

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1. الاقتراح الصحيح هو ج

لان مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي تحقق
 $Z = Z_0 + re^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي هي دائرة للاحقة
 مركزها I_0 ونصف قطرها r

في هذه الحالة $Z_0 = 1 - 2i$ ونصف قطرها $r = 1$

2. الاقتراح الصحيح هو ج

لان $M \in (F)$ تكافئ $|z - 1 + i| = |z + 1 + 2i|$

تكافئ $|z - z_A| = |z - z_C|$

تكافئ $AM = CM$

3. الاقتراح الصحيح هو أ نضع

$z = x + iy$ تكافئ $z + |z|^2 = 7 + i$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x = 7 \\ y = 1 \end{cases} \text{ تكافئ}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \text{ تكافئ}$$

تكافئ $Z = 2 + i$ او $Z = -3 + i$

التمرين الثاني

1. ادرسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة

الاقليدية للعدد 2^n على 9

اذا كان $n \equiv 0[6]$ فان $2^n \equiv 1[9]$ اذا كان $n \equiv 1[6]$ فان $2^n \equiv 2[9]$

اذا كان $n \equiv 2[6]$ فان $2^n \equiv 4[9]$ اذا كان $n \equiv 3[6]$ فان $2^n \equiv 8[9]$

اذا كان $n \equiv 4[6]$ فان $2^n \equiv 7[9]$ اذا كان $n \equiv 5[6]$ فان $2^n \equiv 5[9]$

ب. تبين أن $2^{2012} \equiv 4[9]$

$2^{2012} \equiv 2[9]$ و $1433 \equiv 2[9]$

و $2^{2012} \equiv 4[9]$ و $1433^{2012} \equiv 4[9]$

2. اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي $n \equiv 1[9]$

$10^n \equiv 1[9]$ ومنه من اجل كل عدد طبيعي $n \equiv 1[9]$

ب. اثبات أن $N \equiv S[9]$

نضع $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ في الاساس 10

اذن $N = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10 + a_0$

و $S = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$

من السؤال 2 أ $a_p \times 10^p \equiv a_p (9)$

اذن $N \equiv S[9]$ وبالتالي $N \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$

3. أ. نضع $A = (1433)^{2012}$ اثبات أن $A \equiv D(9)$

$A \equiv B[9]$ و $B \equiv C[9]$ و $C \equiv D[9]$ بالتعدي $A \equiv D(9)$

ب. تبين أن A يكتب على الأكثر ب 8048 رقم

$1433 < 10^4$ ومنه $1433 < 10000$

ومنه $1433^{2012} < 10^{(4 \times 2012)}$

ومنه $1433^{2012} < 10^{8048}$

اذن A يكتب في الاساس على الأكثر ب 8048 رقما

اكبر عدد يكتب ب 8048 رقم هو $\underbrace{999 \dots 99}_{8048 \text{ مرة}}$

مجموع هذه الارقام $8048 \times 9 = 72432$

ج. استنتج أن $B \leq 72432$

نعلم ان B هو مجموع أرقام A وبالتالي $B \leq 72432$

د. تبين أن $C \leq 45$

بنفس الطريقة $72432 \leq 99999$ و C مجموع أرقام B

اذن $c \leq 5 \times 9 = 45$

ه. تعين اكبر قيمة لـ D ثم تبين أن $D = 4$

في قائمة الاعداد الاقل من 45 نلاحظ ان 39 يعطي

اكبر مجموع هو 12 اذن $D \leq 12$

لدينا $A \equiv 4[9]$ و $A \equiv D(9)$ اذن $D \equiv 4[9]$ ولدينا $D \leq 12$

وبالتالي $D = 4$

التمرين الثالث:

1. أ- تعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA)

$$\begin{cases} x = k \\ y = -k \\ z = 3k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R} \quad \text{معناه } M \in (OA)$$

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

$$x - y + 3z - 11 = 0 \quad \text{معناه } M \in (Q)$$

ج- تحقق من أن (p) يوازي المستوي (Q)

الشعاعان الناظميان لـ (p) و (Q) متساويان إذن (p) يوازي (Q)

2. أ- تبيان أن ω مركز سطح الكرة (S) ينتمي الى (OA)

$$\left\{ \begin{array}{l} (OA) \text{ عمودي على } (Q) \\ (Q) \text{ عمودي على } (S) \text{ في } A \end{array} \right\} \text{ لدينا } \left\{ \begin{array}{l} (OA) \text{ عمودي على } (Q) \\ (Q) \text{ عمودي على } (OA) \end{array} \right\} \text{ ومنه } \omega \in (OA)$$

