التمرين الأول : عين الجذرين التربيعيين لكل من الأعداد التالية:

$z_1 = -15 + 8i$ ؛ $z_2 = 21 + 20i$ ؛ $z_3 = -18i$ ؛ $z_4 = -24 + 10i$

التمرين الثاني: عين العددين الحقيقيين α ، β في كل حالة من الحالات التالية :

1) $(\alpha + \beta i)^2 = -27 - 24i$ ؛ $(\alpha + \beta i)^2 = -32 - 24i$

التمرين الثالث: 1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z : $4z^2 + 8z + 29 = 0$

نرمز بـ z_1 ، z_2 لحلي هذه المعادلة .

2) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

لتكن النقط A ، B ، C صور الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و $z_3 = 2 - \frac{3}{2}i$ برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين .

التمرين الرابع: نعتبر كثير الحدود P المعرف بـ : $P(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$.

1) أحسب $P(4)$ ثمّ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$.

2) المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق على الترتيب $a = 4$ ، $b = 1 + i\sqrt{3}$ ، $c = 1 - i\sqrt{3}$.

أ) أنشئ النقط A, B, C ثمّ أحسب $\frac{c-a}{b-a}$ و إستنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الخامس: 1) حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z :

$(\sin^2\alpha)z^2 + (\sin 2\alpha)z + 1 + \cos^2\alpha = 0$ حيث α عدد حقيقي يحقق $0 < \alpha < \pi$ نسمي z_1 ، z_2 حلي هذه المعادلة .

2) تحقق أن $z_1^2 + z_2^2$ مستقل عن العدد الحقيقي α .

3) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين z_1 ، z_2 على الترتيب . عين α حتى يكون $\|\overrightarrow{AB}\| = 2\sqrt{2}$ و $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

التمرين السادس: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$

في المستوي المركب $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما $a = 4\sqrt{3} - 4i$ و $b = 4\sqrt{3} + 4i$ على الترتيب

أكتب الأعداد a ، b ، $\frac{b}{a}$ على الشكل الأسي . ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

لتكن النقطتين C و D ذات اللاحقتين $c = -\sqrt{3} + i$ و $d = 2i$

عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(B;1), (D;1), (O;-1)\}$

مثل النقط A , B , C , D , G ثم بين أن النقط C , D و G على استقامة واحدة

التمرين السابع:

ليكن z عددا مركبا طويلته 1 و' θ عمدة" له و نعتبر العدد المركب L حيث θ عدد حقيقي و $L = z + 1 + \frac{2z+1}{z^2+z+1}$

1. عين قيم العدد z التي يكون من أجلها العدد L موجودا .
2. بين أن العدد L يكتب على الشكل $L = z + 1 + \frac{\bar{z}+2}{z+\bar{z}+1}$ و إستنتج بدلالة θ الشكل الجبري للعدد L
3. عين قيم العدد θ حتى يكون L عددا حقيقيا . هل يمكن أن يكون العدد L تخيليا صرفا .

التمرين الثامن:

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ (الوحدة 1cm) . الأسئلة التالية مستقلة عن بعضها .

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $\bar{z} - 3iz - 3 + 6i = 0$ (حيث $\bar{z}$ مرافق z)

2) نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $4-2i$. عيّن الشكل الجبري للاحقة النقطة B بحيث يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع في اتجاه مباشر .

3) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $2i$.

أ) عيّن المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث $z \neq 2i$ و التي تحقق : $\arg(z-2i) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$

ب) عيّن المجموعة (F) للنقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق : $z = 2i + 2e^{i\theta}$ (حيث $\theta \in \mathbb{R}$) .

4) بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $z \neq 2i$ ، نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = \frac{z}{z-2i}$.

– عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $z \neq 2i$ و التي تحقق : $|z'| = 1$.

التمرين التاسع:

$P(Z)$ كثير حدود حيث: $P(Z) = (Z-1-i)(Z^2-2Z+4)$ و Z عدد مركب

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$.

2) نضع: $Z_1 = 1+i$ ؛ $Z_2 = 1-\sqrt{3}i$

أ) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي.

ب) أكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي.

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

3) أ) n عدد طبيعي.عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقيا.

ب) احسب قيمة العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{456}$.