

التمرين الأول: (03)

لدينا $u_0 = 0$ ، $u_1 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2} = \frac{1}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n$

(v_n) و (w_n) متالتان عدديتان معرفتان بـ : $v_n = u_{n+1} - u_n$ و $w_n = u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n$

(1) (v_n) متتالية هندسية (صحيح) لأن :

$$v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1} = \frac{1}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n - u_{n+1} = \frac{1}{3}u_{n+1} - \frac{3}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n$$

$$v_{n+1} = -\frac{2}{3}v_n \quad \text{أي} \quad v_{n+1} = -\frac{2}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n = -\frac{2}{3}(u_{n+1} - u_n) = -\frac{2}{3}v_n \quad \text{ومنه}$$

وبالتالي (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = -\frac{2}{3}$ و حدها الأول $v_0 = u_1 - u_0 = 1 - 0 = 1$

$$v_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n \quad \text{أي} \quad v_n = v_0 \times q^n = 1 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n \quad \text{عبارة حدها العام}$$

(2) (w_n) متتالية ثابتة (صحيح) لأن :

$$w_{n+1} = u_{n+2} + \frac{2}{3}u_{n+1} = \frac{1}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n + \frac{2}{3}u_{n+1} = \frac{1}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n = u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n = w_n$$

ومنه $w_{n+1} = w_n$ أي (w_n) متتالية ثابتة حيث ، $w_n = w_0 = u_1 + \frac{2}{3}u_0 = 1 + \frac{2}{3} \times 0 = 1$

عبارة الحد العام $w_n = 1$

(3) من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n = \frac{3}{5}(w_n - v_n)$ (صحيح) لأن :

$$\frac{3}{5}(w_n - v_n) = \frac{3}{5}\left(u_{n+1} + \frac{2}{3}u_n - u_{n+1} + u_n\right) = \frac{3}{5}\left(\frac{2}{3}u_n + \frac{3}{3}u_n\right) = u_n$$

$$u_n = \frac{3}{5}(w_n - v_n) \quad \text{أي}$$

(4) المتتالية (u_n) متباعدة (خاطئ) لأن :

عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) : $u_n = \frac{3}{5}(w_n - v_n) = \frac{3}{5}\left(1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^n\right) = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{5}\left(-\frac{2}{3}\right)^n\right) = \frac{3}{5} \quad \text{وبالتالي} \quad u_n = \frac{3}{5} - \frac{3}{5}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\left(-\frac{2}{3} \right)^n \right) = 0 \text{ لان } \text{ومنه } (u_n) \text{ متقاربة تتقارب من } \frac{3}{5}$$

التمرين (05):

لدينا $A(2;1;3), B(-3;-1;7), C(3;2;4)$

(1) اثبات أن النقط A, B, C ليست في استقامية:

أي نبين أن \overline{AB} و \overline{AC} غير مرتبطين خطيا. (غير متوازيين)

• لدينا: $\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ أي $\overline{AB}(-3-2; -1-1; 7-3)$ ومنه $\overline{AB}(-5; -2; 4)$

• ولدينا: $\overline{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A)$ أي $\overline{AC}(3-2; 2-1; 4-3)$ ومنه $\overline{AC}(1; 1; 1)$

إذن: $\frac{-5}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{4}{1}$ لا يوجد عدد حقيقي K بحيث يكون $\overline{AB} = K\overline{AC}$ أي أن $\overline{AB} \not\parallel \overline{AC}$

لنقط A, B, C ليست في استقامية. فهي تعين مستويا (ABC)

$$(2) \text{ لدينا: } (D) \text{ معرف بتمثيله الوسيطى حيث } t \in \mathbb{R} \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

(أ) إثبات أن المستقيم (D) يعامد المستوي (ABC) :

• أي نبين أن شعاع توجيه $\vec{u}(2; -3; 1)$ شعاع عمودي على كل من الشعاعين $\overline{AB}(-5; -2; 4)$ و $\overline{AC}(1; 1; 1)$

- لدينا: $\vec{u} \cdot \overline{AB} = 2 \times (-5) + (-3) \times (-2) + 1 \times 4 = -10 + 6 + 4 = 0$ ومنه $\vec{u} \perp \overline{AB}$

- ولدينا: $\vec{u} \cdot \overline{AC} = 2 \times 1 + (-3) \times 1 + 1 \times 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ ومنه $\vec{u} \perp \overline{AC}$

$\vec{u} \perp \overline{AB}$ و $\vec{u} \perp \overline{AC}$ ومنه المستقيم (D) يعامد المستوي (ABC) .