ومنه $\omega \in (OA)$

- الاستنتاج ان $c = 3a$ و $b = -a$

$$a = k \text{ و } b = -k \text{ و } c = 3k \text{ معناه } \omega \in (OA)$$

$$c = 3a \text{ و } b = -a \text{ ومنه}$$

ب- بين أن $33 = \omega A^2 - \omega O^2 = r^2$ نصف قطر (S)

$$r^2 - \omega O^2 = 33 \text{ ومنه } 33 + \omega O^2 = r^2.$$

$$r = \omega A. \text{ ومنه } \omega A^2 - \omega O^2 = 33$$

- استنتاج ان $a - b + 3c = -11$

$$\begin{cases} \omega A^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 \\ \omega O^2 = a^2 + b^2 + c^2 \end{cases}$$

$$\text{بالطرح ينتج } \omega A^2 - \omega O^2 = -2a + 2b - 6c + 11$$

$$\text{اذن } 33 = -2a + 2b - 6c + 11$$

$$\text{ومنه } a - b + 3c = -11$$

ت- استنتاج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم احسب نصف قطرها

$$\text{لدينا } \begin{cases} a - b + 3c = -11 \\ b = -a \\ c = 3a \end{cases} \text{ ومنه } \omega(-1, 1, -3)$$

$$r = \omega A = \sqrt{44}. \quad \text{حساب } r.$$

التمرين الرابع:

الجزء الأول: الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = x - e^{-x}$

1. تبيان أن x حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان $f(x) = 0$

x حل للمعادلة (E) معناه $e^x = \frac{1}{x}$ مع $x \neq 0$

$$f(x) = 0 \text{ معناه } x - e^{-x} = 0 \text{ معناه } \frac{1}{e^x} = x$$

2. دراسة اتجاه تغير الدالة f

أ. المشتقة من اجل كل x من R : $f'(x) = 1 + e^{-x}$

من اجل كل x من R : $f'(x) > 0$

ب. استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا في المجموعة R

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على R ومن اجل كل k

$$\left] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right[= \mathbb{R}$$

المعادلة $f(x) = k$ تقبل حل وحيد في R

اذن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد في R هو α

ت. تبيان أن α ينتمي الى المجال $\left[\frac{1}{2}, 1 \right]$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - e^{-1/2} = -0,1 \dots < 0$$

$$\text{و } f(1) = 1 - e^{-1} = 0,6 \dots > 0 \text{ و } f(\alpha) = 0$$

$$\text{اذن } f\left(\frac{1}{2}\right) \leq f(\alpha) \leq f(1)$$

$$\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1 \text{ وبما ان } f \text{ متزايدة على } R \text{ فان}$$

ث. دراسة إشارة الدالة f على المجال $[0, \alpha]$

$$x \in [0; \alpha] \text{ و } f \text{ متزايدة على } R$$

$$\text{اذن } f(x) \leq f(\alpha) \text{ اي } f(x) \leq 0$$

الجزء الثاني:

الدالة g المعرفة على $[0,1]$ بـ: $g(x) = \frac{1+x}{1+e^x}$

1. بين أن المعادلتين $f(x)=0$ و $g(x)=x$ متكافئتان
 $g(x) = x$ تكافئ $1+x = x(1+e^x)$

تكافئ $xe^x = 1$ تكافئ $x = e^{-x}$ تكافئ $f(x) = 0$

2. استنتج أن العدد الحقيقي الوحيد الذي يحقق
 $g(\alpha) = \alpha$

المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في R اذن المعادلة
 $g(x) = x$ تقبل حل وحيد α في R (لانهما متكافئتان)

3. حساب $g'(x)$ واستنتاج أن g متزايدة على المجال $[0, \alpha]$

- من اجل كل x من R :

$$g'(x) = \frac{1(1+e^x) - (1+x)e^x}{(1+e^x)^2} = \frac{1-xe^x}{(1+e^x)^2}$$

- اشارة $g'(x)$ من اشارة $1-xe^x$

لدينا من اجل كل x من $[0, \alpha]$: $f(x) \leq 0$

ومنه $x - e^{-x} \leq 0$ ومنه $x \leq e^{-x}$ ومنه $xe^x \leq 1$

ومنه $1 - xe^x \geq 0$ ومنه $g'(x) \geq 0$

اذن الدالة g متزايدة على المجال $[0, \alpha]$

الجزء الثالث:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من اجل كل عدد

$$u_{n+1} = g(u_n) \quad n \text{ طبيعي}$$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha.$$

