سلسلة الهندسة الفضائية

التمرين الاول :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1\ ;1\ ;1)$ ، $B(0\ ;0\ ;-1)$ و $C(3\ ;-2\ ;1)$

1) بين ان : A ، B و C تعين مستوي
2) عين شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له
3) اوجد معادلة سطح الكرة (S) التي قطرها $[AC]$

التمرين الثاني :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، (P) و (q) مستويان معادلتيهما على الترتيب :

$x+y-2z-1=0$ و $x+y+z=0$ و A نقطة حيث $A(2\ ;1\ ;2)$

1) بين ان المستويين (P) و (q) متعامدان
2) احسب المسافة بين النقطة A وكلا من (P) و (q)
3) استنتج المسافة بين A و المستقيم (D) الناتج عن تقاطع (P) و (q)

التمرين الثالث :

A ، B و C ثلاث نقط من الفضاء

1) انشئ G مرجح الجملة $\{(B,-1),(C,2)\}$ و F مرجح الجملة $\{(A,-2);(B,2),(C,-4)\}$
2) بين ان F مرجح نقطتين مرفقتين بمعاملين يطلب تحديدهما
3) عين (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}\right\|=2\left\|2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right\|$
4) عين (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2+MG^2=1$
5) عين (Γ_3) مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق : $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}).(\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG})=0$

التمرين الرابع :

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقط $A(3;\ 0\ ;\ 3)$ ، $B(1\ ;4\ ;-3)$، $C(1\ ;0\ ;3)$ و $D(1\ ;0\ ;-3\ )$

1) بين ان المثلث BCD قائم في D ثم عين مساحته
2) بين ان المستقيم (AC) يعامد المستوي (BCD)
3) عين حجم رباعي الوجوه $ABCD$

التمرين الخامس :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

لتكن A ، B ، C ، D ،E نقط في الفضاء حيث: $A(3\ ;\ 1\ ;\ 3)$ ، $B(2\ ;0;-1)$ ، $C(5;0;0)$ ، $D(1\ ;4\ ;0\ )$ و $E(2;-1\ ;1)$

1) بين ان النقط C ، D ،E تنتمي الى نفس المستوي
2) اثبت ان المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE)
3) عين معادلة سطح الكرة التي قطرها $[AB]$

التمرين السادس :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1) بين ان مجموعة النقط $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ من الفضاء التي تحقق $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$ هي مستقيم (D) يطلب تعين شعاع توجيه له
2) بين ان مجموعة النقط $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ من الفضاء التي تحقق $(x+2y-z+2)^2-(3x+y+2z-1)^2=0$ هي اتحاد مستويين (P) و (Q) ، يطلب اعطاء معادلة ديكارتية لكل منهما
3) تحقق ان : $(Q)\cap(P)=(D)$
4) نرفق بكل عدد حقيقي m المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة الديكارتية

$$(1+3m)x+(2+m)y+(2m-1)z+2-m=0$$

أ- بين ان (P_m) يحوي (D). هل ان كل مستو يحوي (D) هو المستوي (P_m)؟ برر

التمرين السابع :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;\ 0\ ;\ 2)$ ، $B(1\ ;1\ ;4)$ و $C(-1\ ;1\ ;1)$

1) بين ان : A ، B و C تعين مستوياً
2) ليكن $\vec{n}(3;4;-2)$. تحقق ان $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
3) ليكن (P_1) و (P_2) مستويين حيث : $(P_1):2x+y+2z+1=0$ و $(P_2):x-2y+6z=0$

أ) بين ان المستويين (P_1) و (P_2) يتقطعان في مستقيم (d) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

ب) هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان ام متوازيان ؟ علل اجابتك

ت) استنتج حل للجملة $\begin{cases}3x+4y-2z+1=0\\2x+y+2z+1=0\\x-2y+6z=0\end{cases}$

4) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها C ونصف قطرها 1

ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (S) و (P_1)

التمرين الثامن :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد نعتبر النقط $A(1\ ;\ -1\ ;\ 3)$ ، $B(0\ ;3;1)$ ، $C(6;-7\ ;-1)$ ، $D(2\ ;1\ ;3\ )$ و $E(4\ ;-6\ ;2)$

1) أ- اثبت ان النقطة E هي مرجح الجملة $\{(A\ ,\ 2);(B\ ,\ -1),(C\ ,\ 1)\}$

ب- عين المجموعة $(¥)$ للنقط M من الفضاء حيث : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{21}$

2) أ- بين ان النقط A ، B و D تعين مستو .

