الهندسة

مذكرة رقم 6 : ملخص لدرس: المستقيم في المستوى مع تمارين وأمثلة محلولة

الأهداف والقدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- المعلم: إحداثيتا نقطة، إحداثيتا متجهة؛ - شرط استقامية متجهتين؛ - تحديد مستقيم بنقطة ومتجهة موجهة؛ - تمثيل بارامتري لمستقيم؛ - معادلة ديكارتية لمستقيم؛ - الوضع النسبي لمستقيمين.	- ترجمة مفاهيم وخاصيات الهندسة التألفية والهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات. - استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية.	- ينبغي تعويد التلاميذ على مختلف الطرائق للتعبير عن استقامية متجهتين.

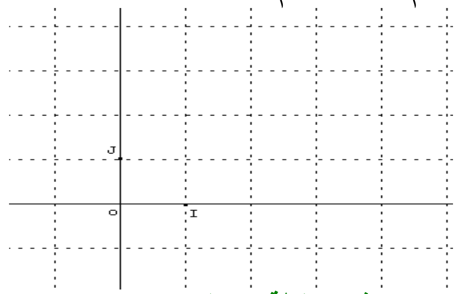
I. إحداثيات متجهة-إحداثيات نقطة:

1. أساس مستوى-معلم مستوى:

تعريف1: إذا كانت $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهتين غير مستقيميتين فان الزوج $(\vec{i},\vec{j})$ يسمى أساسا للمستوى.

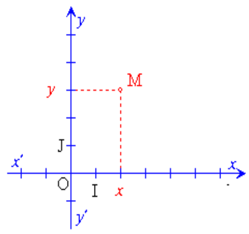
تعريف2: إذا كانت O نقطة من المستوى و $(\vec{i},\vec{j})$ أساس للمستوى فان $(O,\vec{i},\vec{j})$ هو معلم في المستوى.

معلم متعامد ممنظم



2. إحداثيات نقطة: تعريف:

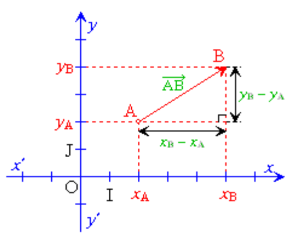
ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما بحيث $\vec{OI}=\vec{i}$ و $\vec{OJ}=\vec{j}$. لكل نقطة M من المستوى يوجد زوج وحيد (x,y) بحيث: $\vec{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ و الزوج (x,y) هو إحداثيتي النقطة M في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ و نكتب $M(x,y)$



مثال: في مثلث ABC إذا كانت $\vec{AM}=3\vec{AB}-2\vec{AC}$ فان زوج إحداثيتي النقطة M في المعلم $(A,\vec{AB},\vec{AC})$ هو $(3,-2)$.

3. إحداثيتا متجهة:

خاصية و تعريف: ليكن $(\vec{i},\vec{j})$ أساسا للمستوى. لكل متجهة $\vec{u}$ يوجد زوج وحيد (x,y) بحيث $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ والزوج (x,y) يسمى زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}$ و نكتب $\vec{u}(x,y)$ إذا كان $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{u'}(x',y')$ فان: $\vec{u}=\vec{u'}$ تكافئ $x=x'$ و $y=y'$.



4. إحداثيتا المتجهة $\vec{AB}$:

خاصية: ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما. إذا كانت $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ فان: $\vec{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$

مثال: إذا كانت $A(1,-4)$ و $B(-3,7)$ فان $\vec{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$

أي أن $\vec{AB}(-3-1,7-(-4))$ و بالتالي $\vec{AB}(-4,11)$

ومنه: $\vec{AB}=-4\vec{i}+11\vec{j}$

5. إحداثيات مجموع متجهتين-إحداثيات ضرب متجهة في عدد حقيقي:

مثال: نعتبر في الأساس $(\vec{i},\vec{j})$ المتجهتين $\vec{u}(3,-2)$ و $\vec{v}(-5,1)$

حدد زوج إحداثيتي المتجهات التالية : $\vec{u}+\vec{v}$ و $5\vec{u}$ و $3\vec{u}-2\vec{v}$

الأجوبة : $\vec{u}(3,-2)$ يعني $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$

$\vec{v}(-5,1)$ يعني $\vec{v}=-5\vec{i}+\vec{j}$

ومنه : $\vec{u}+\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}-5\vec{i}+\vec{j}=-2\vec{i}-\vec{j}$ أي : $\vec{u}+\vec{v}(-2,-1)$