- لدينا $u_0 = 0$ و $u_1 = \frac{1}{1+e^0} = \frac{1}{2}$ و $\alpha \geq \frac{1}{2}$,

$$\text{اذن } 0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \alpha$$

نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha.$$

ومنه $g(0) \leq g(u_n) \leq g(u_{n+1}) \leq g(\alpha)$

$$\frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha \text{ ومنه}$$

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha \text{ ومنه}$$

من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة

(u_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى بـ α ينتج ان (u_n) متقاربة

3. تبرير أن $g(l) = l$ ثم استنتاج قيمة l

$$l = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} g(u_n) = g(l).$$

لأن g مستمرة

l هو حل للمعادلة $g(x) = x$ اذن $l = \alpha$

المتتالية (u_n) متقاربة نحو α

4. أعط قيمة تقريبية لـ u_4 إلى 10^{-6}

$$u_2 = 0,5663110032\dots, u_3 = 0,567143165\dots$$

$$u_4 = 0,567143 \text{ مدور الى } 10^{-6}$$

الموضوع الثاني:

التمرين الاول:

الجزء الاول 1. أ. تبين أن 2 حلا للمعادلة (I)

$$(I) \quad 2^3 + 2(2)^2 - 16 = 0 \text{ اذن 2 حل للمعادلة (I)}$$

ب. كتابة (I) على الشكل $(z-2)(az^2 + bz + c) = 0$

$$Z^3 + 2Z^2 - 16 = (Z-2)(aZ^2 + bZ + c)$$

بالمطابقة ينتج $c = 8$ و $b = 4$ و $a = 1$

$$(I) \quad (Z-2)(Z^2 + 4Z + 8) = 0 \text{ تكافئ}$$

2. استنتاج حلول المعادلة (I)

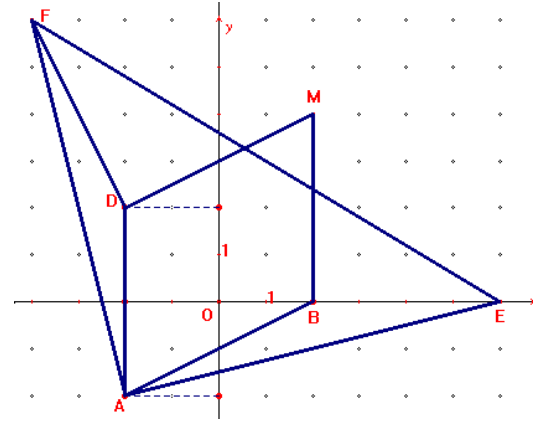
$$Z^2 + 4Z + 8 = 0 \text{ او } Z = 2 \text{ تكافئ } (Z-2)(Z^2 + 4Z + 8) = 0$$

حلول المعادلة هي $-2 - 2i$ و $-2 + 2i$ و 2

كتابة الحلول على الشكل الآسي

$$-2 - 2i = 2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}} \text{ و } -2 + 2i = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}} \text{ و } 2 = 2e^{i0}$$

الجزء الثاني (:: 1). تعليم النقط A ، B و D



(2) حساب لاحقة z_M للنقطة M

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DM} \text{ متوازي أضلاع يكافئ}$$

$$z_M - z_D = z_B - z_A \text{ أي}$$

$$z_M = (-2 + 2i) + 2 - (-2 - 2i) \text{ أي}$$

$$z_M = 2 + 4i \text{ إذن}$$

(3) حساب لاحقة z_E للنقطة E ولاحقة z_F للنقطة F .

• E هي صورة M بالدوران الذي مركزه B و زاويته

$$\frac{-\pi}{2} \text{ إذن } z_E - z_B = e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_M - z_B)$$

$$z_E = 2 - i(2 + 4i - 2) \text{ أي } z_E = 6$$

• F هي صورة M بالدوران الذي مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$

$$\text{إذن } z_F - z_D = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_M - z_D) \text{ أي}$$

$$z_F = -2 + 2i + i(2 + 4i + 2 - 2i)$$

$$z_F = -4 + 6i$$

تعليم النقط M و E و F . انظر الشكل السابق

(4) كتابة $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}$ على الشكل الجبري

$$\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = \frac{-4 + 6i + 2 + 2i}{6 + 2 + 2i} = \frac{-2 + 8i}{8 + 2i} = \frac{i(8 + 2i)}{8 + 2i} = i$$

- استنتاج طبيعة المثلث AEF .

$$z_F - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_E - z_A) \text{ أي } z_F - z_A = i(z_E - z_A)$$

و هذا يبين أن F هي صورة E بالدوران الذي مركزه A و

$$\text{زاويته } \frac{\pi}{2}$$

نستنتج أن المثلث AEF قائم في A و متقايس الساقين.