ب- اثبت ان المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) . ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABD)

3) أ- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC)

ب- عين احداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (EC) والمستوي (ABD)

4) اثبت ان المستوي (ABD) و المجموعة $(¥)$ متقاطعان في دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

5) علما ان قيس الزاوية $(\overrightarrow{BD}\ ;\ \overrightarrow{BA})$ هو $\frac{®}{4}$ ، احسب حجم رباعي الوجوه $EABD$

6) ليكن (P) و (P') المستويان المماسان للمجموعة $(¥)$ والعموديان على المستقيم (EC)

- عين معادلة كل من (P) و (P')

التمرين التاسع :

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(2\ ;\ 1\ ;\ -2)$ ، $B(3\ ;\ -1\ ;\ 0)$ ،

الشعاع $\vec{u}(1\ ;\ 2\ ;\ -1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x-y+2z-3=0$

ملاحظة : الاسئلة مستقلة عن بعضها .

1) عين العناصر المميزة لمجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق ، $\|4\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\| = 3$

2) عين احداثيات H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)

3) نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة A ويوازي الشعاع $\vec{u}$ والمستقيم (D') الذي تمثيله الوسيطي

$\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases} \quad ,t\in\mathbb{R}$ بين ان المستقيمين (D) و (D') من نفس المستوي

4) عين معادلة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من A و B

5) عين وضعية سطح الكرة الذي مركزه B و نصف قطره $\frac{1}{2}$ بالنسبة للمستوي (P)

التمرين العاشر :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1\ ;\ 2\ ;\ 2)$ ، $B(3\ ;2\ ;1)$ و $C(1\ ;3\ ;3)$

1) بين ان النقط A ، B و C تعين مستوي يطلب تعين معادلته الديكارتية
2) نعتبر المستويين **(P) و (q)** المعرفين بمعادلتيهما على الترتيب : $x-2y+2z-1=0$ و $x-3y+2z+2=0$
3) بين ان (P) و (q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)
4) بين ان النقطة C تنتمي الى المستقيم (Δ)
5) بين ان الشعاع $\vec{u}\left(2;0;-1\right)$ هو احد اشعة توجيه المستقيم (Δ)
6) استنتج التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة $\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$ حيث k عدد حقيقي

التمرين الحادي عشر :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $2x+y-2z+4=0$ والنقط $A(3\ ;2\ ;6)$ ، $B(1\ ;2\ ;4)$ و $C(4\ ;-2\ ;5)$

1) بين ان النقط A ، B و C تعين مستو وبين ان هذا المستوي هو (P)
2) أ- بين ان المثلث ABC قائم
   - ب- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل O ويعامد المستوي (P)
   - ت- نسمي k المسقط العمودي للنقطة O على (P). احسب المسافة Ok
   - ث- احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$
3) نعتبر الجملة $\left\{(O;3)(A,1);(B,1),(C,1)\right\}$
   - أ- بين ان هذه الجملة تقبل G مرجح
   - ب- بين انه اذا كانت I مركز ثقل المثلث ABC . فان G تنتمي الى المستقيم (OI)
   - ت- عين المسافة بين G و المستوي (P)
4) لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$
   - أ- عين طبيعة المجموعة (E)
   - ب- ماهي مجموعة النقط المشتركة بين (E) و (P)

التمرين الثاني عشر :

الفضاء منسوب ال معلم متعامد ومتجانس .

نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) المعرفين بالمعادلتين $x+y+2z=1$ و $x+y+z-1=0$ على الترتيب

عين في كل حالة ممايلي ، النتيجة الصحيحة مع التبرير .

1) احداثيات نقطتين A و B مشتركتين بين المستويين (P_1) و (P_2) هي : أ- $(1,2,3)$ ب- $(1,0,0)$ ج- $(0,1,0)$
2) احداثيات شعاع توجيه المستقيم (D) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) هي : أ- $(0,2,3)$ ب- $(1,-1,0)$ ج- $(1,1,3)$

3) α عدد حقيقي . تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو : أ - $\begin{cases} x=\alpha \\ y=1-\alpha \\ z=\alpha \end{cases}$ ب- $\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=-\alpha \\ z=0 \end{cases}$ ج- $\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=2-\alpha \\ z=3+\alpha \end{cases}$

التمرين الثالث عشر :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;3)$ ، $B(0;1;4)$ و $C(-1;-3;2)$

1) اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB) ، ثم احسب بعد النقطة c عن المستقيم (AB)

2) (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=2t \\ y=3+2t \\ z=-4-2t \end{cases}$ حيث t عدد حقيقي

3) تاكد ان (Δ) يوازي المستقيم (AB) واكتب معادلة المستوي (P) الذي يشمل كلا من المستقيمين (Δ) و (AB)

4) عين احداثيات النقطة I مركز ثقل المثلث ABC

5) اثبت ان (IE) عمودي على المستوي (AB) حيث $E(4,-2,5)$

6) اكتب معادلة سطح الكرة التي مركزها E وتمس المستوي (ABC)

التمرين الرابع عشر :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

I. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B\left(1,2,\frac{1}{5}\right)$ وشعاعه الناظمي $\vec{n}(-2,1,5)$ والمستوي (q) الذي معادلته :

$$x+2y-7=0$$

1) بين ان المستويين (P) و (q) متعامدان

2) برهن ان تقاطع المستويين (P) و (q) هو المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(-1;4;-1)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(2,-1,1)$

3) لتكن النقطة $A(5;-2;-1)$ احسب بعد النقطة A عن المستوي (P)، ثم احسب بعد النقطة A عن المستوي (q)

4) اوجد المسافة بين A و المستقيم (Δ)

II. من اجل كل عدد حقيقي t نعتبر $M_t(1+2t;3-t;t)$

1) اوجد بدلالة t الطول AM_t

نضع $AM_t=f(t)$ حيث f دالة عددية للمتغير t

2) ادرس تغيرات الدالة f محددا قيمتها الحدية الصغرى

3) فسر هندسيا هذه القيمة الحدية الصغرى

التمرين الخامس عشر :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1; 2 ; 3)$ ، $B(0 ;1 ;4)$ و $C(-1 ;-3 ;2)$ و $D(4 ;-2 ;5)$ و الشعاع $\vec{n}\left(2,-1,1\right)$

1) بين ان النقط A ، B و C ليست في استقامية
2) بين ان $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) وعين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
3) ليكن (Δ) مستقيم ذو التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$

   بين ان D تنتمي الى (Δ) وان (Δ) عمودي على (ABC)
4) لتكن E المسقط العمودي لـ D على (ABC)

   بين ان E هي مركز ثقل المثلث ABC
5) اوجد معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D وتمس المستوي (ABC)

   ادرس الوضعية النسبية لسطح الكرة (S) مع المستقيم (Δ)

التمرين السادس عشر :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستويين $(P) : y + 2z +1 = 0$

$(q) : -2y + z + 4 = 0$

1) بين ان (P) و (q) متعامدان ثم عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) حيث (Δ) تقاطع (P) و (q)
2) عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (D_1) الذي يشمل النقطة $A_1\left(1;\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$ العمودي على (P)
3) عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (D_2) الذي يشمل النقطة $A_2\left(1;\frac{9}{5};-\frac{2}{5}\right)$ العمودي على (q)
4) بين ان (D_1) و (D_2) يتقاطعان ثم عين نقطة تقاطعهما
5) عين المعادلة الديكارتية لسطح الكرة المماسة للمستويين (P) و (q) في A_1 و A_2