زوج إحداثيتي المتجهة $5\vec{u}$ هو $(5\times3,5(-2))$ أي $5\vec{u}(15,-10)$

$3\vec{u}-2\vec{v}=9\vec{i}-6\vec{j}+10\vec{i}-2\vec{j}=19\vec{i}-8\vec{j}$ أي : $3\vec{u}-2\vec{v}(19,-8)$

6. إحداثيتا منتصف قطعة:

خاصية: إذا كانت $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ و M منتصف القطعة $[AB]$ فان: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

مثال: حدد زوج إحداثيتي M منتصف القطعة $[AB]$

$A(3,1)$ و $B(-1,2)$

الجواب : $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ يعني $I\left(\frac{3-1}{2};\frac{2+1}{2}\right)$ يعني $I\left(1;\frac{3}{2}\right)$

7. المسافة بين نقطتين:

خاصية: ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما متعامدا ممنظما. إذا كانت: $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ فان: $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

مثال: المسافة بين النقطتين $A(3,1)$ و $B(-1,2)$ في معلم متعامد ممنظم هي:

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ أي أن $AB=\sqrt{(-1-3)^2+(2-1)^2}$

و بالتالي: $AB=\sqrt{17}$

تمرين1: في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر النقط: $A(1,2)$، $B(-3,-1)$، $C(3,-2)$ والمتجهتين $\vec{u}(-2,3)$ و $\vec{v}(2,4)$

1. حدد زوج إحداثيتي النقطة D حيث $\vec{AB}=\vec{BD}$
2. حدد زوج إحداثيتي I منتصف $[AB]$
3. أحسب المسافات التالية: AB و AC و BC

الأجوبة : 1) لدينا : $\vec{AB}=\vec{BD}$ و لدينا : $\vec{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$

$\vec{AB}(-3-1;-1-2)$ يعني $\vec{AB}(-4;-3)$

$\vec{BD}(x_D-x_B;y_D-y_B)$ يعني $\vec{BD}(x_D+3;y_D+1)$

ولدينا : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$ اذن : $\begin{cases}x_D+3=-4\\ y_D+1=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_D=-7\\ y_D=-4\end{cases}$

(2 $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ يعني $I\left(\frac{1-3}{2};\frac{2-1}{2}\right)$ يعني $I\left(-1;\frac{1}{2}\right)$

(3 $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-3-1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(3+3)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{36+1}=\sqrt{37}$

II. شرط استقامية متجهتين:

خاصية و تعريف: لتكن $\vec u(x,y)$ و $\vec v(x',y')$ متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس $(\vec i,\vec j)$

$\vec u$ و $\vec v$ مستقيميتان إذا و فقط إذا كان: $xy'-x'y=0$

العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهتين $\vec u$ و $\vec v$ بالنسبة للأساس $(\vec i,\vec j)$

و نكتب: $\det(\vec u,\vec v)=\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y$

مثال : نعتبر في الأساس $(\vec i,\vec j)$ المتجهتين $\vec u(3,-2)$ و $\vec v(-6,4)$

هل $\vec u$ و $\vec v$ مستقيميتين ؟

الجواب : طريقة 1 : نحسب المحددة :

$\det(\vec u;\vec v)=\begin{vmatrix}3&-6\\-2&4\end{vmatrix}=3\times4-(-6)\times(-2)=12-12=0$

ومنه $\vec u$ و $\vec v$ مستقيميتين

طريقة 2 : $\vec u(3,-2)$ يعني $\vec u=3\vec i-2\vec j$

$\vec v(-6,4)$ يعني $\vec v=-6\vec i+4\vec j$

$\vec v=-6\vec i+4\vec j=-2(3\vec i-2\vec j)=-2\vec u$ ومنه $\vec u$ و $\vec v$ مستقيميتين

تمرين2: في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec i;\vec j)$

نعتبر النقط: $A\left(\frac12,3\right)$, $B(-2,-2)$, $C(1,4)$ و المتجهة $\vec u(1,3)$

1. حدد x بحيث $\vec u$ و $\vec v(x-2,5)$ مستقيميتان
2. بين أن النقط A و B و C مستقيمية

