ هي $\frac{4\times 9}{2}-\frac{x(9-x)}{2}$

لدينا $\frac{4\times 9}{2}-\frac{x(9-x)}{2}=\frac{x(9-x)}{2}$

ومنه $18-9x+x^2=0$.......

تمرين 2

ABCD مستطيل حيث : AB = 16 , AD = 20 (وحدة الطول هي cm)

K نقطة من [AD] بحيث : AK = 15

L نقطة من [AB] بحيث : AL = X حيث X عدد حقيقي موجب .

1) احسب كل من : LK^2, KC^2, LC^2

2) احسب العدد x بحيث يكون المثلث KCL متساوي الساقين [KC] و [KL]

3) احسب العدد x بحيث يكون المثلث KCL قائم في K .

تمرين 3

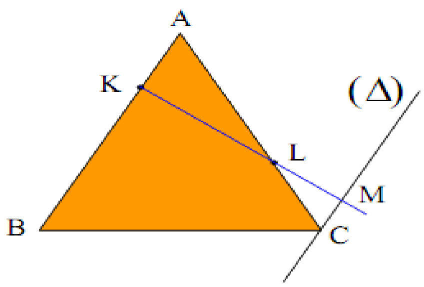
ABC مثلث حيث : AB = AC = 20 (وحدة الطول هي cm) .

K نقطة من [AB] بحيث : AK = x مع x < 10 .

L نقطة من [AC] بحيث : CL = 6 .

(Δ) المستقيم الذي يشمل C و يوازي (AB) .

المستقيم (KL) يقطع (Δ) في M .



1) بين أن : $MC=\frac{3x}{7}$

2) عين x بحيث : MC = 3

الحلول

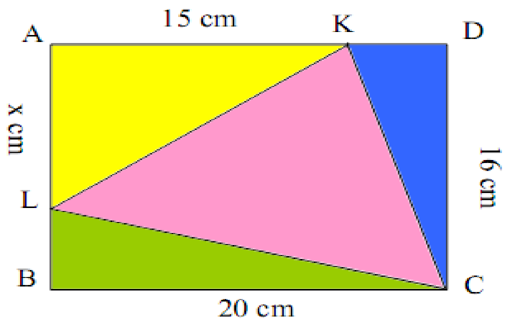
1) الحساب :

* المثلث LBC قائم في B وعليه : $LC^2 = LB^2 + BC^2$

ومنه : $LC^2 = (16 - x)^2 + (20)^2$

$= 256 - 32x + x^2 + 400$

$= 656 - 32x + x^2$



* المثلث KDC قائم في D

وعليه : $KC^2 = KD^2 + DC^2$

$= (5)^2 + (16)^2$

$= 25 + 256 = 281$

* المثلث ALK قائم في A

وعليه : $LK^2 = LA^2 + AK^2 = x^2 + (15)^2 = x^2 + 225$

2) لدينا : $KC = LK$

و منه : $281 = x^2 + 225$ إذن : $x^2 = 56$

و عليه : $x = \sqrt{56}$ و بالتالي : $x = 2\sqrt{14}$.

3) المثلث KCL قائم في K معناه :

$KC^2 + KL^2 = LC^2$

و عليه : $281 + x^2 + 225 = 656 - 32x + x^2$

و منه : $32x = 656 - 281 - 225 = 150$

و بالتالي : $x = \frac{150}{32}$ إذن : $x = \frac{75}{16}$.

التمرين 3

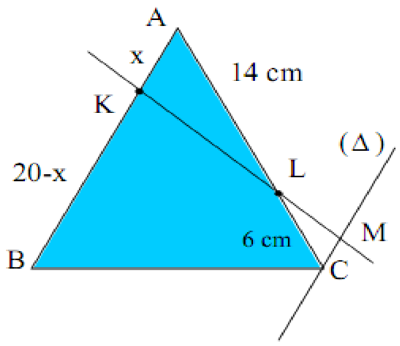
1) تبيان أن : $MC = \frac{3x}{7}$

لدينا : $(AB) // (\Delta)$

وعليه حسب نظرية طاليس $\frac{LC}{LA} = \frac{MC}{AK}$ و بالتالي : $\frac{6}{14} = \frac{MC}{x}$

ومنه : $14\,MC = 6\,x$ وعليه : $MC = \frac{6}{14}x$

وبالتالي : $MC = \frac{3x}{7}$.



2) تعيين x :

لدينا : $MC = 3$ و عليه : $\frac{3x}{7} = 3$

و منه : $3x = 21$ إذن : $x = 7$.

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــــم : الإحصاء
*- الوحـــــدة التعليمية : السلسلة الإحصائية- التوزيعات التكرارية
- الكفــاءات المســتهدفة: التعــرف علــى سلســلة إحصــائية -
موضــــوع الحصة : التوزيعات التكرارية
*- مؤشـرات الكفـــــاءة: التمييـز بـين ميـزتين إحصـائيتين الكميـة و النوعيـة – التمييـز بـين المتغيـر الإحصـائي المتقطـع و المسـتمر
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تعليقات وتوجيهات

حل نشاط أول ص 142

مفردات الإحصاء :

عندما نهتم بدراسة ظاهرة ما ،مثلا عدد الإخوة و الأخوات لتلاميذ المستوى النهائي في ثانوية ما ،نقول أننا نجري دراسة إحصائية على مجتمع إحصائي هو تلاميذ المستوى النهائي لهذه الثانوية ويكون عدد الأخوة والأخوات في هذه الحالة هو الميزة الإحصائية التي تسمى أيضا الطبع الإحصائي

-نسمي عينة كل جزء من المجتمع الإحصائي ،مثل كل قسم نهائي في هذه الثانوية هو عينة عندما الميزة الإحصائية قيم عددية،نسميها ميزة كمية أو متغيرا إحصائي .

نقول عن المتغير الإحصائي انه متقطع عندما يمكن عد وحصر قيمه (عدد الأخوة)وانه مستمر عندما يمكن قياس قيمه (قامات التلاميذ)

أحيانا عندما يكون عدد القيم كبير ،نلجأ إلى حصرها ضمن مجالات $[\alpha ; \beta[$ تدعى فئات

ونسمي مركز الفئة العدد $\frac{\alpha+\beta}{2}$ وطولها العدد الموجب $\beta - \alpha$

تقويم تشخيصي

نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية

نهتم في بعض الأحيان بدراسة ظاهرة نوعية ، كلون العينين أو لون الشعر ، لا يمكن التعبير عليها بعدد فنقول في هذه الحالة أن الطبع الإحصائي هو طبع إحصائي نوعي

التوزيعات التكرارية

- تكرار قيمة للطبع الإحصائي هو عدد الأفراد الموافقة لهذه القيمة
- تواتر قيمة للطبع الإحصائي هو حاصل قسمة تكرارها على عدد أفراد المجتمع (التكرار الكلي)
- نسمي سلسلة إحصائية مجموعة القيم التي جمعت
- غالبا ما نمثل سلسلة إحصائية بجدول يشمل كل قيمة وتكرارها

مثال :

نعتبر الكشف التالي الذي يعطينا معطيات إحصائية حول عددالغرف في منازل أحد الأحياء

3	4	2	2	3	1	5	2	4	3
5	6	2	3	4	2	2	2	3	4
2	2	2	1	3	3	3	4	2	1
2	1	2	2	3	4	5	2	3	1
3	3	2	2	2	5	6	1	2	2
3	3	2	2	1	2	3	2	2	2
4	3	1	3	3	2	2	1	5	4
3	3	4	4	2	2	2	2	1	2
4	2	2	1	2	3	3	3	3	2
3	3	3	2	2	2	2	1	1	6
5	3	1	3	3	3	2	1	5	4
2	3	2	4	3	2	4	2	1	2
4	1	2	1	2	3	2	3	3	3
3	1	3	2	2	2	2	1	1	4
2	2	2	1	3	3	3	4	2	1
1	2	2	2	3	2	5	2	3	1
3	3	2	2	2	5	6	1	2	2
3	2	2	1	1	2	3	2	2	2
3	2	1	4	3	2	2	1	5	4
2	3	4	4	2	3	2	3	1	2

تقويم تحصيلي

يعطينا هذا الكشف معلومات تهم ساكنة احصائية تتكون من**200** وحدة إحصائية.

إذن التكرار الكلي هو 200 ، الميزة المدروسة عدد الغرف(ميزة كمية متقطعة)

نلاحظ أن العدد 1 يتكرر 31 مرة نقول أن 31 هو التكرار الموافق للقيمة 1

انطلاقا من هذا الكشف يمكن تكوين جدول إحصائي و ذلك بتنظيم المعلومات على الشكل التالي :

قيمة الميزة x_i	1	2	3	4	5	6
التكرار	31	81	53	21	10	4
التواتر	0.155	0.405	0.265	0.105	0.05	0.02

التوزيعات التكرارية المجمعة :

نفرض أن قيم الميزة مرتبة ترتيبا تصاعديا

- **التكرار المجمع الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (الفئة) وتكرار القيم (أو الفئات) الأصغر منها**
- **التكرار المجمع النازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (الفئة) وتكرارات القيم (الفئات) الأكبر منها**
- **التواتر المجمع الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة(أو الفئة) وتوترات القيم (أو الفئات) الأصغر منها**
- **التواتر المجمع النازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة(أو الفئة) وتوترات القيم (أو الفئات) الأكبر منها**

*- المستـــــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــــم : الإحصاء
*- الوحــــــدة التعليمية : التوزيعات التكرارية
*- الكفـــاءات المســـتهدفة: التعـــرف علـــى سلســـلة إحصـــائية *-
موضـــــوع الحصة : التمثيلات البيانية
*- مؤشرات الكفـــاءة: انشاء بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو متقطعة *- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تعليقات وتوجيهات

4)الوسط الحسابي

تقويم تشخيصي

تعريف لتكن $(x_1;n_1);(x_2;n_2);.........;(x_p;n_p)$ متسلسلة إحصائية حيث x_i هو قيمة الميزة (أو قيمة الصنف I_i) و n_i هو الحصيص الموافق لـ x_i .
الوسط أو المعدل الحسابي هو العدد

$$\overline{X}=\frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+\cdots\cdots+x_pn_p}{n_1+n_2+n_3+\cdots\cdots+n_p}$$

مثال : الوسط الحسابي لسلسلة 19 ، 18 ،8 ،6، 5 ، 4 هو 10

تقويم تكويني

ملاحظة : الوسط الحسابي يتأثر بالقيم الشاذة ، مثلا الوسط الحسابي لسلسلة 15 ،14 ،12 ،10 هو 12.75 اما الوسط الحسابي لسلسلة 1، 10 ، 12 ،14 هو 9.25