(ب) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) :

بما أن $\vec{u} \perp (ABC)$ فإن شعاع ناظمي للمستوي (ABC) وبالتالي معادلة

المستوي (ABC) من الشكل: $2x - 3y + 1 \times z + d = 0$

- نعوض بإحداثيات النقطة $A(2; 1; 3)$ $2(2) - 3(1) + 1 \times (3) + d = 0$ ومنه $d = -4$

• معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) : $2x - 3y + z - 4 = 0$

(3) نقطة تقاطع المستوي (ABC) و المستقيم (D) :

(أ) إثبات أن النقطة H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -2), (B, -1), (C, 2)\}$

- نعوض جملة التمثيل الوسيطى للمستقيم (D) في معادلة المستوي (ABC) نجد:

$$2(-7 + 2t) - 3(-3t) + 4 + t - 4 = 0 \text{ ومنه } -14 + 4t + 9t + t = 0$$

أي $t = 1$

نعوض في الجملة السابقة نجد :

$$\begin{cases} x_H = -7 + 2(1) = -5 \\ y_H = -3(1) = -3 \\ z_H = 4 + 1 = 5 \end{cases}$$

إذن $H(-5; -3; 5)$

• نفرض أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -2), (B, -1), (C, 2)\}$

لدينا : $-2 + (-1) + 2 = -1 \neq 0$ ومنه G موجودة . إذن

$$\begin{cases} x_G = \frac{-2 \times 2 - (-3) + 2(3)}{-1} = -(-4 + 3 + 6) = -5 \\ y_G = -3(1) = \frac{-2 \times 1 - (-1) + 2 \times 2}{-1} = -(-2 + 1 + 4) = -3 \\ z_G = \frac{-2 \times 3 - 7 + 2 \times 4}{-1} = -(-6 - 7 + 8) = 5 \end{cases}$$

ومنه $H = G$ $G(-3; -3; 5)$

النقطة H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -2), (B, -1), (C, 2)\}$

ب) تعيين طبيعة (P) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC}) \cdot \overline{CB} = 0$:

- لدينا : $-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC} = (-2 - 1 + 2)\overline{MH}$

$-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC} = -\overline{MH} = \overline{HM}$ هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -2), (B, -1), (C, 2)\}$

معناه $\overline{HM} \cdot \overline{BC} = 0$ $(-2\overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC}) \cdot \overline{CB} = 0$

(P) هو مستو \overline{BC} شعاع ناظمي له و يشمل النقطة $H(-5; -3; 5)$

(4) دراسة تقاطع المستوي (ABC) و المجموعة (P) :

• تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) :

- لدينا : $\overline{BC}(6; 3; -3)$ $\overline{HM}(x + 5; y + 3; z - 5)$

$\overline{HM} \cdot \overline{BC} = 0$ $6(x + 5) + 3(y + 3) - 3(z - 5) = 0$

ومنه $6x + 3y - 3z + 54 = 0$ $(P): 2x + y - z + 18 = 0$

• دراسة تقاطع (ABC) و (P) :

$\overline{n}_{(ABC)}(2; -3; 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) و $\overline{n}_{(P)}(2; 1; -1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)

- لدينا : $\frac{2}{2} \neq \frac{-3}{1} \neq \frac{1}{-1}$ ومنه $\overline{n}_{(ABC)} \not\parallel \overline{n}_{(P)}$ و (P) و (ABC) غير متوازيين أي متقاطعين .