الجواب (1: $\vec u$ و $\vec v$ مستقيميتين يعني : $\det(\vec u;\vec v)=0$

يعني : $\begin{vmatrix}1&x-2\\3&5\end{vmatrix}=0$ يعني : $5\times1-3(x-2)=0$

يعني : $5-3x+6=0$ يعني : $x=\frac{11}{3}$

(2 $\overrightarrow{AB}\left(-2-\frac12;-2-3\right)$ يعني $\overrightarrow{AB}\left(-\frac52;-5\right)$

$\overrightarrow{AC}\left(1-\frac12;4-3\right)$ يعني $\overrightarrow{AC}\left(\frac12;1\right)$

$\det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\begin{vmatrix}-\frac52 & \frac12\\ -5 & 1\end{vmatrix}=-\frac52+\frac52=0$

ومنه $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتين وبالتالي :

النقط A و B و C مستقيمية

III. مستقيم معرف بنقطة و متجهة:

1. متجهة موجهة لمستقيم:

تعريف: ليكن (D) مستقيما يمر من نقطتين مختلفتين A و B.

كل متجهة $\vec u$ غير منعدمة و مستقيمية مع المتجهة $\overrightarrow{AB}$ تسمى متجهة موجهة للمستقيم (D).

نقول كذلك أن (D) يمر من A و موجه بالمتجهة $\vec u$ ولدينا كذلك $\overrightarrow{AB}$ متجهة موجهة للمستقيم (AB).

مثال: نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$

حدد متجهة موجهة ل (D)

الجواب: النقطتان $A(1;0)$ و $B(0;-1)$ تنتميان إلى (D).

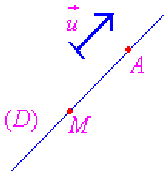
إذن: $\overrightarrow{AB}(-1;-1)$ متجهة موجهة للمستقيم (D).

تعريف: لتكن A نقطة من المستوى و $\vec u$ متجهة غير منعدمة.

مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM}=t\vec u$ حيث $t\in\mathbb{R}$.

هي المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec u$. و نكتب $D(A;\vec u)$

2. تمثيل بارامتري لمستقيم:



مثال: نعتبر النقطة $A(3;-5)$ و المتجهة $\vec u(-2;3)$

حدد تمثيلاً بارامتري للمستقيم $D(A;\vec u)$

الجواب : $\begin{cases}x=3-2t\\y=-5+3t\end{cases};(t\in\mathbb{R})$

ملحوظة: كل مستقيم (D) يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية.

تمرين3: في المستوى $(o;\vec i;\vec j)$ نعتبر النقط: $A(-2,1)$, $B(3,7)$

1. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AB)
2. حدد نقط تقاطع المستقيم (AB) مع محوري المعلم

الجواب (1: $\overrightarrow{AB}(3+2;7-1)$ يعني : $\overrightarrow{AB}(5;6)$

المستقيم يمر من النقطة $A(-2,1)$ و $\overrightarrow{AB}$ موجهة له

اذن : $(AB)\begin{cases}x=-2+5t\\y=1+6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

(2 أ) التقاطع مع محور الأفاصيل: $y=6t+1=0\Leftrightarrow t=-\frac16$

يعني $x=5t-2$ يعني $x=-\frac{17}{6}$ ومنه نقطة التقاطع هي : $C\left(-\frac{17}{6},0\right)$

أ) التقاطع مع محور الأراتيب : $x=5t-2=0\Leftrightarrow t=\frac25$

$y=6t+1\Leftrightarrow$ يعني $y=6\times\frac25+1=\frac{17}{5}$ ومنه نقطة التقاطع هي : $D\left(0,\frac{17}{5}\right)$

IV. معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:

خاصية: ليكن $(O,\vec i,\vec j)$ معلما. كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a\neq0$ أو $b\neq0$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (D). $\vec u(-b;a)$ متجهة موجهة ل (D)

تمرين4:مثال1: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec i,\vec j)$ النقط $A(2;4)$ و $B(5;-1)$ حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

الجواب: طريقة1

$M(x,y)\in(AB)$ يعني $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ مستقيميتين

يعني $\det(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB})=0$ يعني $\begin{vmatrix}x-2&3\\y-4&-5\end{vmatrix}=0$ لأن: $\overrightarrow{AM}(x-2,y-4)$ و $\overrightarrow{AB}(3,-5)$

يعني $-5(x-2)-3(y-4)=0$ يعني $-5x+10-3y+12=0$

يعني (AB) $-5x-3y+22=0$

طريقة2: نعلم أن معادلة مستقيم تكتب على الشكل: $ax+by+c=0$ (AB)

