التمرين الأول : لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي : $f(x) = x + \sqrt{|4x^2 - 1|}$

يرمز (C_f) للمنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1. برر أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمتين $x_0 = -\frac{1}{2}$ و $x_1 = \frac{1}{2}$.
3. أحسب مشتقة f على كل مجال تكون فيها قابلة للاشتقاق .
4. أثبت أن : أ) $\sqrt{4x^2 - 1} + 4x < 0$ يكافئ $x \in \left]-\infty\ ;\ -\frac{1}{2}\right]$

   ب) $\sqrt{1 - 4x^2} - 4x > 0$ يكافئ $x \in \left[-\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{2\sqrt{5}}\right[$ و أستنتج إشارة $f'(x)$
5. أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
6. برهن أن (C_f) يقبل مقاربين مائلين (D_1) و (D_2) معادلتيهما $y = -x$ و $y = 3x$
7. أرسم بعناية المنحني (C_f)

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1-\cos(x)}{\sin(x)} & x \in]-\pi\ ,\ 0[\ \cup\ ]0\ ,\ \pi[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند القيمة 0 .

2) أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق من أجل القيمة 0 .

3) بين أن الدالة f فردية ثم أدرس تغيراتها .

4) نسمي (γ) المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

- أثبت أن مبدأ المعلم هي نقطة انعطاف للمنحني (γ) .

5) عين إحداثي النقطة A التي يكون فيها المماس للمنحني (γ) موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y = x$.

6) لتكن الدالة العددية h المعرفة كما يلي في المجال $]\ 0\ ،\ \pi\ [$: $h(x) = f(x) - x$.

- أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{7\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.
- ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة .

7) أرسم المنحني (γ) مستعملا النتائج السابقة

التمرين الثالث : g دالة عددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كمايلي : $g(x) = \sin^2(x) + 2\cos(x)$

يرمز (C_g) للمنحني الممثل للدالة g في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1) عين مجموعة تعريف الدالة g .

2) أثبت أن g دالة دورية و دورها 2π .

3) أثبت أن g دالة زوجية .

4) اشرح كيف يمكن اقتصار دراسة تغيرات الدالة g على المجال $[\ 0\ ،\ \pi\ ]$.

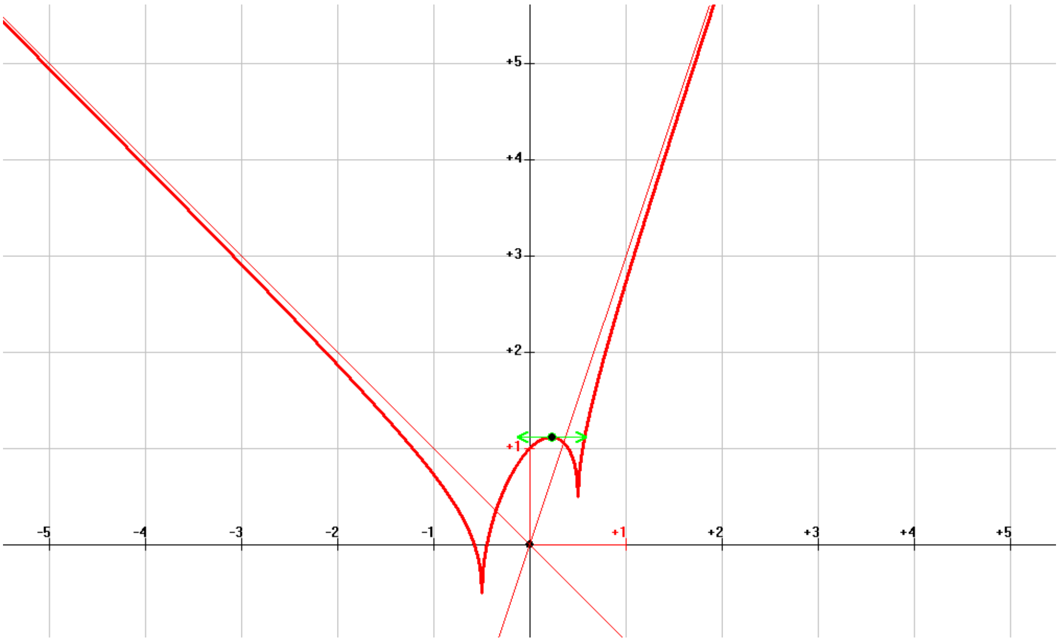
5) أثبت أن للمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}\ ،\ \pi\right[$ ، ثم استنتج أن $2\sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1$.