- تعيين تمثيل وسيطي لمستقيم التقاطع : لدينا :

$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 4 = 0 \\ 2x + y - z + 18 = 0 \end{cases} \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} 2x - 3y + z - 4 = 0 \\ -4y + 2z - 22 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 4 = 0 \\ z = 2y + 11 \end{cases} \quad \text{إذن}$$

$$\begin{cases} 2x - 3t + 2t + 11 - 4 = 0 \\ y = t \\ z = 2t + 11 \end{cases} \quad - \quad y = t$$

$$\text{وهو تمثيل وسيطي لمستقيم تقاطع المستويين (ABC) و (P)} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2}t - \frac{7}{2} \\ y = t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t + 11 \end{cases}$$

التمرين (05) :

(1) حل المعادلة : $4z^2 - 2z + 1 = 0$

• حساب المميز Δ : $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 4 - 16 = -12 = 12i^2$

$$\Delta = (2i\sqrt{3})^2 :$$

الجذران التربيعيان للعدد Δ هما : $u_1 = 2i\sqrt{3}$, $u_2 = -2i\sqrt{3}$

• حل المعادلة هما : $z_1 = \frac{2 + 2i\sqrt{3}}{8} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}$

$$z_2 = \frac{2 - 2i\sqrt{3}}{8} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}$$

• مجموعة حلول المعادلة : $S = \left\{ \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4} \right\}$

(2) لدينا : $Z = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}$ ومنه $\bar{Z} = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}$

(أ) كتابة العددين Z و \bar{Z} على الشكل المتلثي :

• لدينا : $|Z| = \left| \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4} \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \frac{1}{2}$

• نضع $Arg(Z) = \theta$ إذن $\begin{cases} \cos \theta = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

ومنه $\theta = \frac{f}{3} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z})$

• الشكل المتلثي للعدد Z هو $Z = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{f}{3} + i \sin \frac{f}{3} \right)$

• الشكل المثلثي لمرافق العدد Z : $\bar{Z} = \frac{1}{2} \left(\cos\left(-\frac{f}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{f}{3}\right) \right)$

(ب) لدينا : $L_k = Z^k - \bar{Z}^k = \left(\frac{1}{4} + i \frac{\sqrt{3}}{4} \right)^k - \left(\frac{1}{4} - i \frac{\sqrt{3}}{4} \right)^k$

■ اثبات أن $L_k = \frac{1}{2^{k-1}} i \sin \frac{k\pi}{3}$

لدينا : $L_k = Z^k - \bar{Z}^k$ ومنه

$$L_k = \left[\frac{1}{2} \left(\cos \frac{f}{3} + i \sin \frac{f}{3} \right) \right]^k - \left[\frac{1}{2} \left(\cos \left(-\frac{f}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{f}{3} \right) \right) \right]^k$$

$$L_k = \left(\frac{1}{2} \right)^k \left(\cos \frac{kf}{3} + i \sin \frac{kf}{3} \right) - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^k \left(\cos \left(-\frac{kf}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{kf}{3} \right) \right) \right] \text{ ومنه}$$

وبالتالي :

$$L_k = \left(\frac{1}{2} \right)^k \cos \frac{kf}{3} + i \left(\frac{1}{2} \right)^k \sin \frac{kf}{3} - \left(\frac{1}{2} \right)^k \cos \left(\frac{kf}{3} \right) + i \left(\frac{1}{2} \right)^k \sin \left(-\frac{kf}{3} \right)$$

لان :

$$L_k = 2 \times \frac{1}{2^k} i \sin \frac{kf}{3} = \frac{1}{2^{k-1}} i \sin \frac{kf}{3} \text{ إذن}$$

$$\begin{cases} \cos \left(-\frac{kf}{3} \right) = \cos \frac{kf}{3} \\ \sin \left(-\frac{kf}{3} \right) = -\sin \frac{kf}{3} \end{cases}$$

$$L_k = \frac{1}{2^{k-1}} i \sin \frac{kf}{3}$$

$$2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^k = 2 \times \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^{k-1}}$$

■ تعيين قيمة L_{2013} : $L_{2013} = \frac{1}{2^{2013-1}} i \sin \left(\frac{2013k}{3} \right) = \frac{1}{2^{2012}} i \sin(671f) = 0$