ونعلم أن: $\overrightarrow{AB}(3,-5)$ متجهة موجهة له : $\overrightarrow{AB}(-b,a)$

اذن: $-b=3$ و $a=-5$ اذن: $b=-3$ و $a=-5$

ومنه: (AB) $-5x-3y+c=0$

يجب الآن البحث عن c نعلم أن: $A\in(AB)$ اذن احداثياته تحقق المعادلة : $-5\times2-3\times4+c=0$ (AB) يعني: $c=22$

ومنه: (AB) $-5x-3y+22=0$

تمرين5:مثال2: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec i,\vec j)$ النقطة $A(1;2)$ و المتجهة $\vec u(-2;1)$

1. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من النقطة : $A(1;2)$ و الموجه بالمتجهة $\vec u$
2. هل النقطة $B(0;5)$ تنتمي للمستقيم (D)؟
3. حدد نقطة أخرى تنتمي ل (D)

الجواب: 1)طريقة1: $M(x,y)\in(D)$ يعني $\vec{AM}$ و $\vec u$ مستقيميتين

يعني $\det(\vec{AM};\vec u)=0$ يعني $\begin{vmatrix}x-1&-2\\y-2&1\end{vmatrix}=0$ لأن: $\vec{AM}(x-1,y-2)$

يعني $1(x-1)+2(y-2)=0$ يعني $x-1+2y-4=0$

يعني (D) $x+2y-5=0$

طريقة2:نعلم أن معادلة مستقيم تكتب على الشكل :

(D) $ax+by+c=0$ ونعلم أن : $\vec u(-2,1)$ متجهة موجهة له : $\vec u(-b,a)$

اذن: $-b=-2$ و $a=1$ اذن: $b=2$ و $a=1$

ومنه: $1x+2y+c=0$ يجب الآن البحث عن c

نعلم أن: $A\in(AB)$ اذن احداثياته تحقق المعادلة : $2+4+c=0$

يعني: $c=-5$ ومنه: $x+2y-5=0$ (D)

2) $B(0,5)$????

نعوض باحداثيات النقطة B في معادلة المستقيم (D)

$0+2\times5-5=10-5=5\neq0$ اذن: $B\notin(D)$

3)نعطي للمتغير x قيمة ونبحث عن y في معادلة (D) أو العكس

مثلا : نضع $x=1$ يعني $2y=4$ يعني $y=2$ ومنه: $C(1;2)\in(D)$

خاصية: ليكن $(O,\vec i,\vec j)$ معلما و a و b و c أعدادا حقيقية حيث $a\neq0$ أو $b\neq0$. مجموعة النقط $M(x;y)$ بحيث $ax+by+c=0$ هي مستقيم موجه بالمتجهة $\vec u(-b;a)$.

تمرين6:مثال: نعتبر في المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec i,\vec j)$ المستقيم (D) الذي معادلته : $2x-5y+4=0$

1. حدد متجهة موجهة بالمتجهة للمستقيم (D)
2. أرسم المستقيم (D)

الجواب: 1) $ax+by+c=0$ $2x-5y+4=0$

اذن: $a=2$ و $a=-5$ ومنه : $\vec u(-b,a)\Leftrightarrow\vec u(5,2)$ موجهه ل (D)

2)لرسم المستقيم يكفي البحث عن نقطتين مختلفتين تنتميان ل (D)

V. الأوضاع النسبية لمستقيمين:

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

خاصية: نعتبر المستقيمين $(D):ax+by+c=0$ و $(\Delta):a'x+b'y+c'=0$

(D) و (Δ) متوازيان إذا و فقط إذا كان: $ab'-a'b=0$.

برهان: (D) و(Δ) متوازيان يعني أن المتجهتين المتجهتين لهما مستقيتان أي أن: $\vec U(-b,a)$ و $\vec V(-b',a')$ مستقيميتان.يعني أن: $ab'-a'b=0$

مثال1: نعتبر المستقيمين $(D):x-2y+6=0$ و $(D'):-2x+4y+1=0$

بين $(D)\parallel(D')$

الجواب $(-2)\times(-2)-4\times1=4-4=0$ اذن: $(D)\parallel(D')$

تمرين7: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيمات: $(D_1):6x+3y+2=0$ و $(D_2):3x-2y-1=0$

و النقط التالية : $A(1,2)$ و $B(3,-2)$

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان و حدد نقطة تقاطعهما
2. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).
3. حدد الوضع النسبي للمستقيمين (D_1) و (AB).
4. حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم (Δ) المار من $C(1,2)$ و الموازي للمستقيم (D_1).

