التمرين الأول :

(U_n) هي المتتالية المعرفة بـ $U_0 = 5$ و العلاقة التراجعية $U_{n+1} = 5\,U_n - 7n$ من أجل كل عدد طبيعي n .

(v_n) هي المتتالية المعرفة بـ $v_n = U_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}$

1. أحسب الحدود العشرة الأولى للمتتاليات (U_n) و (v_n) .
2. ما هو تخمينك حول طبيعة المتتالية (v_n) .
3. برهن هذا التخمين .
4. عبر عن v_n ثم U_n بدلالة n .
5. أحسب المجموع $S_n = U_0 + U_1 + \dots\dots\dots + U_n$

التمرين الثاني :

I) - لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي : $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$ يرمز (C) للمنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = ax + b + \dfrac{cx}{x^2 - 1}$ (a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها).
2. أدرس تغيرات الدالة f و عين بمعادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى (C)
3. بين أن النقطة $\omega\,(0 \,،\, -1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C) .
4. أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة ω .
5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left[-\frac{4}{5} \;;\; -\frac{1}{2}\right]$
6. أرسم بعناية المنحنى (Δ) و (C) .
7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x^3 - (m+1)x^2 + m + 1 = 0$.

II) - لتكن الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x و المعرفة كمايلي : $h(x) = \dfrac{|x|^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

1. أثبت أن الدالة h زوجية .
2. برهن أن من أجل كل عدد حقيقي x من $]0 \;;\; 1[\cup]1 \;;\; +\infty[$: $h(x) = f(x)$
3. إستنتج مما سبق لإنشاء المنحنى (C') الممثل للدالة h في نفس المعلم .

التمرين الأول :

ليكن العدد الطبيعي غير المعدوم n و المجموع : $S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \ldots\ldots + \frac{1}{4n^2-1}$

1. أحسب S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 .
2. أ . أعط تخمينا لعبارة S_n بدلالة n .
   ب . برهن بالتراجع على هذا التخمين .
3. عين $\lim_{n \to +\infty} S_n$

التمرين الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 6x + 3}{4x}$

نرمز بـ $(\mathscr{C})$ للمنحني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ الوحدة هي 1 سنتم

الجزء أ

1. أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و عين المستقيمات المقاربة .
2. أحسب $f'(x)$ و تحقق أن $f'(x) = \frac{(x-1)(2x^2+3x+3)}{4x^2}$ من أجل كل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$
3. أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

الجزء ب

نسمي g الدالة المعرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ بـ $g(x) = f(x) - x\ f'(x)$

1. تحقق أنه في المجال $]0\ ;\ +\infty[$ المعادلتين $g(x) = 0$ و $-x^3 + 6x + 6 = 0$ متكافئتين .
2. بين أن المعادلة $-x^3 + 6x + 6 = 0$ تقبل حل حقيقي وحيد α أحصره (يمكنك الإستعانة بألة حاسبة).
3. نضع $A = \frac{f(\alpha)}{\alpha}$ أعط حصرا لـ A و بين أن $A = f'(\alpha)$
4. من أجل $a > 0$ نسمي T_a المماس لـ $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الفاصلة a بين أن $y = Ax$ هي معالة لـ T_a .
   أرسم T_a ثم المنحني $(\mathscr{C})$.
5. إستنتج من الأسئلة السابقة أن T_α هو المماس الوحيد الذي يمر بالمبدأ O .
6. إذا إعتبرنا أن T_α يقع تحت $(\mathscr{C})$ في المجال $]0\ ;\ +\infty[$
   - بقراءة بيانية (الشرح) ، أعط عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ تبعا لقيم العدد الحقيقي m .
   - بقراءة بيانية (الشرح) ، أعط عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$ تبعا لقيم العدد الحقيقي m .