الرمز $\sum$

- المجموع $a_1+a_2+\ldots+a_k$ يكتب $\sum_{i=1}^{i=k}a_i$ ونقرأ :مجموع الأعداد a_i من i =1 الى i = k

خواص الوسط الحسابي و استعمالها

- يمكن كتابة الوسط الحسابي $\overline{x}$ على الشكل= $\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{i=k}n_ix_i}{\sum_{i=1}^{i=k}n_i}$

خواص الوسط الحسابي :

خاصية 1:

لتكن السلسلة الإحصائية تأخذ القيم x_1 ، x_2 ، .... x_k بالتوترات f_1، f_2 ..... ،f_k على الترتيب ، الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو: $\overline{x}=f_1x_1+f_2x_2+\ldots..f_kx_k$

مثال : 50% من تلاميذ قسم تحصلوا على العلامة 12 و 30% تحصلوا على العلامة 10 و 20% تحصلوا على العلامة 13 . ما هو معدل القسم ؟

تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مؤشر موقع

خاصية 2 :

عندما نضيف نفس العدد a لكل قيمة من قيم الطبع يزداد الوسط الحسابي بالمقدار a أي

$$\overline{x+a}=\overline{x}+a$$

عندما نضرب في نفس العدد a كل قيمة من قيم الطبع ، الوسط الحسابي يضرب في العدد a

أي $\overline{a\times x}=a\times\overline{x}$

تمرين تطبيقي 49 + 51 ص 179 و 180

المدى :

تعريف : مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة للمتغير الإحصائي و أصغر قيمة له

تقويم تحصيلي

مثال : علامات عمر هي : 17،11،5 وعلامات أحمد : 14 ،10 ،9
مدى علامات عمر 12 = 5-17 ، مدى علامات أحمد 5 = 9 – 14
للتلميذين نفس المعدل ولكن علامات عمر أكثر تشتتا بالنسبة لعلامات عمر

ملاحظة : يسمى كل من المنوال و الوسيط و والوسط الحسابي مؤشرات موقع بينما المدى هو مؤشر التشتت

تمارين منزلية : 28 ،31 صفحة 179

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الإحصاء
*- الوحـــــدة التعليمية : : التوزيعات التكرارية
*- الكفـاءات المســتهدفة: التعــرف علــى سلســلة إحصـــائية *-
موضـــــوع الحصة : : التمثيلات البيانية
*- مؤشرات الكفــــاءة: : انشاء بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو متقطعة *- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــــدرس	تعليقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي	**التمثيلات البيانية :** رغم ما توفره الجداول الإحصائية من معلومات عن الظاهرة محا الدراسة إلا أنها لا تزودنا بسرعة بفكرة واضحة ومختصرة وشاملة عن هذه الظاهرة لذلك نلجأ غالبا إلى تمثيل هذه الجداول تمثيلا بيانيا التمتيلات البيانية التي نستعملها عادة هي المخطط بالأعمدة المدرج التكراري المخطط الدائري مضلع التكرارات مضلع التوترات 1) المخطط بالأعمدة : نستعمل مخطط بالأعمدة في حالة طبع إحصائي متقطع حيث أطوال الأعمدة متناسبة مع التكرارات (مع التوترات) طريقة : 1) نسجل القيم x_i على محور الفواصل و التكرارات n_i (التوترات f_i) على محور الترتيب ونعتبر النقط $A_i(x_i\ ;0)$ و $M_i(x_i\ ;n_i)$ و $N_i(x_i\ ;f_i)$ 2) نوصل النقطة A_i بالنقطة M_i (النقطة A_i بالنقطة N_i) فتتحصل على الأعمدة ، الخط المنكسر الذي يصل بين الرؤوس M_i للأعمدة (الرؤوس N_i للأعمدة) يدعى مضلع التكرارات (مضلع التوترات) **مثال :**	تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء

تعتبر الكشف التالي الذي يعطينا معطيات إحصائية حول عددالغرف في منازل أحد الأحياء

3	4	2	2	3	1	5	2	4	3
5	6	2	3	4	2	2	2	3	4
2	2	2	1	3	3	3	4	2	1
2	1	2	2	3	4	5	2	3	1
3	3	2	2	2	5	6	1	2	2
3	3	2	2	1	2	3	2	2	2
4	3	1	3	3	2	2	1	5	4
3	3	4	4	2	2	2	2	1	2
4	2	2	1	2	3	3	3	3	2
3	3	3	2	2	2	2	1	1	6
5	3	1	3	3	3	2	1	5	4
2	3	2	4	3	2	4	2	1	2
4	1	2	1	2	3	2	3	3	3
3	1	3	2	2	2	2	1	1	4
2	2	2	1	3	3	3	4	2	1
1	2	2	2	3	2	5	2	3	1
3	3	2	2	2	5	6	1	2	2
3	2	2	1	1	2	3	2	2	2
3	2	1	4	3	2	2	1	5	4
2	3	4	4	2	3	2	3	1	2

يعطينا هذا الكشف معلومات تهم ساكنة احصائية تتكون من**200** وحدة إحصائية.إذن الحصيص الإجمالي هو**200**
الميزة المدروسة هي عدد الغرف (ميزة كمية متقطعة)

تقويم تكويني

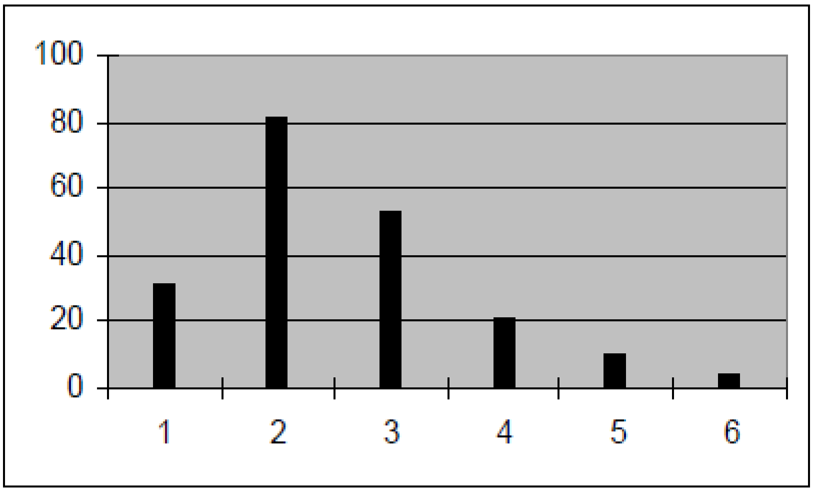
توظيف التوزيعات التكرارية بمختلف أنواعها

انطلاقا من هذا الكشف يمكن تكوين جدول إحصائي و ذلك بتنظيم المعلومات على الشكل التالي : يحتوي على قيم x_i مرتبة ترتيبا تزايديا و حصيصات موافقة لها، و ترددات موافق لها.

قيمة الميزة x_i	1	2	3	4	5	6
الحصيص n_i	31	81	53	21	10	4
الحصيص المتراكم N_i	31	112	165	186	196	200
التردد f_i	0,155	0,405	0,265	0,105	0,05	0,02
التردد المتراكم F_i	0,155	0,56	0,825	0,93	0,98	1

تقويم تحصيلي

توضيح أهمية التمثيلات البيانية



مخطط بالأعمدة

تطبيق : أعط مخطط التوترات

تطبيق : أنشئ مضلع التوترات

2) المخطط الدائري

طريقة :N هو التكرار الكلي وn_i تكرار فئة (أو قيمة) نمثل هذه الفئة (أو القيمة) بالقطاع الزاوي

الذي قيس زاويته α حيث $\alpha = 360 \times \frac{n_i}{N}$ أي $\alpha = 360 \times f_i$

مثال3 نعتبر الكشف التالي الذي يحتوي على فصيلة الدم لـ 180 فردا

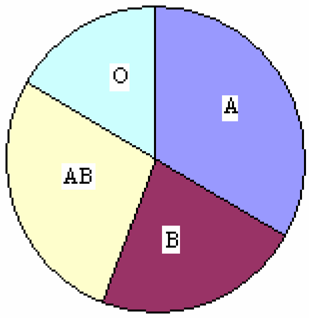
كما يلي60 فرد الفصيلة A و 40 فصيلة B و 50 فصيلةAB و 30 فصيلة O

الجدول الإحصائي

المميزة	A	B	AB	O
الحصيص	60	40	50	30
α_i	120°	80°	100°	60°

$$\alpha_i = n_i \frac{360}{180}$$

المخطط الدائري



*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الهندسة المستوية
*- الوحــــدة التعليمية : : الحساب ألشعاعي
*- الكفـــاءات المســـتهدفة: التعـــرف علـــى جــــداء شـــعاع بعـــدد حقيقـــي – التعـــرف علـــى اســـتقامة ثـــلاث نقـــط
*- موضـــوع الحصة : : جداء شعاع بعدد حقيقي
*- مؤشرات الكفـــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تطبيقات وتوجيهات

نشاط 03 ص 252

تقويم تشخيصي

تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء

3) جداء شعاع بعدد حقيقي

1 - تعريف

$\vec{u}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي غير منعدم
جداء المتجهة $\vec{u}$ في العدد الحقيقي k هي المتجهة $k\vec{u}$ حيث :
* $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس الاتجاه
* $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$
* منحى $k\vec{u}$ هو
منحى $\vec{u}$ إذا كان $k \succ 0$
عكس منحى $\vec{u}$ إذا كان $k \prec 0$

$k \prec 0$ $k \succ 0$

تقويم تكويني

2 - نتائج (نقبلها)

مهما تكن المتجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و مهما يكن العددان الحقيقيان α و β فان

$$\alpha\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\alpha\vec{u}+\alpha\vec{v} \qquad (\alpha+\beta)\vec{u}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$$

$$1\cdot\vec{u}=\vec{u} \qquad (\alpha\beta)\vec{u}=\alpha\left(\beta\vec{u}\right)$$

$\alpha\vec{u}=\vec{0}$ إذا وفقط إذا كان $\alpha=0$ أو $\vec{u}=\vec{0}$

تمارين

-1 بسط $\vec{A}=5(2\vec{u}-\vec{v})-\dfrac{3}{2}(\vec{u}+2\vec{v})-(\vec{u}-\vec{v})$