الجواب : 1) $(6)\times(-2)-3\times3=-12-9=-21\neq0$ اذن: (D_1) و (D_2) متقاطعان

لتحديد نقطة التقاطع نحل النظمة التالية: $\begin{cases}6x+3y+2=0\\3x-2y-1=0\end{cases}$

$(1)\begin{cases}6x+3y=-2\\3x-2y=1\end{cases}$ ونستعمل احدى الطرق لحل هذه النظمة

محددة النظمة (1) هي: $\Delta=\begin{vmatrix}6&3\\3&-2\end{vmatrix}=-21\neq0$ و منه النظمة تقبل حلا وحيدا:هو

$x=\frac{\begin{vmatrix}-2&3\\1&-2\end{vmatrix}}{\Delta}=-\frac{1}{21}$ و $y=\frac{\begin{vmatrix}6&-2\\3&1\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{12}{-21}=-\frac{4}{7}$ و منه نقطة التقاطع : $H\left(-\frac{1}{21};-\frac{4}{7}\right)$

2):نعلم أن معادلة مستقيم (AB) تكتب على الشكل : $ax+by+c=0$

ونعلم أن : $\vec{AB}(2,-4)$ متجهة موجهة له : $\vec{AB}(-b,a)$

اذن: $-b=2$ و $a=-4$ اذن: $b=-2$ و $a=-4$ ومنه: $-4x-2y+c=0$

يجب الآن البحث عن c نعلم أن: $A\in(AB)$ اذن احداثياته تحقق:

المعادلة : $-4-4+c=0$ يعني: $c=8$ ومنه: $-4x-2y+8=0$

يعني: $-2(2x+y-4)=0$ يعني: (AB) $2x+y-4=0$

3) $(D_1):6x+3y+2=0$ و (AB) $2x+y-4=0$

$(6)\times(1)-3\times2=6-6=0$ اذن: (D_1) و (AB) متوازيين

4) (Δ) يوازي للمستقيم (D_1) يعني المتجهة الموجهة ل (D_1) هي أيضا موجهة ل (Δ)

اذن : $\vec u(-b,a)$ أي $\vec u(-3,6)$ موجهه ل $(D_1):6x+3y+2=0$

وبما أن (Δ) يمر من $C(1,2)$ فان: $(\Delta)\begin{cases}x=1-3t\\y=2+6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

تمرين8: نعتبر المستقيمين $(D):3x-5y+6=0$ $(D'):x-y=0$

1. حدد تمثيلا باراميتريا لكل من المستقيم (D) و (D')
2. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من $B(1,0)$ و الموازي ل (EC) حيث $E(3,3)$ و $C(4,0)$
3. حدد إحداثيات النقط I تقاطع (Δ) و (D) و إحداثيات النقطة J تقاطع (Δ) و (D)
4. بين أن J منتصف $[IB]$

أجوبة: 1) أ) متجهة موجهة ل $(D):3x-5y+6=0$ هي: $\vec u(-b,a)$ أي: $\vec u(5,3)$

نحدد نقطة يمر منها المستقيم (D):

نضع مثلا : $x=0$ اذن : $(D):3\times0-5y+6=0$

يعني $y=\frac{6}{5}$ ومنه $I\left(0,\frac{6}{5}\right)\in(D)$ ومنه فان: $(D)\begin{cases}x=0+5t\\ y=\frac{6}{5}+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

ب) متجهة موجهة لـ $(D'):x-y=0$ هي: $\vec{u'}(-b,a)$ أي: $\vec{u'}(1,1)$

نحدد نقطة يمر منها المستقيم (D')

نضع مثلا : $x=0$ اذن : $(D'):0-y=0$

يعني $y=0$ ومنه $O(0,0)\in(D')$

ومنه فان: $(D')\begin{cases}x=0+1k\\ y=0+1k\end{cases}(k\in\mathbb{R})$

2) (Δ) يمر من B و يوازي لـ (EC) اذن: $\overrightarrow{EC}$ متجهة موجهة لـ (Δ)

