

التمرين الأول : (05 ن) : المتتاليات

نعرف المتتاليات (a_n) و (b_n) بـ : $a_0 = 1$ ، $b_0 = 7$ و

$$n \in \mathbb{N} \text{ حيث } \begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{3}(2a_n + b_n) \\ b_{n+1} = \frac{1}{3}(a_n + 2b_n) \end{cases}$$

1. لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_n = b_n - a_n$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$. بين أن (U_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول و أكتب عبارة U_n بدلالة n .
2. قارن بين a_n و b_n و أدرس إتجاه تغير كل من (a_n) و (b_n) .
3. بين أن (a_n) و (b_n) متتاليتان متجاورتان.
4. لتكن (V_n) متتالية معرفة بـ : $V_n = a_n + b_n$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$. بين أن (V_n) ثابتة.
5. برر أن المتتاليتان (a_n) و (b_n) متقاربتان و أحسب نهايتهما.

التمرين الثاني : (05 ن) : الهندسة الفضائية

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

تعطى النقط $A(2, 1, 3)$ ؛ $B(-3, -1, 7)$ و $C(3, 2, 4)$

1. بين أن النقط A ، B و C ليست في إستقامة

2. ليكن (d) المستقيم ذو التمثيل الوسيط

$$\text{حيث } t \in \mathbb{R} \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

- بين أن (d) عمودي على المستوي (ABC) .
- أعط معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .
- 3. لتكن H النقطة المشتركة بين (d) و المستوي (ABC) .
- بين أن H هي مرجح الجملة $\{(A, -2)$ ، $(B, -1)$ ، $(C, 2)\}$.
- عين طبيعة المجموعة Γ_1 للنقط M من الفضاء التي تحقق :
- $(\vec{MB} - \vec{MC}) \cdot (-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) = 0$ مع ذكر عناصره المميزة .
- عين طبيعة المجموعة Γ_2 للنقط M من الفضاء التي تحقق :
- مع ذكر عناصره المميزة . $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$

المسألة : (10 ن) : الدالة اللوغارتمية

الجزء الأول

نعبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2 \ln(x)$

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.

الجزء الثاني

نعبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1 + \ln(x)}{x}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) الوحدة 2cm

1. أحسب نهاية الدالة f عند 0 و أعط تفسيراً بيانياً .
2. أ (أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{x}{2}$ هو مستقيم مقارب لـ (C) .

ج) بين أن (Δ) و (C) يتقطعان في نقطة A يطلب تعيينها ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة

إلى (Δ) على المجال $]0, +\infty[$.

3. أ) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن للمنحني (C) نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

4. بين أنه توجد نقطة وحيدة B تنتمي إلى (C) حيث المماس (T) عندها يوازي (Δ) و عينها

5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α . برر أن $0.34 < \alpha < 0.35$.

6. أرسم المنحني (C) و المستقيمان (Δ) و (T) .

الجزء الثاني

نعبر المتتالية العددية (X_n) المعرفة بـ : $X_n = e^{\frac{n-2}{2}}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

1. بين أن (X_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2. بين أن (X_n) متتالية متزايدة .

3. هل (X_n) متقاربة .