(5) تعين صورة EBA بالدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{-\pi}{2}$.

المثلث AEF قائم في A و متقايس الساقين، إذن

$$(\overline{IA}, \overline{IF}) \equiv (\overline{IE}, \overline{IA}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \text{ و } IF = IE = IA$$

نسمي r الدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{-\pi}{2}$ ، لدينا

$$r(E) = A \text{ و } r(A) = F$$

لاحقة I هي $z_I = \frac{1}{2}(z_E + z_F)$ أي $z_I = 1 + 3i$.

صورة النقطة B بالدوران r هي النقطة B' التي لاحقتها

$$z_{B'} - z_I = e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_I) \text{ حيث } z_{B'}$$

$$\text{أي } z_{B'} = -2 + 3i \text{ إذن } r(B) = D$$

صورة المثلث EBA بالدوران r هي المثلث ADF .

التمرين الثاني:

أ. تبين أن النقط B ، C ، A تعين مستويا

$$\overrightarrow{AC}(1, -4, -1) \text{ و } \overrightarrow{AB}(-2, 0, -2)$$

الشعاعان غير مرتبطان خطيا إذن النقط ليست على استقامية

ب. تبين أن المستوي (ABC) هو المستوي (P)

$$2x_A + y_A - 2z_A + 4 = 6 + 2 - 12 + 4 = 0$$

$$2x_B + y_B - 2z_B + 4 = 2 + 2 - 8 + 4 = 0$$

$$2x_C + y_C - 2z_C + 4 = 8 - 2 - 10 + 4 = 0$$

احداثيات النقط A ، B ، C تحقق معادلة (P)

إذن المستوي (ABC) هو المستوي (P)

ت. اثبات أن المثلث ABC قائم

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \text{ إذن المثلث } ABC \text{ قائم في } A$$

ث. كتابة تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) يشمل O

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

وشعاع توجيه له $\vec{n}(2, 1, -2)$

ج. حساب المسافة بين النقطة O والمستوي (P)

$$d(o, (p)) = \frac{|2x_o + y_o - 2z_o + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{4}{3}$$

ومنه p يقسم $(a(a+b) - ab)$ ومنه p يقسم a^2

-استنتاج ان p يقسم a وان p يقسم b

لدينا p يقسم aa ومنه p يقسم a

لدينا p يقسم a ومنه p يقسم $(a+b) - a$
ومنه p يقسم b

2. تبين ان $PGD(a; b) = p$

لدينا p يقسم a ومنه p يقسم $PGCD(a; b) \dots 1$

و $PGCD(a; b)$ يقسم ab ومنه $PGCD(a; b)$ يقسم $p \dots 2$

اذن من 1 و 2 ينتج ان $PGCD(a; b) = p$

3. أ. حل الجملة: $PGCD(a; b) = 5$ حيث $a \leq b$

$$\begin{cases} a = 5 \times a' \\ b = 5 \times b' \\ a'b' = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} PGCD(a; b) = 5 \\ ab = 170 \times 5 \end{cases}$$

ومنه $(a'=1, b'=34)$ او $(a'=2, b'=17)$

اذن $(a=5, b=170)$ او $(a=10, b=85)$

ب. استنتاج حلول الجملة: $PGCD(a+b; ab) = 5$
 $PPCM(a; b) = 170$

$$\begin{cases} PGCD(a+b; ab) = 5 \\ PPCM(a; b) = 170 \end{cases} \quad \begin{cases} PGCD(a; b) = 5 \\ PPCM(a; b) = 170 \end{cases} \text{ معناه}$$

ومنه $(a=5, b=170)$ او $(a=10, b=85)$

التمرين الرابع:

1. أ. تبين ان الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال

$$]0; +\infty[$$

الدالتان $x \mapsto \ln(x+3)$ و $x \mapsto x+3$ قابلتان للاشتقاق على

$]0; +\infty[$ نستنتج ان f قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ لانها حاصل

