

اختبار في مادة الرياضيات

أن يختار أحد الموضوعين التاليين



التمرين الأول : (06)

المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب التالية : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$

(2) نعتبر النقطتين A, B ذات اللاحقتين $a = 4\sqrt{3} - 4i, b = 4\sqrt{3} + 4i$

أ) اكتب كلا من العددين a و b على الشكل الاسي .

ب) احسب الاطوال OA, OB, AB ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

(3) لتكن النقطة C ذات اللاحقة $c = -\sqrt{3} + i$ و النقطة D ذات اللاحقة $d = ce^{-i\frac{\pi}{3}}$

اكتب العدد d على الشكل الجبري

(4) نعتبر النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(O, -1); (D, 1); (B, 1)\}$

أ) عين العلاقة الشعاعية التي تحققها النقطة G ثم استنتج ان لاحقة النقطة G هي $g = 4\sqrt{3} + 6i$

ب) بين ان العدد $\frac{c-g}{d-g}$ حقيقي ثم استنتج ان النقط D, G, C على استقامية

(5) اكتب العدد $\frac{g-c}{a-c}$ على الشكل الاسي ثم استنتج العناصر المميزة للتشابه s الذي مركزه النقطة C

و يحول النقطة A الى النقطة G

التمرين : (05)

نعتبر المعادلة (E) حيث x و y عدنان صحيحان نسيبان $(E) : 3x + 2y = 29$

(1) تحقق ان الثنائية $(x_0, y_0) = (9, 1)$ هي حل للمعادلة (E)

أ) عين جميع الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E)

ب) عين جميع الثنائيات (x_0, y_0) حلول المعادلة (E) بحيث يكون $x \geq 0$ و $y \geq 0$

(2) في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي (P) ذي المعادلة

$$3x + 2y = 29$$

بين ان المستوي (P) يوازي المحور (OZ) الذي شعاع توجيهه \vec{k}

عين احدائي نقط تقاطع المستوي (P) و المحاور $(OX), (OY)$ حيث \vec{i} و \vec{j} اشعة توجيههما على الترتيب.

التمرين (06):

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ كما يلي $f(x) = \ln(x+1) + \frac{1}{2}x^2$

وليكن (C) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (o, i, j)

1 ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0, +\infty[$.

2 اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3 ارسم المماس (T) و المنحني (C) .

II. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على المجموعة \mathbb{N} كما يلي :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad n \text{ ' عدد طبيعي } u_0 = 1$$

1 باعستعمال المنحني (C) و المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ مثل الحدود الخمسة الاولى للمتتالية

2 ماهو تخمينك لاتجاه تغير المتتالية (u_n) وسلوك المتتالية عندما يوول n الى $+\infty$

3 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n \geq 1$:

4 بين ان المتتالية (u_n) متزايدة

5 بين ان المتتالية (u_n) غير محدودة من الاعلى . استنتج نهاية المتتالية (u_n)

التمرين (03):

n عدد طبيعي اكبر او يساوي 2

1 بين ان n و $2n+1$ اوليان فيما بينهما .

2 نضع : $r = n+3$ و $s = 2n+1$ و $d = PGCD(r, s)$

3 احسب $2r - s$ ثم استنتج القيم الممكنة ل d

4 بين ان r و s مضاعفات للعدد 5 اذا وافقط اذا كان $n-2$ مضاعف للعدد 5 .



التمرين الأول : (05)

المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{u}, \vec{v})

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2 + 4z + 8 = 0$

(2) اكتب حلي المعادلة على الشكل المثلي .

(3) لتكن A و B نقطتين من المستوي ذات الاحقتين a, b على الترتيب حيث : $a = 2 - 2i$ و $b = -a$.

(أ) عين c لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه النقطة o وزاويته $\frac{f}{2}$

(ب) بين ان لاحقة النقطة D هي : $d = 2 - 6i$ حيث ان النقطة D هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه

النقطة A وزاويته $\frac{f}{2}$.

(ج) عين طبيعة الرباعي $ABCD$

(4) لتكن النقطة G مرجح الجملة المنقلة $\{(A, 1); (B, -1); (C, 2)\}$

(أ) عين z_G لاحقة النقطة G .

(ب) عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{2}$

التمرين (04)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(2, 1, -1); B(-1, 2, 4)$

و المستوي (P) ذي المعادلة : $x - 2y + z + 1 = 0$

في كل ما يلي أجب بـ " صحيح " أو " خاطئ " مع التبرير .

(1) النقط A, B, C تعين مستويا .

(2) المستقيم (AC) محتوي في المستوي (P) .

(3) المعادلة الديكارتيية للمستوي (ABD) هي من الشكل : $x + 8y - z - 11 = 0$.

(4) التمثيل الوسيطى للمستقيم (AC) هو : $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$ مع $t \in \mathbb{R}$

(5) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان .

(6) سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ تماس المستوي (P) .

التمرين الثالث (06)

- (1) دالة معرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = x + 1 + e^{-x}$
 أ) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
 ب) استنتج اشارة $g(x)$ على \mathbb{R}
- (2) لتكن الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \ln(x + 1 + e^{-x})$
 وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (o, i, j)
 أ) بين ان الدالة f معرفة على \mathbb{R}
 ب) ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها
 ج) بين انه من اجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = -x + \ln(xe^x + e^x + 1)$
 ثم أستنتج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته
 ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ)
- (د) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$: $0 < f(x) - \ln x < \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$
 استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x)]$. ماذا يمكن القول عن المنحنيين (C_f) و (C_{\ln})
- (هـ) انشئ المنحنيين (C_f) و (C_{\ln}) في نفس المعلم

التمرين الرابع (05)

- (1) احسب القاسم المشترك الاكبر للعددين $4^6 - 1$ و $4^5 - 1$
- (2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_1 = 1$ و $u_0 = 0$
 ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 4u_n$
 (احسب الحدود u_4, u_3, u_2 .
 (برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4u_n + 1$
 (بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ان u_n عدد طبيعي .
 (استنتج من اجل كل عدد طبيعي n القاسم المشترك الاكبر للعددين u_{n+1} و u_n
- (3) لتكن (v_n) متتالية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + \frac{1}{3}$
 (بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول .
 (اكتب v_n و u_n بدلالة n .
 (عين $PGCD(4^{n+1} - 1, 4^n - 1)$ حيث $PGCD$ يرمز الى القاسم المشترك الأكبر .

مع تمنياتكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا جوان 2012 ©