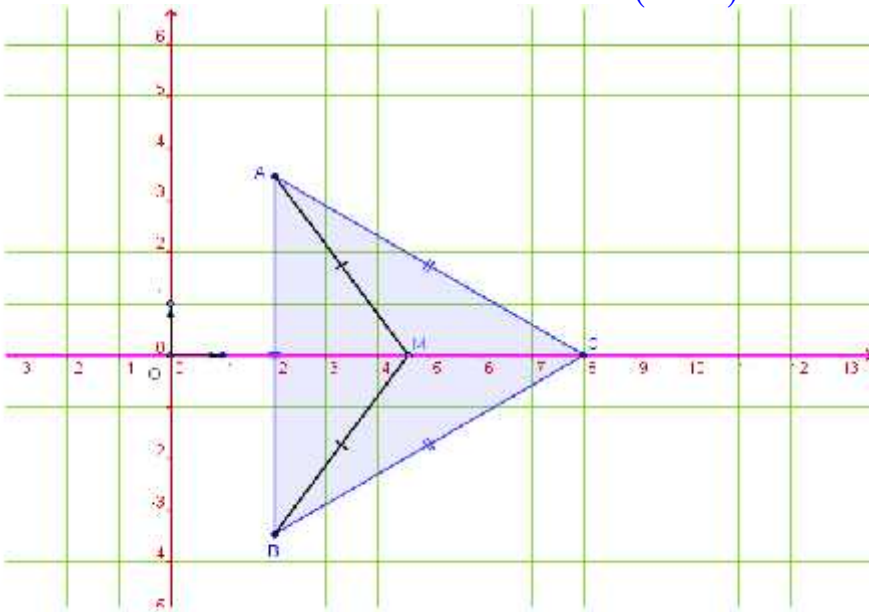
لان $\sin(671f) = 0$

$$L_{2013} = 0$$

(3) لدينا : $z_A = 2 + 2i\sqrt{3}$

و $z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$

(أ) تعليم النقطتين B, A :



(ب) تعيين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R الذي مركزه النقطة A و زاويته $\frac{\pi}{3}$:

$$z' = az + b : \quad R$$

$$a = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{f}{3} + i \sin \frac{f}{3} = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} : \text{حيث}$$

$$b = (1-a)z_A = \left(1 - \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(2 + 2i\sqrt{3}) = \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(2 + 2i\sqrt{3}) = 1 + i\sqrt{3} - i\sqrt{3} + 3 = 4$$

$$b = 4$$

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 4 : \text{ومنه}$$

$$z_C = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_B + 4 = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(2 - 2i\sqrt{3}) + 4 = 4 + 4 = 8 \quad R(B) = C$$

$$z_C = 8 \text{ أي}$$

(ج) تعيين طبيعة المثلث ABC :

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{f}{3} + 2kf \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ و } AB = AC \text{ معناه } R(B) = C$$

وبالتالي ABC مثلث متقايس الأضلاع .

(د) تعيين مجموعة النقط (Γ) :

$$|z - z_A| = |z - z_B| \text{ معناه } |z - 2 - 2i\sqrt{3}| = |z - 2 + 2i\sqrt{3}|$$

$$AM = BM \text{ أي}$$

إذن (Γ) محور القطعة $[AB]$

التمرين (07):

$$D_g = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$

$$g(x) = xe^x - e^x + 1 : \text{ لدينا } \text{I}$$

(1) دراسة تغيرات الدالة g :

• حساب النهايات:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - e^x + 1) = 1$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) = +\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^x - e^x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x (x-1) + 1 = +\infty$$

$$g'(x) = xe^x \text{ أي}$$

$$g'(x) = e^x + xe^x - e^x = xe^x : \text{ حساب المشتقة}$$

• دراسة اشارة المشتقة :

$$e^x \neq 0 \text{ لان } x = 0 \text{ ومنه } xe^x = 0 \text{ معناه } g'(x) = 0$$

• جدول اشارة المشتقة :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$>$	0	$<$

• جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$>$	0	$<$
$g(x)$	1	0	$+\infty$

(2) حساب $g(0)$:

$$g(0) = 0 \times e^0 - e^0 + 1 = -1 + 1 = 0$$

استنتاج اشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$<$	0	$<$

 $D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$ معرفة على.II لدينا : $f(x) = (x-2)e^x + x - 2$

(1) حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x-2)e^x + x - 2] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - 2e^x + x - 2) = -\infty$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-2) = -\infty \end{array} \right. \text{ لان}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-2)e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-2) = +\infty \end{array} \right. \text{ لان } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x-2)e^x + x - 2] = +\infty$$

(2) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

$$f'(x) = e^x + (x-2)e^x + x = e^x + xe^x - 2e^x + 1 = xe^x - e^x + 1 = g(x) \text{ لدينا :}$$