-2 حدد x حيث $2x\cdot\vec{u}-\vec{u}=\vec{0}$ علما أن $\vec{u}\neq\vec{0}$

توازي شعاعين (الارتباط الخطي)

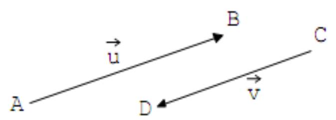
II) الاستقامية

-1 استقامية متجهتين

أ- تعريف

تكون متجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين اذا و فقط اذا كانت احداهما جداء الأخرى في عدد حقيقي

يمكن إدراج مسائل إنشاء نقطة تقسم قطعة مستقيمة وفق نسبة معينة



ملاحظة

$\vec{0}$ مستقيمية مع أية متجهة

	ب- خاصية و تعريف
	لتكن A و B و C نقطا من المستوى حيث $A \neq B$
	المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتان إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي α حيث
	$\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$
	العدد الحقيقي α يسمى أفصول C في المعلم $(A;B)$
	مثال
	$\overrightarrow{AE} = -3\overrightarrow{AB}$ -3 أفصول E في المعلم $(A;B)$
	$\overrightarrow{CF} = \sqrt{2} \cdot \overrightarrow{CD}$ $\sqrt{2}$ أفصول F في المعلم $(C;D)$
	تمرين
	لتكن A و B و C و M أربع نقط و $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين حيث $\vec{u} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$
	و $\vec{v} = 2\overrightarrow{BA} - 6\overrightarrow{BC}$
	1- بين أن $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$
	2- بين أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان
	ج- خاصية
	I منتصف $[AB]$ تكافئ $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ (و تكافئ أيضا $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IB}$)
	2- استقامية ثلاث نقط
	تعريف
	لتكن A و B و C نقطا من المستوى حيث $A \neq B$
	تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي α حيث
	$\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB}$
	3- توازي مستقيمين
	خاصية
	لتكن A و B و C و D نقطا من المستوى حيث $A \neq B$ و $C \neq D$
	$(AB)//(CD)$ إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مستقيميتين
	تمرين
	ليكن ABC مثلثا و I و J نقطتين حيث $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$
	1- عبر عن $\overrightarrow{IC}$ و $\overrightarrow{BJ}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$
	2- استنتج أن $(IC)//(BJ)$
	تمارين منزلية : 40 +44 + 46 صفحة 275
		توضيح أهمية الإنشاءات الهندسية

تقويم تحصيلي		

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الهندسة المستوية
*- الوحـــــدة التعليمية : : تطبيقات الأشعة
*- الكفـــــاءات المســـتهدفة: التعبيـــــــر عـــــن تـــــوازي شـــــعاعين و اســـــتقامة ثـــــلاث نقـــــط فـــــي المســـــتوي
*- موضـــوع الحصة : : المعلم في المستوي
*- مؤشرات الكفـــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط في المستوي
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تطبيقات وتوجيهات

I- معلم مستوى – احداثيتا نقطة – تساوي متجهتين – شرط استقامية متجهتين

1- معلم – إحداثيتا نقطة

تقويم تشخيصي

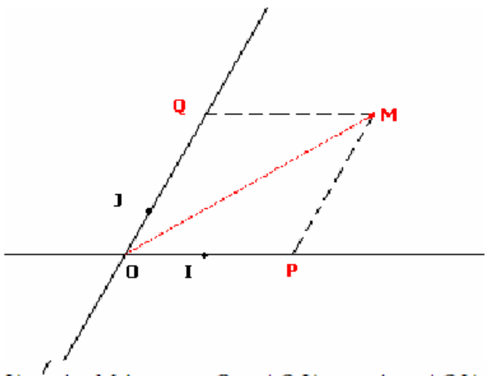
نشاط لتكن I و J و O ثلاث نقط غير مستقيمية و M نقطة من المستوى و P مسقطها على (OI) بتواز مع (OJ) و Q مسقطها على (OJ) بتواز مع (OI)

1- أنشئ الشكل

2- باعتبار x أفصول P بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و y أفصول Q بالنسبة للمعلم $(O;J)$

أكتب $\overrightarrow{OM}$ بدلالة x و y و $\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OJ}$

1- الشكل



تقويم تكويني

2- لدينا P مسقط M على (OI) بتواز مع (OJ) و Q مسقط M على (OJ) بتواز مع (OI)

ومنه $(OPMQ)$ متوازي الأضلاع و بالتالي $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$

و حيث أن x أفصول P بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و y أفصول Q بالنسبة للمعلم $(O;J)$

فان $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OI}$ و $\overrightarrow{OQ} = y\overrightarrow{OJ}$

ومنه $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

و بما أن I و J و O ثلاث نقط غير مستقيمية فاننا نقول ان الزوج $(x;y)$ زوج احداثيي M بالنسبة للمعلم $(O;I;J)$ أو المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ نكتب $M(x;y)$

يمكن إدراج مسائل يتم فيها حساب إحداثي نقطة في معلم – تعليم نقط في معلم

تعريف1

> * كل ثلاث نقط غير مستقيمية I و J و O تحدد معلما في المستوى نرمز له بـ $(O;I;J)$ أو $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$

ترميز و مصطلحات

- المستقيم (OI) يسمى محور الأفاصيل
- المستقيم (OJ) يسمى محور الأراتيب
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ فان $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ يسمى معلما متعامدا
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ و $OI = OJ$ فان $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ يسمى معلما متعامدا ممنظما.

تعريف2

> نقول ان الزوج $(x;y)$ زوج إحداثيتي النقط M في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ إذا وفقط إذا كان
>
> $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ نكتب $M(x;y)$
>
> العدد x يسمى أفصول M
>
> العدد y يسمى أرتوب M

2- إحداثيتا متجهة – تساوي متجهتين

أ- احداثيتا متجهة

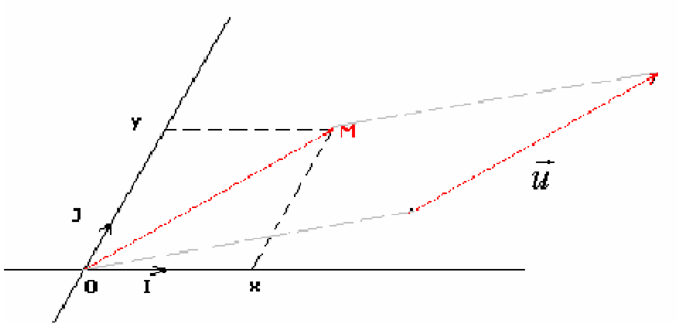
نشاط

نعتبر المستوى (P) منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ و $\vec{u}$ متجهة معلومة .

أنشئ M حيث $\vec{u}=\overrightarrow{OM}$

باعتبار $M(x;y)$ بالنسبة للمعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ أكتب $\vec{u}$ بدلالة x و y

----



لدينا $\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$ ومنه $\vec{u}=x\overrightarrow{OI}+y\overrightarrow{OJ}$

الزوج $(x;y)$ زوج احداثيتي $\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

تعريف

زوج احداثيتي $\vec{u}$ في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ هو زوج إحداثيتي النقط M في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ حيث $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

اذا كان $M(x;y)$ في المعلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ فان زوج احداثيتي $\vec{u}$ هو $(x;y)$ نكتب $\vec{u}(x;y)$

خاصية

المستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$.

$\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}'(x';y')$ متجهتان و α و β عددان حقيقيان

زوج إحداثيتي المتجهة $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ هو $(\alpha x+\beta x';\ \alpha y+\beta y')$

ب- تساوي متجهتين

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$،نعتبر $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}'(x';y')$ متجهتين

$\vec{u}=\vec{u}'$ اذا وفقط اذا كان $x=x'$ و $y=y'$

د- احداثيتا $\overrightarrow{AB}$

خاصية

في مستوى منسوب إلى معلم $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$،إذا كان $A(x;y)$ و $B(x';y')$ فان $\overrightarrow{AB}(x'-x;y'-y)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$،

نعتبر النقط$A(1;2)$ و $B(-3;-1)$ و $C(3;-2)$ ومتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و$\vec{v}(2;4)$.

1- أنشئ النقط A و B و C و المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$

2- حدد زوج إحداثيتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $2\vec{u}-\frac{1}{2}\vec{v}$

3- حدد زوج إحداثيتي D حيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$

4- حدد زوج إحداثيتي I منتصف $[AB]$

تمرين

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير مستقميتين و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقميتين حيث $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$ و $\vec{v}=-4\vec{i}+3\vec{j}$

حدد إحداثيتي $\vec{u}$ و $\vec{v}$ في الأساس $(\vec{i};\vec{j})$

حدد إحداثيتي $\vec{i}$ و $\vec{j}$ في الأساس $(\vec{u};\vec{v})$

تقويم تحصيلي

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلــــــم : الهندسة المستوية
*- الوحـــــدة التعليمية : تطبيقات الأشعة
*- الكفـــاءات المســـتهدفة: التعـــرف علـــى جـــداء شـــعاع بعـــدد حقيقـــي – التعـــرف علـــى اســـتقامة ثـــلاث نقـــط
*- موضـــوع الحصة : : المعلم في المستوي
*- مؤشرات الكفـــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط   *- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

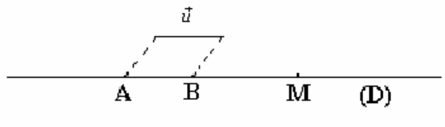
التقويـــم	الـــــدرس	تعليقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي تقويم تكويني	**3- شرط استقامية متجهتين** **أ- محددة متجهتين** **تعريف** لتكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ متجهتين العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ (في هذا الترتيب) نرمز له بـ $\det(\vec{u};\vec{v})$ أو $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$ نكتب $\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$ **مثال** نعتبر $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$ و $\vec{w}(-5;0)$ حدد $\det(\vec{u};\vec{v})$ و $\det(\vec{u};\vec{w})$ ب- لتكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ غير منعدمتين * $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان تكافئ $\vec{u}=k\vec{v}$ تكافئ $x=kx'$ و $y=ky'$ ومنه $xy'-x'y=kx'y'-kx'y'=0$ نفترض $xy'-x'y=0$ و $x'\neq 0$ * نضع $\frac{x}{x'}=k$ ومنه $x=kx'$ و بالتالي $xy'-x'y=0$ تكافئ $y=ky'$ إذن $\vec{u}=k\vec{v}$ إذا كان $\vec{u}$ أو $\vec{v}$ منعدما فان $xy'-x'y=0$ **خاصية** تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})=0$ تكون $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})\neq 0$ **مثال** لتكن $\vec{u}(\sqrt{2}+1;1)$ و $\vec{v}(1;\sqrt{2}-1)$ و $\vec{w}(-1;\sqrt{2})$ أدرس استقامية $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ثم $\vec{u}$ و $\vec{w}$ **تمرين** في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقط $A\left(\frac{1}{2};3\right)$ و $B(-2;-2)$ و $C(1;4)$ ومتجهة $\vec{u}(1;3)$ 1- أنشئ النقط A و B و C و المتجهة $\vec{u}$ 2- حدد x حيث $\vec{u}$ و $\vec{v}(x-2;5)$ مستقيميتان 3- بين أن النقط A و B و C مستقيمية **طويلة شعاع :** في مستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم - إذا كان $\vec{u}(x;y)$ فان $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$ **المسافة بين نقطتين :** - إذا كان $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فان $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$	التطرق الى شرط التوازي في معلم