التمرين السابع عشر :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $x + 2y - z +7 = 0$ و النقط $A(2; 0 ; 1)$ ، $B(3 ;2 ;0)$ و $C(-1 ;-2 ;2)$

1) بين ان النقط A ، B و C ليست في استقامية ثم بين ان المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $y+ 2z - 2=0$
2) أـ تحقق ان المستويين (P) و (ABC) متعامدان ، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (ABC)

   بـ احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)
3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,\sim),(C,\ )\}$ حيث ~ و عددان حقيقيان و $\neq 0$ $+ \sim +1$، عين ~ حتى تنتمي النقطة G الى المستقيم (Δ)

التمرين الثامن عشر :

هل المستقيمان (d) و (d')متوازيان ، متقاطعان ، ليسا من نفس المستوي مع التبرير حيث:

$(d):\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=t \end{cases}$ و $(d'):\begin{cases} x=3+t' \\ y=1+2t' \\ z=3-t' \end{cases}$ ، t و t’ اعداد حقيقية

التمرين التاسع عشر :

نعتبر المستقيمان (d) و (d') حيث : $(d):\begin{cases} x=3-t \\ y=1+t \\ z=3-2t \end{cases}$ و $(d'):\begin{cases} x=4+t' \\ y=2-3t' \\ z=t' \end{cases}$ ، t و t’ اعداد حقيقية

1) بين ان المستقيمان (d) و (d') من نفس المستوي ثم عين نقطة تقاطعهما
2) عين معادلة المستوي (p) المحدد بالمستقيمين (d) ، (d')
3) عين نقطة تقاطع (p) و(d')المستقيم الذي يشمل $A(2\ ;0\ ;-5)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,2,4)$

التمرين العشرون :

عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل $A(-1\ ;2\ ;3)$ و المستقيم (d) حيث : $(d):\begin{cases} x=-1+t \\ y=3+2t \\ z=10-t \end{cases}$، t عدد حقيقي

عين معادلة (P') الذي يشمل $B(1\ ;1\ ;2)$ والعمودي على (d)

التمرين الحادي و العشرون :

نعتبر النقط $A(1;\ 0\ ;\ 0)$ ، $B(0\ ;1\ ;1)$ و $C(0\ ;0\ ;1)$ ، ليكن المستوي (P) ذو المعادلة: $x + y + z = 0$

1) احسب $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$ ثم استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC)
2) اعطي التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) تقاطع المستوي (P) والمستوي (ABC)
3) نعتبر الدائرة (C) المعرفة كمايلي : $\begin{cases} z=1 \\ x^2+y^2+z^2-2y=0 \end{cases}$

أ- اعطي معادلة الكرة (S) التي تتضمن الدائرة (C) ومركزها Ω ينتمي الى المستوي (ABC)

ب- حدد تقاطع المستقيم (d) مع الكرة (S)

التمرين الثاني و العشرون :

(d) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;\ 2\ ;\ -3)$ و $\vec{u}\,(1;-1;2)$ شعاع توجيه له

(d') المستقيم الذي يشمل النقطة $B(4;\ -3\ ;\ 0)$ و $\vec{u}\,(-2;2;-4)$ شعاع توجيه له

1) هل (d) و (d') متوازيان ؟ عل هما منطبقين ؟

2) بين ان النقط **$C(4;3;2)$ ، $D(2\ ;3\ ;1\ )$ و $E(4;2\ ;-1)$** تعين مستوي

أ- هل المستقيم (d) يوازي المستوي (CDE)

ب- من اجل اية قيمة للعدد m النقطة $M(m\ ;2\ ;4)$ تنتمي الى المستوي (CDE)

التمرين الثالث و العشرون :

A ، B و C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة، k عدد حقيقي من المجال $[-1,1]$