إذن : $f'(x) = g(x)$

(3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f :⊖ إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ جدول إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
		$<$	$<$

⊖ جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$		-4	

(4) أ- اثبات أن المستقيم (Δ) $y = x - 2$ (C_f) : $-\infty$

⊖ لدينا :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x - 2)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x - 2)e^x + x - 2 - x + 2] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2)e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - 2e^x) = 0$$

(C_f) $-\infty$ (Δ) ومنه $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x - 2)) = 0$

(ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :⊖ ندرس إشارة الفرق $f(x) - y = (x - 2)e^x$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x) - y$		0	
		$>$	$<$
الوضعية النسبية			
	فوق (C_f) (Δ)	(C_f) (Δ) يقطع	فوق (C_f) (Δ)

(ج) اثبات أن النقطة $I(0; -4)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) :⊖ لدينا : $f'(x) = g(x)$ ومنه $f''(x) = g'(x) = xe^x$ وبالتالي إشارة المشتقة الثانية للدالة f من إشارة $g'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$		0	
		$>$	$<$

إذن المشتقة الثانية تنعدم من أجل $x = 0$ مغيرة إشارتها . ومنه النقطة $I(0; f(0))$ أي $I(0; -4)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .(د) تبين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي 1 :

معامل توجيه المماس (T) يساوي 1 معناه $f'(x)=1$ ومنه $g(x)=1$ إذن : $xe^x - e^x + 1 = 1$ و بالتالي $(x-1)e^x = 0$ ومنه $x-1=0$ (لان $e^x \neq 0$) أي $x=1$

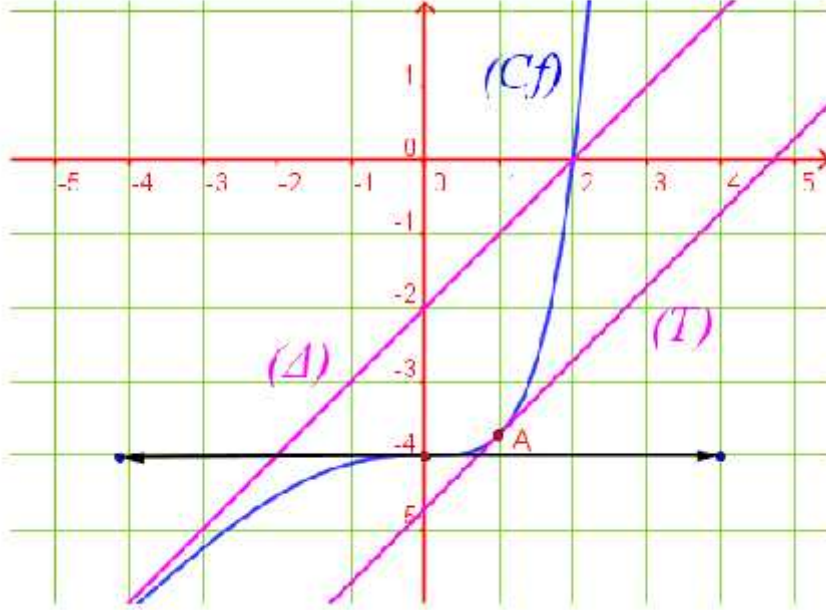
- المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي 1 في النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$

- كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T):

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = 1 \times (x-1) + (-e-1) = x - e - 2$$

- أي (T): $y = x - e - 2$

(5) الرسم :



(6) تعيين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة (E) حلين مختلفين في الإشارة :

لدينا : $(x-2)e^x - 2 + m = 0$ معناه $(x-2)e^x - 2 = -m$ أي

$$f(x) = x - m \text{ و بالتالي } (x-2)e^x + x - 2 = x - m$$

بيانيا حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع مستقيم (D) ذي المعادلة :

$$y = x - m \text{ الموازي لكل من } (\Delta) \text{ المستقيم المقارب المائل و المماس (T).}$$

(D) يقطع (C_f) في نقطتين فاصلتيهما مختلفتين في الإشارة في حالة : $-4 < -m < -2$

أي $2 < m < 4$ و بالتالي $m \in]2;4[$

☺ انتهى تصحيح الموضوع
 بالتوفيق و النجاح في البكالوريا جوان 2012 🌸
 كالوريا التجريبي ماي 2012