II- المستقيم في المستوى

1- مستقيم معرف بنقطة ومتجهة

لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

نحدد (D) مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$; $t\in\mathbb{R}$



لنضع $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

* $(D)\neq\varnothing$ لان $B\in(D)$

* نعلم أن $\overrightarrow{AM}=t\overrightarrow{AB}$; $t\in\mathbb{R}$ تكافئ $M\in(AB)$

$(D)=(AB)$

(D) يسمى المستقيم المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$

تعريف

لتكن A نقطة و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

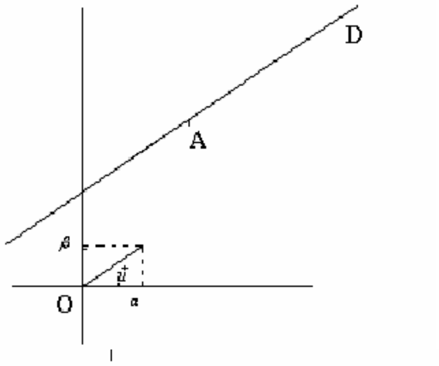
مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$; $t\in\mathbb{R}$ هي المستقيم المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$ نرمز له بـ $D(A;\vec{u})$

تقويم تحصيلي

التمثيل الوسيطي لمستقيم :

التعرف على معامل توجيه مستقيم ـ إنشاء مستقيم علمت معادلته

في مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر (D) مستقيم مار من النقطة $A(x_0;y_0)$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة له



$M\in(D)$ تكافئ توجد t من $\mathbb{R}$ حيث $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$

تكافئ $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$

النظمة $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$ تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم (D) المار من $A(x_0;y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$

مبرهنة وتعريف

المستوى منسوب الى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ متجهة غير منعدمة و $A(x_0;y_0)$ نقطة.

كل مستقيم (D) مار من $A(x_0;y_0)$ وموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$ له نظمة على شكل $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$

النظمة $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+t\alpha \\ y=y_0+t\beta \end{cases}$ تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم (D) المار من $A(x_0;y_0)$ والموجه بـ $\vec{u}(\alpha;\beta)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر النقط $A(-2;1)$ و $B(0;-2)$ و $C(1;4)$ ومتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(4;-6)$.

لتكن $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \end{cases}$ تمثيلا بارامتريا لمستقيم (Δ)

1- أنشئ المستقيم (D) المار من A و الموجه بـ $\vec{u}$ و المستقيم (Δ)

2- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D)

ب- أعط ثلاث نقط تنتمي إلى المستقيم (D)

ج- هل النقطتين B و C تنتميان الى المستقيم (D)

3- أ- بين أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان

ب- حدد تمثيلا بارامتريا لـ $D(C;\vec{v})$. ماذا تلاحظ

4- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AC)

ملاحظة

كل مستقيم يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية

*- المستـــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــم : الهندسة المستوية
*- الوحــــدة التعليمية : : تطبيقات الأشعة
*- الكفــــاءات المســـتهدفة: التعـــرف علـــى جـــداء شـــعاع بعـــدد حقيقـــي – التعـــرف علـــى اســـتقامة ثـــلاث نقـــط
*- موضـــوع الحصة : : المستقيم في المستوي
*- مؤشرات الكفـــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط في معلم
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــدرس	تطبيقات وتوجيهات

التقويم: تقويم تشخيصي

3- معادلة ديكارتية لمستقيم

أ- مستقيم معرف بنقطة و متجهة

في مستوى (P) منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$،

نعتبر (D) مستقيم مار من النقطة $A(x_0;y_0)$ و $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة له.

لتكن $M(x;y)$ نقطة من (P)

$M\in(D)$ تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيميتان

تطبيقات وتوجيهات: التعرف على معامل توجيه مستقيم –إنشاء مستقيم علمت معادلته

تكافئ $\begin{vmatrix} x-x_0 & \alpha \\ y-y_0 & \beta \end{vmatrix}=0$

تكافئ $\beta x-\alpha y+\alpha y_0- \ x_0=0$

نضع $c=\alpha y_0-\beta x_0 \;;\; \beta=a \;;\; - \ =b$

$M\in(D)$ تكافئ $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$

التقويم: تقويم تكويني

مبرهنة

> في مستوى منسوب إلى معلم
> كل مستقيم (D) له معادلة على شكل $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$.

* العكس

لتكن a و b و c اعداد حقيقية حيث $(a;b)\neq(0;0)$

لنحدد (D) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c=0$

لنفرض أن $a\neq 0$

(D) غير فارغة لأن $C\left(\frac{-c}{a};0\right)\in(D)$

لتكن $A(x_0;y_0)$ تنتمي الى (D) ومنه $ax_0+by_0+c=0$

وبالتالي $c=-ax_0-by_0$

$M(x;y)\in(D)$ تكافئ $ax+by+c=0$

تكافئ $ax+by-ax_0-by_0=0$

تكافئ $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$

تكافئ $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}(-b;a)$ مستقيميتان

تكافئ $M\in D(A;\vec{u})$

مبرهنة

> في مستوى منسوب إلى معلم مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c=0$
> و$(a;b)\neq(0;0)$ هي المستقيم (D) الموجه بـ $\vec{u}(-b;a)$
> المعادلة $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) الموجه بـ $\vec{u}(-b;a)$

تمرين

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $\vec{u}(1;2)$.

لتكن $2x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية لمستقيم (D) و $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \end{cases}$ تمثيل بارامتري لمستقيم (D')

1- حدد معادلة ديكارتية لمستقيم (Δ) مار من A و موجه بـ $\vec{u}$

2- أعط ثلاث نقط من المستقيم (D) و متجهة موجهة له.

3- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D'). أنشئ الشكل.

ملاحظة

* لكل عدد حقيقي غير منعدم k ، المعادلتان $ax+by+c=0$ و $akx+bky+kc=0$ متكافئين، فهما معادلتان لنفس المستقيم

* للمستقيم مالا نهاية من المعادلات المتكافئة.

ب- حالات خاصة

تقويم تحصيلي

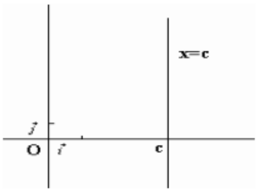
* **المستقيم القاطع لمحوري المعلم**

يقطع مستقيم (D) محوري معلم في نقطتين مختلفتين $A(a;0)$ و $B(0;b)$ إذا و فقط إذا كان للمستقيم (D) معادلة ديكارتية على شكل $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ حيث $a\neq 0$ و $b\neq 0$

* **المستقيم الموازي لمحور الأراتيب**

خاصية

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب اذا و فقط كان له معادلة من نوع $x=c$



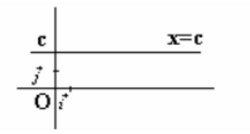
ملاحظة ليكن $(a;b)\neq(0;0)$

تكون $ax+by+c=0$ معادلة مستقيم مواز لمحور الأراتيب إذا و فقط إذا كان $b=0$

* **المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل**

خاصية

يكون مستقيم مواز لمحور الأراتيب اذا و فقط كان له معادلة من نوع $y=c$.



* **المستقيم غير الموازي لمحور الأراتيب**

(P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

$(D):ax+by+c=0$

(D) غير مواز لمحور الأراتيب تكافئ $b\neq 0$

إذن معادلة (D) تصبح $y=\frac{-b}{a}x-\frac{c}{a}$

نضع $m=\frac{-a}{b}$; $p=\frac{-c}{b}$ إذن معادلة (D) تكتب $y=mx+p$

بالعكس نعتبر $y=mx+p$ معادلة (D)

ومنه $\vec{u}(1;m)$ موجهة لـ (D) و لدينا $\det(\vec{u};\vec{j})\neq 0$

إذن (D) لا يوازي محور الأراتيب.

خاصية

(P) مستوى منسوب إلى معلم

يكون المستقيم (D) غير مواز لمحور الأراتيب إذا وفقط إذا كانت معادلة (D) على شكل $y=mx+p$

العدد m يسمى المعامل الموجه للمستقيم (D)

المتجهة $\vec{u}(1;m)$ موجهة للمستقيم (D)

المعادلة $y=mx+p$ تسمى المعادلة المختزلة للمستقيم (D)

ملاحظة

اذا كان $\vec{u}(\alpha;\beta)$ موجهة لمستقيم غير مواز لمحور الأراتيب فان المعامل الموجه له هو العدد $\frac{\beta}{\alpha}$

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــــم : الهندسة المستوية
*- الوحـــــدة التعليمية : : الحساب ألشعاعي
*- الكفـــاءات المســـــتهدفة: التعـــرف علـــى جـــداء شـــعاع بعـــدد حقيقـــي – التعـــرف علـــى اســـتقامة ثـــلاث نقـــط
*- موضـــــوع الحصة : : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين
*- مؤشرات الكفـــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط في معلم
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تطبيقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي	**تمرين** في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقطة $A(-2;1)$ و $t\in\mathbb{R}$ $(\Delta):\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\end{cases}$. 1- حدد المعادلة المختزلة للمستقيم (D) المار من A و معامله الموجه $\frac{-1}{2}$. 2- حدد المعامل الموجه للمستقيم (Δ) ثم معادلته المختزلة.	