ولدينا: $\overrightarrow{EC}(1;-3)$ وبالمقارنة مع: $\overrightarrow{EC}(-b,a)$ نجد: $b=-1$ و $a=-3$

ومنه: $-3x-y+c=0$

ونعلم أن: (Δ) يمر من $B(1,0)$ اذن احداثياته تحقق:

المعادلة : $-3+0+c=0$ يعني: $c=3$ ومنه: $-3x-y+3=0$ (Δ)

3)أ) إحداثيات I تقاطع (Δ) و (D)

لتحديد نقطة التقاطع نحل النظمة التالية: $\begin{cases}3x-5y+6=0\\ -3x-y+3=0\end{cases}$ (1)

ونستعمل احدى الطرق لحل هذه النظمة

نجمع المعادلتين طرف لطرف فنجد: $-6y+9=0 \Leftrightarrow y=\frac{3}{2}$

وبالتعويض في المعادلة نجد: $-3x-\frac{3}{2}+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

و منه نقطة التقاطع : $I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

3)ب) إحداثيات J تقاطع (Δ) و (D')

نحل النظمة التالية: $\begin{cases}x-y=0\\ -3x-y+3=0\end{cases}$

$x-y=0 \Leftrightarrow x=y$ وبالتعويض في المعادلة الأخرى نجد:

$-3x-x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4} \Leftrightarrow y=\frac{3}{4}$ و منه نقطة التقاطع : $j\left(\frac{3}{4};\frac{3}{4}\right)$

4)نبين أن J منتصف $[IB]$

يكفي أن نبين أن : $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{JB}$ ؟؟؟

لدينا: $\overrightarrow{IJ}\left(\frac{1}{4};-\frac{3}{4}\right)$ ولدينا $\overrightarrow{JB}\left(\frac{1}{4};-\frac{3}{4}\right)$ اذن: $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{JB}$ ومنه J منتصف $[IB]$

تمارين للبحث

تمرين1: في المستوى نعتبر النقط: $A(-2,1)$, $B(2,4)$, $u(5,2)$ و

$(D):2x-3y+1=0$ و $(D_m):(m-1)x-2my+3=0$

1. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من A والموجه بالمتجهة $\vec{u}$
2. تأكد أن (D) و (Δ) متقاطعان و حدد تقاطعهما
3. حدد m حيث $(D)\parallel(D_m)$
4. حدد m حيث $(D)\perp(D_m)$
5. أنشئ المستقيمات: $(D_0),(D_1),(D_2)$
6. بين أن جميع المستقيمات (D_m) تمر من النقطة $C\left(3,\frac{3}{2}\right)$

تمرين2: نعتبر النقط: $A(2,6)$, , $C(4,0)$.

1.حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)

2.نعتبر المستقيم (Δ) الذي إحدى تمثيلا ته البارامترية هي

$\begin{cases}x=\frac{11}{2}+\frac{5}{2}t\\ y=\frac{7}{2}+\frac{1}{2}t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

تحقق أن $x-5y+12=0$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ)

3.حدد زوج إحداثيتي النقطة I تقاطع (Δ) و (AC)

4.تحقق أن النقطة I منتصف القطعة $[AC]$

تمرين3 : نعتبر المستقيمين $(D)\begin{cases}x=1\\ y=2-t\end{cases}$ و $(D'):y=-2$

1. حدد تقاطع (D) مع محور الأفاصيل
2. حدد تقاطع (D') مع محور الأراتيب
3. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) و تمثيلا بارامتيريا لـ (D')
4. حدد إحداثيات النقطة I تقاطع (D) و (D')
5. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من $A(-1,1)$ و الموجه ب $\vec{i}$
6. بين أن المستقيمين (D) و (D') متوازيان

تمرين4: نعتبر المستقيم $(\Delta):2x-y+2=0$ و النقط:

$A(3,2)$, $B(4,-2)$, $C(-2,-2)$.

1.حدد إحداثيات النقطة I تقاطع (Δ) مع محور الأراتيب

2.بين أن (AI) و (BC) متوازيان

3.أوجد معادلة ديكارتية لـ (AB)

4.بين أن (Δ) و (AB) يتقاطعان في $E(2,6)$

5. لتكن M_1 و M_2 على التوالي منتصفي $[AI]$ و $[BC]$

حدد زوج إحداثيتي كل من M_1 و M_2

6.بين أن E و M_1 و M_2 مستقيمية

انتهى الدرس

ملاحظات عامة حول الدرس :