التمرين رقم 125 ص 116

الجزء 1: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$

ونرمز بـِ (C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة، $2cm$.

1. ادرس شفعية الدالة f.ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C)؟

2.ادرس نهاية الدالة f عند $+\infty$ وتغيرات f على $[0;+\infty[$.

3.مثل المنحني (C) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الجزء2: نعتبر النقطة A من المستوي إحداثياتها $(1;0)$، نهتم بأصغر مسافة AM حيث M نقطة من المنحني (C).

1. لتكن M فاصلتها x. عين بدلالة x المسافة AM.

2.نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)^{2}+\dfrac{(e^{x}-e^{-x})^{2}}{2}$

أ- احسب $g'(x)$

ب- احسب $g''(x)$ حيث g'' هي الدالة المشتقة الثانية للدالة g

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $g''(x)=e^{2x}+e^{-2x}+2$

ج- استنتج تغيرات الدالة g' على $\mathbb{R}$.

د- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $[0;1]$ يحقق $g'(\alpha)=0$ ، ثم تحقق أن $0,46\le\alpha\le0,47$

- عين إشارة $g'(x)$ حسب قيم x .

هـ- ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$ (لا يطلب حساب النهايات عند $-\infty$ و عند $+\infty$).ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على $\mathbb{R}$؟

3.نقبل أن المسافة AM تكون صغرى عند النقطة M_{α} من المنحني (C) التي فاصلتها α.

مثل النقطة M_{α} في الشكل.

4.باستعمال تعريف α بين أن: $\alpha-1=-\dfrac{1}{2}f(2\alpha)$ ثم $g(\alpha)=\dfrac{1}{4}\left[f(2\alpha)\right]^{2}+\left[f(\alpha)\right]^{2}$

استعمل تغيرات f و النتيجة $0,46\le\alpha 0,\le 47$ لحصر العدد $g(\alpha)$، استنتج حصرا للمسافة AM_{α} سعته 2×10^{-2}.