تقويم تكويني	**III - الأوضاع النسبية لمستقيم**
	1- التوازي
	$(D_1):ax+by+c=0$; $(D_2):a'x+b'y+c'=0$
	$\vec{u}(-b;a)$ موجهة لـ (D_1) و $\vec{u}'(-b';a')$ موجهة لـ (D_2)
	$(D_1)//(D_2)$ تكافئ $\det(\vec{u};\vec{u}')=0$
	تكافئ $ab'-a'b=0$
	مبرهنة1
	ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$.
	نعتبر $(D_1):ax+by+c=0$; $(D_2):a'x+b'y+c'=0$
	$(D_1)//(D_2)$ اذا و فقط اذا كان $ab'-a'b=0$
	مبرهنة2
	ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(D_2):y=m'x+p'$; $(D_1):y=mx+p$
	$(D_1)//(D_2)$ اذا و فقط اذا كان $m=m'$
	
	مثال
	$(D_1):2x-3y+4=0$; $(D_2):-4x+6y+1=0$
	هل (D_1) و (D_2) منفصلا أم منطبقان
	2- التقاطع
	مبرهنة1
	ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$.
	نعتبر $(D_1):ax+by+c=0$; $(D_2):a'x+b'y+c'=0$
	(D_1) و (D_2) متقاطعان اذا و فقط اذا كان $ab'-a'b\neq0$
	و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases}ax+by+c=0\\a'x+b'y+c'=0\end{cases}$
	مبرهنة2
	ليكن (P) مستوى منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(D_2):y=m'x+p'$; $(D_1):y=mx+p$
	(D_1) و (D_2) متقاطعان اذا و فقط اذا كان $m\neq m'$
	و زوج إحداثيتي تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases}y=mx+p\\y=m'x+p'\end{cases}$
	مثال $(D_2):2x+y-1=0$; $(D_1):x+3y-5=0$
	تأكد أن (D_1) و (D_2) متقاطعان وحدد تقاطعهما
		دراسة الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوي باستعمال المعادلات الديكارتية لهما

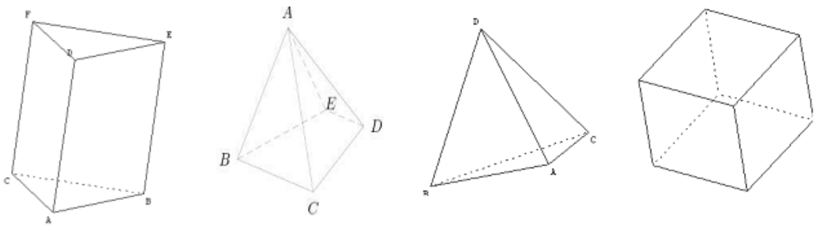
تقويم		

*- المستـــــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــــم : الهندسة
*- الوحــــدة التعليمية : : الهندسة في الفضاء
*- الكفاءات الستهدفة:التعرف على المجسمات – حساب مساحات و حجوم *-
موضــــوع الحصة : حساب مساحات و حجوم
*- مؤشرات الكفــــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط *- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويــم	الـــــدرس	تعليقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي	**أنشطة**	تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء

النشاط 01 :

1. عين عدد الرؤوس ، الأوجه و الأحرف للأشكال الهندسية مع إعطاء تسمية لكل منهم التالية:

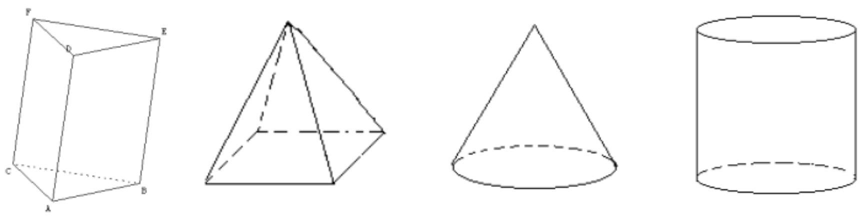


4 3 2 1

إنشاء تصاميم لمجسمات باستعمال المنظور المتساوي القياس

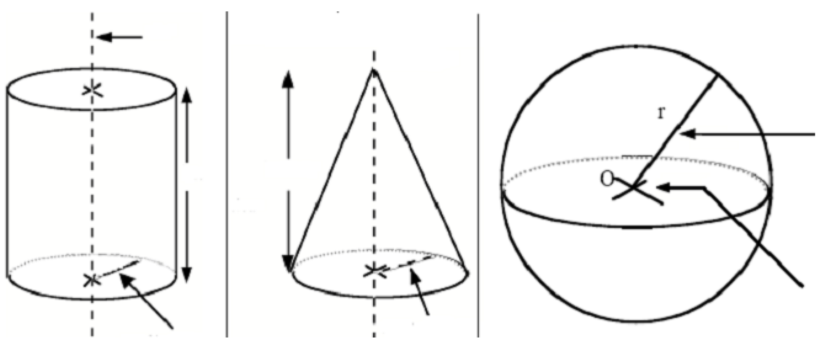
تقويم تكويني

2. عين ارتفاع الأشكال إعطاء تسمية لكل منهم التالية:



4 3 2 1

3. اكمل مايلي



تقويم

تحصيلي

النشاط 02 :

أكمل ما يلي– مقطع مخروط بمستوي موازي لقاعدته هو ....
– مقطع هرم بمستوي موازي لقاعدته هو ....
– مقطع اسطوانة بمستو مواز لقاعدته هو ....
– مقطع اسطوانة بمستو موازي لمحورها هو............
– مقطع متوازي مستطيلات بمستو يوازي أحد أوجهه هو ....
يطلب الرسم

النشاط 03 :

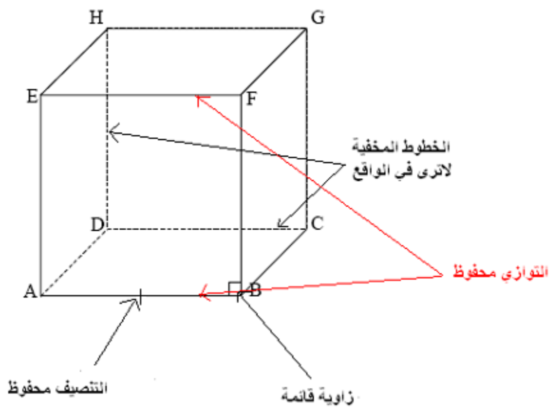
① ارسم المكعب ABCDEFHG طول ضلعه 5cmباستعمال تقنية التمثيل بالمنظور متساوي القياس حيث مستوى الواجهة هو (ABEF).
② عين النقطة I منتصف القطعة [AB]ثم ارسم المستقيم العمودي على (AB) في النقطة I.
③ عين النقطة M التي تنتمي إلى المستقيم [EF] و تحقق $\widehat{MAB} = 30°$

ملخص للدرس

1.التمثيل بالمنظور متساوي القياس:

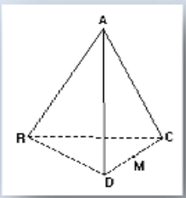
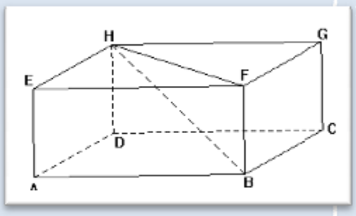
المنظور متساوي القياس هو تقنية لتمثيل أشياء من الفضاء على سطوح مستوية و من أهم قواعد هذه التقنية :
1) **الخطوط المخفية– التي لا ترى عند تصوّر رؤية المجسم – نرسمها بخطوط متقطعة.**
2) **على مستوي الواجهة أو مستوي الاسقاط نحافظ على كلّ الخواص (التوازي، التعامد، التصنيف، استقامية النقط....) و المقادير (الزّوايا ، المسافات.........)**
3) **على جميع الأوجهة نحافظ على : استقامية النقط ، التوازي ، منتصف قطعة مستقيم و النسب بين قطع المستقيم المتوازية.**

ملاحظة المستوي في المنظور متساوي القياس يمثّل بمتوازي الأضلاع.



تمارين منزلية : 61 ص277

*- المستـــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلــــــم : الهندسة
*- الوحــــدة التعليمية : : الهندسة في الفضاء
*- الكفاءات المستهدفة: التعرف على المجسمات – حساب مساحات و حجوم *- موضـــوع الحصة : : جداء شعاع بعدد حقيقي
*- مؤشرات الكفـــاءة: : التعبير عن توازي شعاعين و استقامة ثلاث نقط *- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تطبيقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي	**النشاط رقم 01** ① جد مساحة الكرة S التي نصف قطرها $R = 5cm$. ② جد حجم الجلة التي نصف قطرها $R = 3cm$.	تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء
تقويم تكويني	**النشاط رقم 02** ABCD رباعي وجوه مثلثات متقايسة الأضلاع. M هي منتصف [DC] و يعطى $AB=3cm$. 1) أحسب AM .  **النشاط رقم 03** نعتبر متوازي المستطيلات الممثل في الشكل المقابل . يعطى: $AB=10cm$ و $AE=6cm$ و$BC=8cm$. 1) أحسب HB .  	
تقويم تحصيلي		

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــم : الهندسة
*- الوحـــــدة التعليمية : : الهندسة في الفضاء
- الكفاءات المستهدفة:التعرف على الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين -
موضـــــوع الحصة : الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

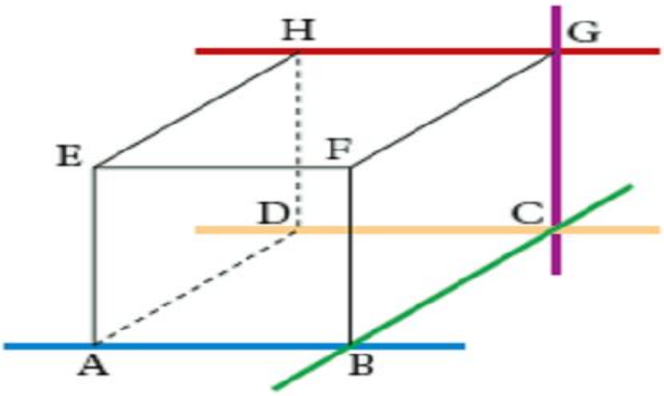
<table>
<tr><th>التقويـــم</th><th>الـــــدرس</th><th>تعليقات وتوجيهات</th></tr>
<tr><td>تقويم تشخيصي

تقويم تكويني

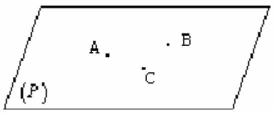
تقويم تحصيلي</td><td>

نشاط

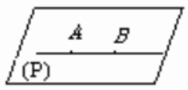
ABCDEFGH متوازي المستطيلات كما هو موضح في الشكل أدناه
1. اذكر الأوضاع النسبية للمستقيمات التالية:
(AB) و (BC) ، (AB) و (HG) ، (BC) و(HG) .
2. أذكر الأوضاع النسبية المستقيمات و المستويات التالية:
(AB)و(EFG) ، (EG) و (EFG) ، (CG) و(EFG) ، (AG)و(EFG)
3. أذكر الأوضاع النسبية المستويات التالية:
(ABCD) و(EFGH) ، (ABC) و (CDA) ، (AEF) و (ABC) .