G_k مرجح الجملة $\{(A.\ k^2+1),(B.\ k),(C,-k)\}$

1) مثل A ، B ، C و I منتصف $[BC]$ ثم انشئ G_1 و G_{-1}

2) بين انه من اجل كل k من المجال $[-1,1]$، لدينا $\overrightarrow{AG_k}=\dfrac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

3) شكل جدول تغيرات الدالة المعرفة على المجال $[-1,1]$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{-x}{x^2+1}$ ، ثم استنتج مجموعة G_k النقط لما k يمسح $[-1,1]$

4) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|=\left\|2\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|$

5) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|=\left\|2\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|$

التمرين الرابع و العشرون :

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطة : $A(0;\ 1\ ;\ 4)$ و سطح الكرة (S) المعرفة بـ:

$x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+5=0$ والمستوي $(P):2x+z-4=0$

1) تحقق ان $A\in(P)\cap(S)$

2) حدد Ω مركز و r نصف قطر سطح الكرة (S)

3) بين ان المستوي (P) يقطع (S) وفق دائرة مع تحديد مركزها H ونصف قطرها R

4) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستوي (P) و المستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة A

التمرين الخامس و العشرون :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : **$A(1;2\ ;-2)$** ، **$B(0\ ;3;\ ;-3)$** و **$C(1\ ;1\ ;-2)$** والمستوي (P) الذي معادلته : $(P) : x + y - 3 = 0$

1) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega\left(0,1,-1\right)$ عن المستوي (P)

ب- استنتج ان المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega\left(0,1,-1\right)$ و المماسة للمستوي (P) هي :

$$x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$$

2) أ- هل النقط A ، B و C في استقامية

ب- بين ان $x - z - 3 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) أ- تحقق ان سطح الكرة (S) مماسة للمستوي (ABC)

ب- احسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوي (ABC)

التمرين السادس و العشرون :

$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء (E) نعتبر المجموعة (S) المعرفة :

$$\left(S\right)=\left\{M\left(x,y,z\right)\in\left(E\right)/\,x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=0\right\}$$

1) بين ان (S) سطح كرة محددا عناصرها المميزة
2) تحقق ان $A\left(-1,1;0\right)\in\left(S\right)$
3) اكتب معادلة المستوي (P) المماس لــ (S) عند A
4) تحقق ان $(Q)/x + y + z - 2 = 0$ مستو يشمل $B(1,3,-2)$ و شعاعه الناظمي $\vec{n}\left(1;1;1\right)$
5) بين ان سطح الكرة (S) يقطع المستوي (Q) في دائرة ، حدد عناصرها

التمرين السابع و العشرون :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A(1\ ;0\ ;1)$ ، $B(0\ ;1\ ;0)$ ، $C(0\ ;1\ ;1)$ و $E(1\ ;1\ ;0)$ و المستقيم $D\left(E;\vec{u}\right)$ بحيث $\vec{u}\left(1,1,-1\right)$

1) أ- بين ان $x + y - 1 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

ب- حدد تقاطع (ABC) و المستقيم (D)

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي (D) ويتعامد مع (ABC)

3) حدد احداثيات شعاع توجيه لـ (Δ) تقاطع (ABC) و (P)

4) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها $\Omega\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ و نصف قطرها $\frac{\sqrt{3}}{2}$

أ- اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S)

ب- بين ان تقاطع (ABC) و (S) هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

التمرين الثامن و العشرون :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر المستقيمين :

$$(D_1):\begin{cases} x=3-4\sim \\ y=-2+\sim \\ z=-1+\sim \\ \sim\in\mathbb{R} \end{cases} \quad ; \quad (D_2):\begin{cases} x=-6 \\ y=1+ \\ z=2+2 \\ \in\mathbb{R} \end{cases}$$

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يعامد (D_1) و (D_2)

2) احسب اقصر مسافة بين المستقيمين (D_1) و (D_2)

التمرين التاسع و العشرون :

$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء نعتبر سطح الكرة (S) معادلته : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=3$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x+2y+2z+2=0$