6) أرسم (C_g) على المجال $[\ -\pi\ ،\ \pi\ ]$.

7) حل بيانيا المعادلة: $\sin^2(x) + 2\cos(x) - m = 0$ ؛ $x \in [\ -\pi\ ،\ \pi\ ]$ و m وسيط حقيقي .

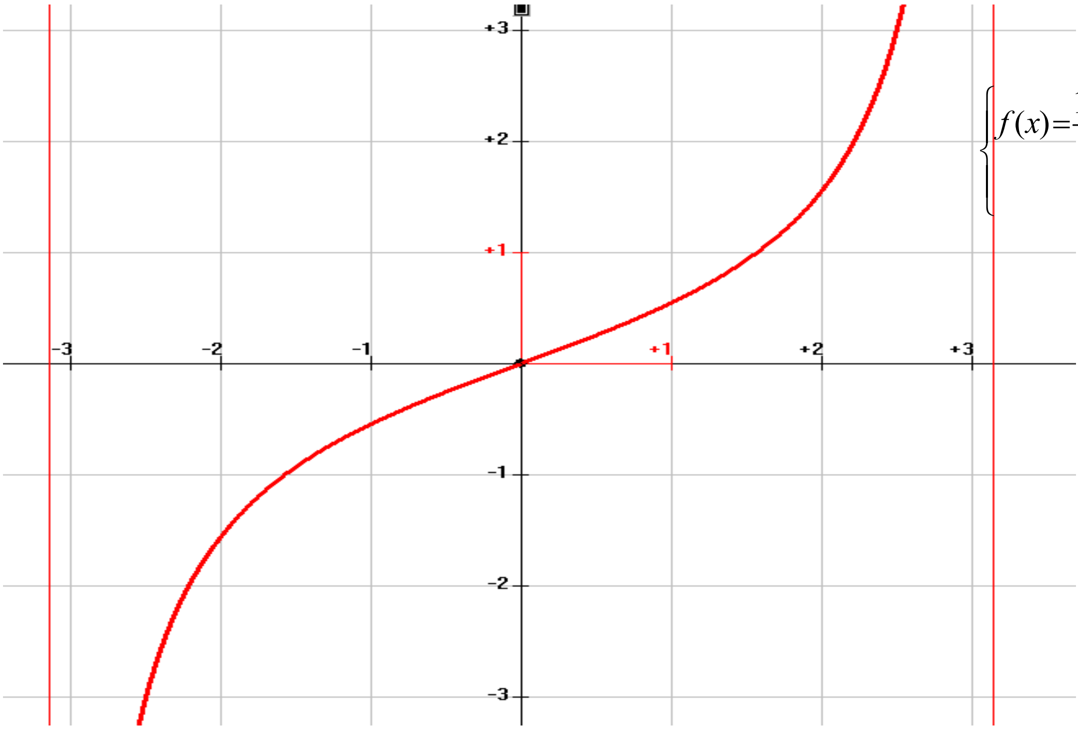
التمرين الأول :

$$f(x) = x + \sqrt{|4x^2 - 1|}$$



التمرين الثاني :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1-\cos(x)}{\sin(x)} & x \in]-\pi , 0[\cup]0 , \pi[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$



التمرين الثالث :

$$g(x) = \sin^2(x) + 2\cos(x)$$