2- موضوعات و تعاريف
الفضاء مجموعة عناصرها تسمى نقط نرمز لها بالرمز (E)
المستقيمات و المستويات أجزاء فعلية من الفضاء
أ- موضوعة1
كل نقطتين مختلفتين A و B في الفضاء تحدد مستقيما وحيد نرمز له بـ (AB)
تعريف
نقول عن عدة نقط أنها مستقيمية في الفضاء إذا كانت تنتمي إلى نفس المستقيم
ب- موضوعة2
كل ثلاث نقط غير مستقيمية A و B و C في الفضاء تحدد مستوى وحيد نرمز له بـ(ABC) أو (P)



تعريف
* نقول عن عدة نقط أنها مستوائية في الفضاء إذا كانت تنتمي إلى نفس المستوى.
* نقول عن مستقيمين (أو مستقيمات) أنهما مستوئيين(أو مستوائية) إذا كانا (أو كانوا) ضمن نفس المستوى.
ج- موضوعة3
إذا انتمت نقطتان مختلفتان من مستقيم (D) إلى مستوى (P) فان (D) ضمن (P).



</td><td>تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء

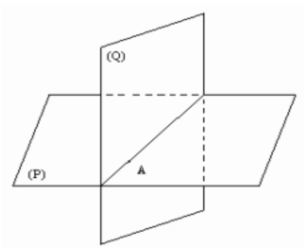
تعالج أمثلة لتوظيف بديهيات الوقوع والترتيب و الخواص المتعلقة بالتوازي و التعامد في الفضاء</td></tr>
</table>

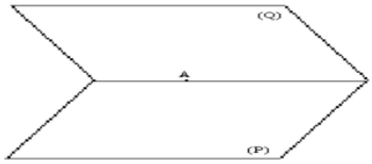
ملاحظة هامة

جميع خاصيات الهندسة المستوية تبقى صالحة في كل مستوى من مستويات الفضاء و كل مستقيم من مستقيماته.

د- موضوعة4

إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة فانهما يتقاطعان وفق مستقيم يمر من هذه النقطة.





ذ- نتائج

نتيجة1

كل مستقيم ونقطة خارجه يحددان مستوى وحيدا في الفضاء

نتيجة2

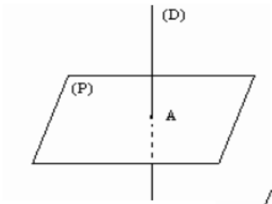
كل مستقيمين متقاطعين في الفضاء يحددان مستوى وحيد في الفضاء

3- الأوضاع النسبية لمستقيم ومستوى

ليكن (D) مستقيم و (P) مستوى من الفضاء

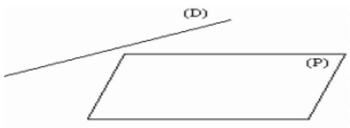
لدينا ثلاث وضعيات ممكنة

الوضعية1: (D) يخترق (P)

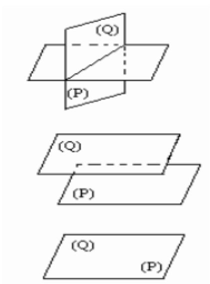


الوضعية2: $(D)\subset(P)$

الوضعية3: (D) و(P) منفصلان (أي ليست لهما أية نقطة مشتركة)



4- الأوضاع النسبية لمستويين في الفضاء



ليكن (P) و (Q) مستويين في الفضاء. لدينا ثلاث حالات

* (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم

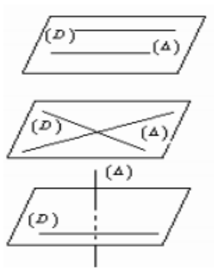
* (P) و (Q) منفصلان

(أي ليست لهما أية نقطة مشتركة)

* (P) و (Q) منطبقان

5- الأوضاع النسبية لمستقيمين مختلفين

ليكن (D) و (Δ) مستقيمين مختلفين. هناك ثلاث حالات



* (D) و (Δ) مستوئيان ومنفصلان

* (D) و (Δ) مستوئيان ومتقاطعان

* (D) و (Δ) غير مستوئيين

	تمرين ليكن $EFGH$ رباعي الأوجه النقطة I من $[FG]$ مخالفة عن F و G و النقطة J من $[EG]$ مخالفة عن E و G و النقطة K من $[EH]$ مخالفة عن E و H هل (EI) و (JK) متقاطعان تمرين $ABCDEFGH$ مكعب حدد تقاطع (ACG) و (BDG) **تمارين منزلية : 61 ص277**	

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الهندسة
*- الوحــــدة التعليمية : : الهندسة في الفضاء
- الكفاءات المستهدفة: التعرف على الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين -
موضـــــوع الحصة : : : الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تطبيقات وتوجيهات

تقويم تشخيصي

التوازي في الفضاء
1- المستقيمات المتوازية
أ- تعريف

نقول إن مستقيمين (D) و (Δ) متوازيان في الفضاء إذا تحقق الشرطان التاليان
- أن يكون (D) و (Δ) مستوائيين
- أن يكون (D) و (Δ) منفصلان أو منطبقان

نكتب $(D)//(\Delta)$

وحسب موضوعة اقليدس في المستوى (P) ، يمر مستقيم وحيد (Δ) يوازي (D)
إذن (D) و (Δ) متوازيان في الفضاء

ج- مبرهنة

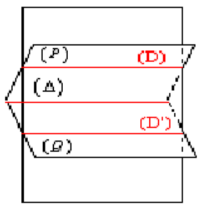
كل مستقيمين متوازيين قطعا في الفضاء يحددان مستوى وحيدا

د- مبرهنة (نقبلها)

إذا احتوى مستويان متقاطعان على مستقيمين متوازيين قطعا فان تقاطعهما هو مستقيم مواز لهذين المستقيمين.

تقويم تكويني

تعالج أمثلة لتوظيف بديهيات الوقوع والترتيب و الخواص المتعلقة بالتوازي و التعامد في الفضاء



ذ- مبرهنة

إذا كان مستقيمان متوازيين في الفضاء فن كل مستقيم يوازي أحدهما يوازي الآخر

ملاحظة

إذا كان مستقيمان متوازيين فكل مستوى يقطع أحدهما يقطع الآخر

تمرين

ليكن $ABCDE$ هرما قاعدته متوازي أضلاع لتكن B' و C' منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي.
أنشئ الشكل
1- أثبت أن $(DE)//(B'C')$
2- ليكن (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (ADE)
بين أن $(\Delta)//(B'C')$

تقويم تحصيلي

2- توازي مستقيم و مستوى

أ-تعريف

يكون مستقيم (D) موازيا لمستوى (P) إذا و فقط إذا كان (D) و (P) منفصلان أو (D) ضمن (P)

نكتب $(D)//(P)$

ب- مبرهنة

يكون مستقيم (D) موازيا لمستوى (P) إذا و فقط إذا وجد مستقيم ضمن (P) يوازي (D)

تمرين

ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا . I و J و K منتصفات $[AB]$

و $[EF]$ و $[HG]$ على التوالي

أثبت أن (HI) يوازي المستوى (JKC)

3- توازي مستويين

أ- تعريف

يكون مستويان (P) و (Q) متوازيين في الفضاء إذا و فقط إذا كانا منطبقين أو منفصلين.

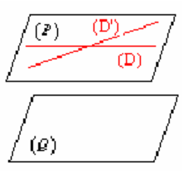
نكتب $(P)//(Q)$

ملاحظة

إذا كان $(P)//(Q)$ فان كل مستقيم ضمن أحدهما يوازي المستوى الآخر.

ب- مبرهنة

يكون مستويان متوازيين في الفضاء إذا و فقط إذا اشتمل أحدهما على مستقيمين متقاطعين يوازيين المستوى الآخر



ج- مبرهنة

إذا وازى مستويان مستوى ثالثا فانهما يكونان متوازيين

د- مبرهنة

من نقطة في الفضاء يمر مستوى و حيد مواز لمستوى معلوم

البرهان

ليكن (P) مستوى و A نقطة في الفضاء

نعتبر (D) و (Δ) متقاطعين ضمن المستوى (P)

يوجد مستقيم وحيد (D') مار من A و يوازي (D)

يوجد مستقيم وحيد (Δ') مار من A و يوازي (Δ)

(D') و (Δ') يحدان مستوى وحيد (Q)

(Q) يوازي (P)

ذ- نتائج

- إذا توازى مستويان فان كل مستقيم يخترق أحدهما يخترق الآخر
- إذا توازى مستويان فان كل مستوى يقطع أحدهما يقطع الآخر
- إذا توازى مستويان فان كل مستقيم يوازي أحدهما يوازي الآخر

تمرين

ليكن (P) و(Q) مستويين متوازيين قطعا . نعتبر $A \in (P)$
و BCD مثلث ضمن (Q) . لتكن I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[AD]$ على التوالي. المستقيم (CK) يخترق المستوى (P) في R.

1- أنشئ الشكل

2- أثبت أن المستوى (IJK) يوازي (P)

3- أثبت أن $(CD)//(AR)$

تمرين

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات و I منتصف $[GH]$

1- لتكن $(EI)\cap(FH)=\{M\}$

بين أن المستويين (AEI) و (AFH) يتقاطعان وفق (AM)

2- أ- بين أن النقط E و F و D و C مستوائية

ب- بين أن $(CF)//(DE)$

3- بين أن $(CFH)//(BDE)$

4- بين أن (CI) يخترق المستوى (ADH)

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الهندسة
*- الوحــــدة التعليمية : : الهندسة في الفضاء
*- الكفاءات المستهدفة: التعرف على الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين
موضــــوع الحصة : : : الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تطبيقات وتوجيهات

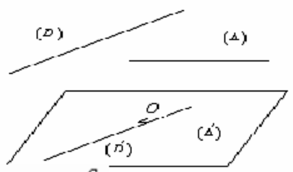
التعامد في الفضاء

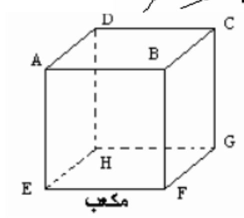
I- تعامد مستقيمين في الفضاء

تقويم تشخيصي

1- تعريف

نقول إن مستقيمين (D) و (Δ) متعامدان في الفضاء إذا و فقط إذا كان الموازيان لهما و الماران من نقطة O في الفضاء متعامدين. نكتب $(D)\perp(\Delta)$





مثال $ABCDEFGH$ مكعب

$(AD)\perp(AE)$

$(AD)\perp(CG)$

$(EF)\perp(DH)$

ملاحظة

مستقيمان متعامدان يمكن أن يكونا غير مستوائيين

تقويم تكويني

تمرين

$ABCD$ رباعي الأوجه حيث $BD=DC$ و I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[CB]$ على التوالي

بين أن $(IJ)\perp(DK)$

تعالج أمثلة لتوظيف بديهيات الوقوع والترتيب و الخواص المتعلقة بالتوازي و التعامد في الفضاء

2- خاصيات

خاصية1

إذا كان مستقيمان متوازيين فكل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصية2

إذا كان مستقيمان متعامدين فكل مستقيم مواز لأحدهما يكون عموديا على الآخر

ملاحظة

يمكن لمستقيمين أن يكون عموديين على مستقيم ثالث دون أن يكونا متوازيين.