1) اوجد المركز Ω ونصف القطر R للسطح (S)

2) بين ان المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S)

3) اوجد معادلة المستوي (Q) لسطح الكرة (S)عند النقطة $B(3;2;0)$

4) بين ان $(Q)\perp(P)$

5) ليكن المستقيم (Δ) المار من النقطة $C(1,1;1)$ و الموازي للمستويين (P) و (Q)

أ) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

ب) بين ان (Δ)يقطع (S)في نقطتين (لا يطلب تحديدهما)

التمرين الثلاثون :

$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء **(E)** نعتبر المجموعة **(S)** المعرفة :

$$(S)=\left\{M\,(x,y,z)\in(E)\,/\,x^2+y^2+z^2+x-\frac{1}{4}=0\right\}$$

1) بين ان (S) سطح الكرة محددا مركزها Ω و نصف قطرها r

2) نعتبر النقط $A(2,3,-2)$ و $B(-1,0,1)$ من الفضاء μ المسقط العمودي للنقطة Ω على المستقيم (AB)

أ- اعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

ب- بين ان احداثيات μ هي $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

ت- اثبت ان المستقيم (AB) مماس لسطح الكرة (S)

3) نعتبر المستوي (P) ذي المعادلة : $(P)/\ 2x-y+z+1=0$

أ- احسب بعد Ωعن المستوي (P)

ب- استنتج تقاطع(S) و (P)

التمرين الحادي و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء نعتبر النقطتين $A(0,2,2)$ و $B(1,4,3)$

1) اعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)
2) حدد تقاطع (AB) مع المستوي (P) معادلته : $(P)/\ x - 3y - 2z + 3 = 0$
3) ليكن المستوي (Q) معرف بالمعادلة : $(Q)/\ x + 2y + z = 0$
   أ- بين ان المستقيم (AB) عمودي على (Q)
   ب- حدد $\vec{n}.\vec{n}'$ ($\vec{n}.\vec{n}'$ ناظميان لـ (P) و (Q))
   ت- يعطى $(P)\cap(Q)=(\Delta)$ ، عين تمثيلا وسيطيا له
4) اكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(1,2,1)$ وتمس المستوي (Q)

التمرين الثاني و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء تعطى النقط : $A(1,-1,0)$ ، $B(-1,0,1)$ و $C(0,2,-1)$

1) أ- احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
   ب - استنتج ان النقط A ، B و C تمثل مستوي (P) اكتب معادلته
2) أ- تحقق ان النقطة $J(0,1,0)$ تنتمي للمستوي (Q) الذي معادلته $(Q)/\ -4x - 3y - 5z + 3 = 0$
   ب- حدد الوضع النسبي للمستويين (P) و (Q)
3) أ- عين معادلة سطح الكرة (S) احد اقطارها $[BJ]$
   ب- بين ان (Q) و (S) يتقاطعان في دائرة ، حدد * مركزها Ω * نصف قطرها R

التمرين الثالث و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء تعطى النقط : $A(2,0,2)$ ، $B(1,-1,3)$ و $C(0,-2,1)$

1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
2) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC)
3) عين معادلة سطح الكرة التي مركزها A و تقطع (ABC) في الدائرة ذات المركز B ونصف القطر 2

التمرين الرابع و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء نعتبر النقطة $A(2,0,2)$ و المستوي (P) ذي المعادلة :

$$(P)/\ x + y - z - 3 = 0$$

1) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل A و يعامد المستوي (P)
2) عين احداثيات B نقطة تقاطع (Δ) و (P)
3) نعتبر سطح الكرة (S) التي مركزها A و تقطع المستوي (P) وفق دائرة مركزها B ونصف قطرها 2

أ- حدد نصف قطر سطح الكرة (S)
ب- اكتب معادلة سطح الكرة (S)

التمرين الخامس و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء نعتبر سطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(2;-1;2)$ و نصف قطرها $r=\sqrt{5}$