II- تعامد مستقيم و مستوى في الفضاء

1- مبرهنة

إذا كان مستقيم (D) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن مستوى (P) فان (D) عمودي على جميع مستقيمات المستوى (P)

2- تعريف

نقول إن المستقيم (D) عمودي على المستوى (P) إذا و فقط إذا (D) عموديا على جميع مستقيمات المستوى (P).

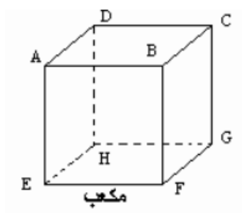
3- مبرهنة

يكون مستقيم (D) عمودي على مستوى (P) إذا و فقط إذا كان المستقيم (D) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن المستوى (P)

مثال $ABCDEFGH$ مكعب

$(AD)\perp(ABE)$

$(AD)\perp(CHG)$



4- خاصيات

خاصية1

تقويم تحصيلي

إذا كان مستويان متوازيين فان كل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصية2

إذا كان مستقيمان متوازيين فان كل مستوى عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصية4

يكون مستقيمان متعامدين إذا و فقط إذا كان أحدهما عمودبا على مستوى يتضمن الآخر

خاصية5

يكون مستويان متوازيين إذا وفقط إذا كانا عموديين على نفس المستقيم

تمرين

$ABCDEFGH$ مكعب

أتبث أن $(EB)\perp(DF)$ ثم أتبث أن $(EBG)\perp(DF)$

تمرين

ليكن (C) دائرة من المستوى (P). نعتبر $[AB]$ قطرا لـ (C) و (Δ) العمودي على (P) في A.

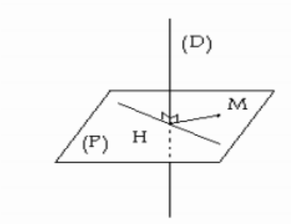
ليكن $S\in(\Delta)$ حيث $S\neq A$ و $M\in(C)$; $M\neq B$

أتبث أن $(MB)\perp(SM)$.

5- مبرهنات

مبرهنة1

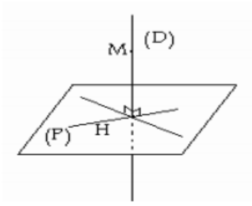
من كل نقطة في الفضاء يمر مستوى وحيد عمودي على مستقيم معلوم.



H المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (D)

مبرهنة2

من كل نقطة في الفضاء يمر مستقيم وحيد عمودي على مستوى معلوم.



H المسقط العمودي للنقطة M على المستوى (P)

III- تعامد مستويين

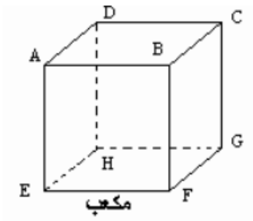
تعريف

نقول ان المستويين (P) و (Q) متعامدان اذا و فقط اذا كان أحدهما يتضمن مستقيما عمودي على الآخر نكتب $(P)\perp(Q)$

مثال $ABCDEFGH$ مكعب

$(ADC)\perp(ABE)$

$(ADF)\perp(CHG)$



ملاحظة

إذا تعامد مستويين في الفضاء فلا يعني أن كل مستقيم ضمن أحدهما عمودي على المستوى الآخر.

تمرين

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين في A ضمن مستوى (P) و I منتصف $[BC]$. لتكن S نقطة من المستقيم العمودي على (P) في A حيث $S\neq A$

1- أتبث أن $(SAI)\perp(SCI)$

2- ليكن H المسقط العمودي لـ A على (SI)

أتبث أن $(AH)\perp(SC)$

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الهندسة
*- الوحـــــدة التعليمية : : الهندسة في الفضاء
- الكفاءات المستهدفة: التعرف على الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين -
موضـــــوع الحصة : : الأوضاع النسبية لمستويين – لمستو و مستقيم – لمستقيمين
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الــــــدرس	تعليقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي تقويم تكويني تقويم تحصيلي	**تمرين** $ABCDEFGH$ مكعب أثبت أن $(HEB)\perp(AGF)$ **تمرين** في الفضاء نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A ضمن مستوى (P). لتكن D مماثلة B بالنسبة لـ A ، و S نقطة خارج (P) حيث $SB=SD$. لتكن I و J منتصفي $[SD]$ و$[DC]$ على التوالي 1- بين أن $(AB)\perp(SAC)$ استنتج أن $(P)\perp(SAC)$ 2- بين أن $(AB)\perp(IJ)$	تعالج أمثلة لتوظيف بديهيات الوقوع والترتيب و الخواص المتعلقة بالتوازي و التعامد في الفضاء

*- المستـــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــم : الهندسة المستوية
*- الوحـــــدة التعليمية : : الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي
*- الكفـــــاءات المســــــتهدفة:توظيـــــف مبرهنتـــــي طــــالس و فيثــــاغورث وعكـــــس كـــــل منهمـــــا لحـــــل مشـــــكلات
موضــــوع الحصة : الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

التقويـــم	الـــــدرس	تعليقات وتوجيهات

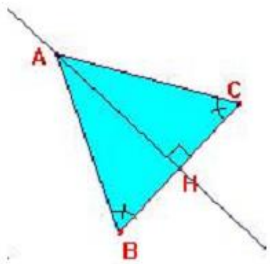
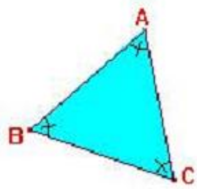
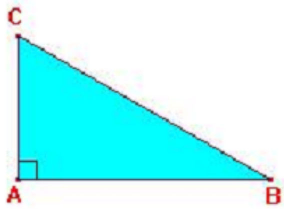
تقويم تشخيصي

تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء

1. المثلثات

خاصية

مجموع زوايا مثلث يساوي °180

	الشكل	تعاريف	خواص مميزة
المثلث متساوي الساقين		ضلعان متقايسان $AB = AC$	$ABC = ACB$ (AH)محور تناظر
المثلث متقايس الأضلاع		الأضلاع الثلاثة متقايسة	$ABC = ACB = BAC$ 3 محاور تناظر
المثلث قائم الزاوية		زاوية قائمة	$BAC = 90°$ $ABC + ACB = 90°$

تقويم تكويني

التذكير بخواص الأشكال الهندسية المألوفة

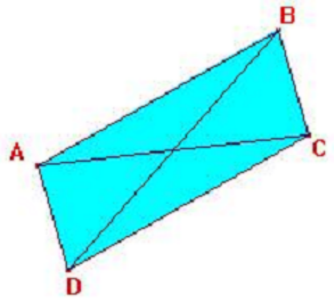
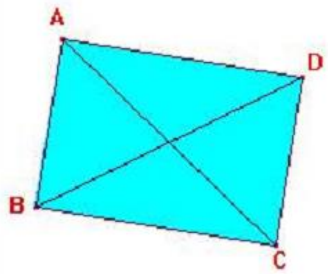
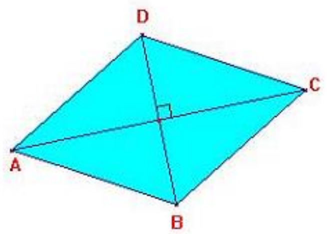
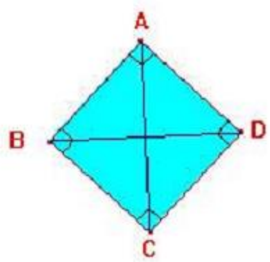
2. الدوائر

تعاريف

الدائرة هي مجموعة النقط المتساوية المسافة من نقطة ثابتة تسمى مركز الدائرة.
مماس دائرة مركزها O في نقطة A منها هو المستقيم العمودي على (OA) في النقطة A.
دائرتان متماستان في نقطة A هما دائرتان لهما نفس المماس في النقطة A.

تقويم تحصيلي

3. الرباعيات الخاصة

	الشكل	تعاريف	خواص مميزة
متوازي الأضلاع		ضلعان متقايسان $AB = AC$	القطران متناصفان
المستطيل		أربع زوايا قائمة	القطران متناصفان و متقايسان
المعين		أربع أضلاع متقايسة	القطران متناصفان و متعامدان
المربع		أربع زوايا قائمة و أربع أضلاع متقايسة	القطران متناصفان، متقايسان و متعامدان

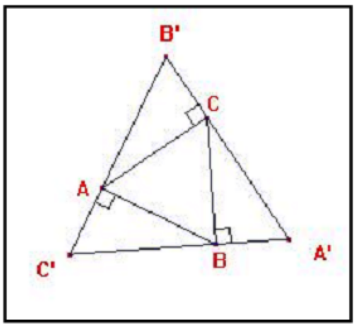
تمرين محلول 1

تعيين طبيعة مثلث

النــص:

ABC مثلث متقايس الأضلاع. المستقيمات العمودية على (AB) في A و على (BC) في B و على (AC) في C تتقاطع في النقط A' ، B' و C'.
بين أن المثلث $A'B'C'$ متقايس الأضلاع.

الحــل:



- بما أن المثلث ABC متقايس الأضلاع فإن:

$$ABC = BAC = ACB = 60^\circ$$

من $C'AB + BAC + CAB' = 180^\circ$

و $C'AB = 90^\circ$ و $BAC = 60^\circ$

نستنتج أن: $CAB' = 30^\circ$

و بما أن المثلث CAB' قائم في النقطة C فإن:

$CAB' + AB'C = 90^\circ$ و منه: $AB'C = 60^\circ$ و بالتالي: $C'B'A' = 60^\circ$

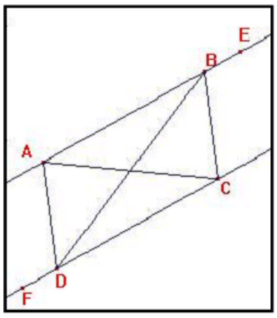
- بنفس الطريقة نثبت أن: $A'C'B' = 60^\circ$

- من $C'A'B' + B'A'C' + C'A'B' = 180^\circ$ نستنتج أن: $C'A'B' = 60^\circ$

زوايا المثلث $A'B'C'$ متقايسة فهو إذن متقايس الأضلاع.

إثبات أن رباعيا متوازي أضلاع

النــص:



$ABCD$ متوازي أضلاع. نعتبر النقطتين E و F
حيث: $E \in (AB)$ ، $F \in (DC)$ و $BE = DF$ (أنظر الشكل المقابل)
برهن أن: $AECF$ متوازي أضلاع .

الحــل:

$ABCD$ متوازي أضلاع ومنه $(AB)//(CD)$ مع $AB=CD$.

بما أن $E\in(AB)$ و $F\in(DC)$ فإن (AE) و (CF) متوازيان.

و لدينا من جهة ثانية $AE=AB+BE$ و $CF=CD+DF$

و بما أن $AB=CD$ و $BE=DF$ فإن $AE=CF$

لدينا إذن: $\begin{cases}(AE)//(CF)\\ AE=CF\end{cases}$ و منه: $AECF$ متوازي أضلاع.

*- المستـــــــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــــــــم : الهندسة المستوية
*- الوحـــــدة التعليمية : : الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي
- الكفاءات المستهدفة: توظيف مبرهنتي طالس و فيثاغورث وعكس كل منهما لحل مشكلات -
موضــــوع الحصة : : الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

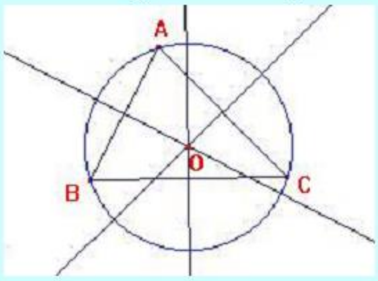
التقويـــم	الــــــدرس	تطبيقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي تقويم تكويني تقويم تحصيلي	4.المستقيمات الشهيرة في مثلث	تدعيم المكتسبات القبلية في الإنشاء

4.المستقيمات الشهيرة في مثلث

☒المراكز المختلفة لمثلث

O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث

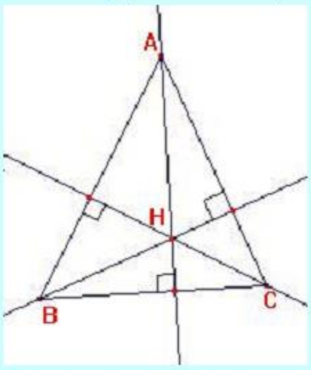
O هي نقطة تقاطع المحاور



$OA = OB = OC$

Hنقطة تقاطع الارتفاعات

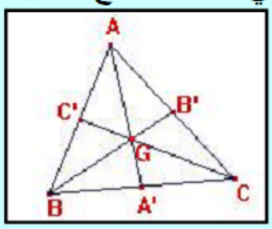
H هي نقطة تقاطع الارتفاعات



$(AH)\perp(BC)$ و$(BH)\perp(AC)$ و$(CH)\perp(AB)$

Gمركز ثقل مثلث

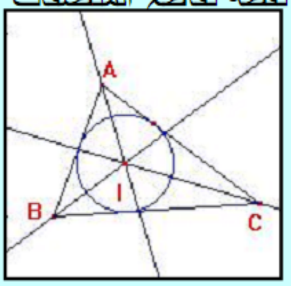
G هي نقطة تقاطع المتوسطات



$AG = \frac{2}{3}AA'$ ، $BG = \frac{2}{3}BB'$ ، $CG = \frac{2}{3}CC'$

Iمركز الدائرة المرسومة داخل مثلث

I هي نقطة تقاطع المنصفات الداخلية



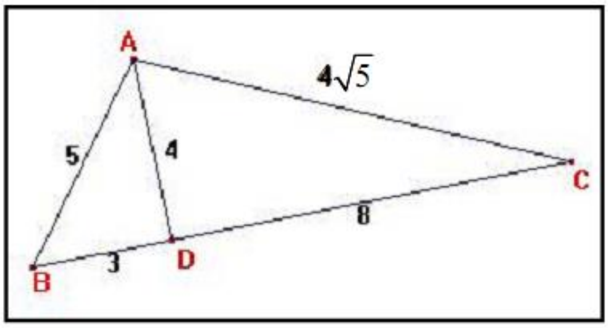
التذكير بخواص الأشكال الهندسية المألوفة

ABC و ADC مثلثان وضعيتهما موضحة في الشكل الموالي.

1 – هل المثلثان ABD و ADC قائمين؟

2 – ماذا يمكن أن نستنتج بالنسبة للنقط B ، D و C؟

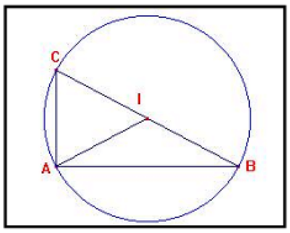
3 – هل المثلث ABC قائما في النقطة A ؟



☒ **الدائرة المحيطة بمثلث قائم**

خاصيتان مميزتان:

يكون المثلث ABC قائما في النقطة A إذا و فقط إذا كانت القطعة $[BC]$ قطرا للدائرة المحيطة بالمثلث ABC.



يكون المثلث ABC قائما في النقطة A إذا و فقط إذا كان طول المتوسط $[AI]$ يساوي نصف طول القطعة $[BC]$.

5.مبرهنتا طالس و فيثاغورث

☒ **مبرهنة فيثاغورث و عكسها**

مبرهنة فيثاغورث: إذا كان مثلث ABC قائما في النقطة A فإن:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

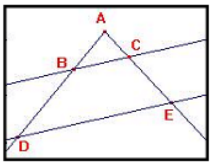
عكس مبرهنة فيثاغورث: إذا كان في مثلث ABC : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن المثلث ABC قائم في النقطة A.

*- المستـــــــــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
*- ميدان التعلـــــم : الهندسة المستوية
*- الوحــــدة التعليمية : : الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي
*- الكفـــاءات المســـتهدفة: التعـــرف علـــى جــداء شــــعاع بعــــدد حقيقــــي - التعــــرف علــــى اســــتقامة ثــــلاث نقــــط
*- موضـــوع الحصة : : مبرهنتي طالس و فيثاغورث و عكسهما
*- المدة اللازمة للدرس: 01 ساعة

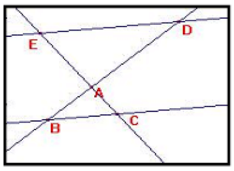
التقويـــم	الـــــدرس	تعليقات وتوجيهات
تقويم تشخيصي		التعرف على مبرهنتي طالس و فيثاغورث وتوظيفهما

☒مبرهنة طالس و عكسها

مبرهنة طالس: النقط A، B و D على استقامة واحدة و النقط A، C و E على استقامة واحدة.
إذا كان المستقيمان (BC) و (DE) متوازيين فإن:
$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$$



عكس مبرهنة طالس: النقط A، B و D على استقامة واحدة و النقط A، C و E على استقامة واحدة بنفس الترتيب.
إذا كان $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ يكون المستقيمان (BC) و (DE) متوازيين.

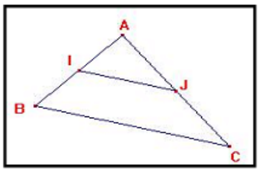


تقويم تكويني

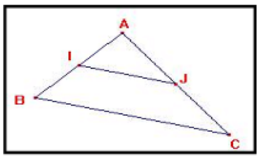
☒مبرهنة المنتصفين في مثلث

ABC مثلث. I نقطة من (AB) و J نقطة من (AC).

مبرهنة مستقيم المنتصفين:
إذا كان I منتصف $[AB]$ و كان J منتصف $[AC]$ فإن:
$IJ=\frac{1}{2}BC$ و $(IJ)//(BC)$



عكس مبرهنة مستقيم المنتصفين:



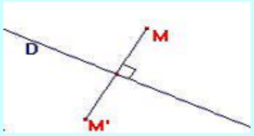
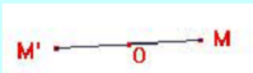
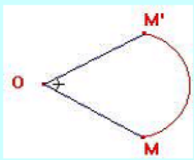
إذا كان I منتصف $[AB]$ و كان $(IJ)//(BC)$ فإن:
J منتصف $[AC]$

تقويم تحصيلي

استعمال التحويلات النقطية و خواص أشكال الهندسية المألوفة لحل مشكلات

6. التحويلات النقطية في المستوي

☒ التحويلات النقطية الشهيرة

التحويل النقطي	M' صورة M	التمثيل الهندسي
التناظر المحوري الذي محوره (D)	• إذا كانت $M \in (D)$ فإن $M' = M$ • إذا كانت $M \notin (D)$ فإن (D) هي محور القطعة $[MM']$	
التناظر المركزي الذي مركزه O	• إذا كانت $M = O$ فإن $M' = O$ • إذا كانت $M \neq O$ فإن O هي منتصف القطعة $[MM']$	
الانسحاب الذي شعاعه $\overline{AB}$	$\overline{MM'} = \overline{AB}$ أو $MABM'$ متوازي أضلاع	
الدوران الذي مركزه O و زاويته α	• إذا كانت $M = O$ فإن $M' = O$ • إذا كانت $M \neq O$ فإن $OM' = OM$ و $MOM' = \alpha$	

☒ الصور بتحويل نقطي

مبرهنة و تعريف:

- نسمي تقايسا كل تحويل نقطي يحافظ على المسافات.
- كل من التناظر المحوري، التناظر المركزي، الانسحاب و الدوران تقايسات.

صور بعض الأشكال الهندسية بتناظر، انسحاب أو دوران:

- صورة مستقيم (قطعة مستقيمة) هو مستقيم (قطعة مستقيمة) .
- صورتا مستقيمان متوازيان(متعامدان) هما مستقيمان متوازيان(متعامدان) .
- صورة دائرة مركزها O هي دائرة تقايسها مركزها O' حيث O' هو صورة O.
- صورة تقاطع هي تقاطع الصور.
- صورة زاوية هي زاوية تقايسها.

الصفحة رقم:86