1) اكتب معادلة سطح الكرة (S)
2) اكتب معادلة المستوي (P) المماس لسطح الكرة (S) عند النقطة $A(4,-1,1)$
3) بين ان المستوي (Q) مماس لسطح الكرة (S) عند النقطة $B(3,1,2)$ حيث (Q) معادلته : $(Q)/\ x+2y-5=0$
4) حدد تقاطع سطح الكرة (S) و المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(1,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{U}(-1;1,2)$
5) حدد معادلة كل من المماسين لسطح الكرة (S) و العموديين على المستقيم (D): $(D):\begin{cases} y=1 \\ x+2z-3=0 \end{cases}$

التمرين السادس و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء (E) نعتبر المجموعة (S) المعرفة :

$$(S)=\{M(x,y,z)\in(E)/\,x^2+y^2+z^2-4x+2z+1=0\}$$

1) بين ان (S) سطح الكرة مركزها $\Omega(2,0,-1)$ و نصف قطرها $r=2$
2) أ- حدد احداثيات الجداء $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

ب- اكتب معادلة المستوي (ABC)

ج- حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل Ω و يعامد المستوي (P)

3) بين ان المستوي (ABC) يمس سطح الكرة (S) ثم حدد احداثيات نقطة التماس

التمرين السابع و الثلاثون :

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء تعطى النقط : $A(1\ ;0\ ;1)$ ، $B(0\ ;1\ ;2)$ و $C(-1\ ;1\ ;2)$

1) اكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B
2) اكتب معادلة المستوي (P) المماس لسطح الكرة (S) عند النقطة B
3) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل C و يعامد المستوي (P)
4) أ- احسب $d(A,(\Delta))$

ب- حدد تقاطع (S) و (Δ)

التمرين الثامن و الثلاثون :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1\ ;\ 2\ ;\ 2)$ ، $B(3\ ;2\ ;1)$ و $C(1\ ;3\ ;3)$

1) بين ان النقط A ، B و C تعين مستوي ، ثم اعط معادلة ديكارتية له

2) نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث:

$$\begin{cases}(P_1): x-2y+2z-1=0\\(P_2): x-3y+2z+2=0\end{cases}$$

بين ان (P_1) و (P_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب اعطاء تمثيله الويطي (بدلالة t)

3) نعتبر نقطة M_t كيفية من (Δ)

أ- عين قيمة t التي يكون من اجلها (Δ) عموديا على الشعاع $\overrightarrow{AM_t}$

ب- استنتج احداثيات المسقط العمودي لـA على (Δ)، ثم احسب المسافة بين A و (Δ)

التمرين التاسع و الثلاثون :

$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد ومتجانس في الفضاء نعتبر النقط $A(1\ ;\ -2\ ;\ 3)$ ، $B(-2\ ;1\ ;-8)$ و $C(0\ ;0\ ;-2)$

1) بين ان مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $AM^2 - CM^2 = 10$ هي المستو (P) معادلته : $x - 2y + 5z = 0$

2) أ- بين ان مجموعة النقط (S) المعرفة بـ: $x^2+y^2+z^2-2x+y+2z=0$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I و نصف قطرها R

ب- بين ان (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها r

3) لتكن G النقطة المعرفة بـ: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{GC}=0$

أ- عين احدثيات G وتحقق انها تنتمي الى سطح الكرة (S)

ب- جد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) و الذي يمس (S) في G

ت- بين ان (Q) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (d) يطلب اعطاء تمثيل وسيطي له

ث- حدد الوضعية النسبية لـ (d) و (S)

التمرين الاربعون :

نعتبر المستويين $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ و $(P'): x + y - 3z = 0$ و A(1,-1,0) نقطة من الفضاء

1) احسب $d\left(A,(P)\right)$ ثم $d\left(A,(P')\right)$

2) ليكن (Δ) تقاطع المستويين (P) و (P') اعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

3) اعط معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (D) المار من النقطة A و الموازي للمستويين (P) و (P')

4) اعط معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المار من النقطة A و العمودي على المستويين (P) و (P')