قسمة دالتين قابلتين للاشتقاق على $]0; +\infty[$ والدالة $x \mapsto x+3$

لا تنعدم على $]0; +\infty[$

ح. حساب حجم رباعي الوجوه $OABC$

حساب \mathcal{A} مساحة المثلث ABC قائم في A

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times AC}{2} \text{ هي مساحة المثلث } ABC$$

$$AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \|\vec{AC}\| = \sqrt{1^2 + (-4)^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = 6.$$

حجم رباعي الوجوه $OABC$

$$V = \frac{\mathcal{A} \times h}{3} = \frac{6 \times \frac{4}{3}}{3} = \frac{8}{3}.$$

2. تبين ان النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI)

بما $3+1+1+1=6 \neq 0$ موجودة G

G مرجح $\{(0; 3), (A; 1), (B; 1), (C; 1)\}$

معناه G مرجح $\{(0; 3), (I; 3)\}$

معناه G منتصف $[OI]$ أي $G \in (OI)$

ب. حساب المسافة d بين النقطة G والمستوي (P)

احداثيات G هي $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{2})$

$$d = \frac{|2 \times \frac{4}{3} + \frac{1}{3} - 2 \times \frac{5}{2} + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}$$

3. تبين الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة (Γ)

M نقطة من الفضاء نعلم ان

$$3\vec{MO} + \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = (3+1+1+1)\vec{MG} = 6\vec{MG},$$

$$M \in \Gamma \text{ تكافئ } \|\vec{6MG}\| = 6 \text{ تكافئ } MG = 1$$

(Γ) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها 1

عين تقاطع (Γ) مع المستوي (P)

المسافة بين G مركز (Γ) و (P) هي d ونصف قطر (Γ) هو $R = 1$

بما $d < R$ فان تقاطع (Γ) مع المستوي (P) هي دائرة

التمرين الثالث:

1. تبين ان p يقسم a^2

لدينا p يقسم ab ومنه p يقسم a
 p يقسم $a+b$

نعلم ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

اذن $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 0$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n+1) = 0$

وبالتالي (u_n) متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

3. أ. حساب I_n حيث $I_n = \int_0^n f(x) dx$

الدالة f من الشكل $u'u$ مع $u(x) = \ln(x+3)$

و $u'(x) = \frac{1}{x+3}$ ينتج $I_n = \frac{1}{2} \left[(\ln(x+3))^2 \right]_0^n$

$$I_n = \frac{1}{2} \left(\ln^2(n+3) - \ln^2 3 \right)$$

3. حساب S_n .

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$$

$$= \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \dots + \int_{n-1}^n f(x) dx$$

- المتتالية (S_n) متباعدة لان
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$

تم بفضل الله هذا التصحيح بتاريخ 2012 / 05 / 12 من طرف
 الأستاذ : الميلود بالرياح أستاذ بثانوية الحسن بن الهيثم بالبيض
 متمنيا لجميع التلاميذ أن يجدوا فيه ما يفيدهم ومتمنيا لهم النجاح
 في البكالوريا والتوفيق في مسارهم المهني ,

حساب المشتقة من اجل كل x من $]0; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x+3} \times (x+3) - \ln(x+3) \times 1}{(x+3)^2} = \frac{1 - \ln(x+3)}{(x+3)^2}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $1 - \ln(x+3)$


$$1 - \ln(x+3) < 0 \text{ تكافئ } x > e - 3$$

f' سالبة تماما على $]0; +\infty[$

ب. حساب نهاية الدالة f عند $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X} = 0$$

ت. جدول تغيرات الدالة f

x	$]0; +\infty[$
$f'(x)$	-
$f(x)$	$\frac{\ln 3}{3}$ 

2. أ. تبين انه إذا كان $n \leq x \leq n+1$ فان

$$f(n+1) \leq f(x) \leq f(n)$$

لدينا $n \leq x \leq n+1$ ومنه $f(n+1) \leq f(x) \leq f(n)$

لان الدالة f متناقصة على المجال $]0; +\infty[$

ب تبين انه من اجل كل عدد طبيعي n , $f(n+1) \leq u_n \leq f(n)$

من اجل كل x من $[n, n+1[$: $f(n+1) \leq u_n \leq f(n)$

$$\int_n^{n+1} f(n+1) dx \leq \int_n^{n+1} f(x) dx \leq \int_n^{n+1} f(n) dx \text{ ومنه}$$

$$\int_n^{n+1} f(n) dx = (n+1 - n) \times f(n) = f(n)$$

$$\int_n^{n+1} f(n+1) dx = (n+1 - n) \times f(n+1) = f(n+1)$$

أثبتنا انه من اجل كل عدد طبيعي n , $f(n+1) \leq u_n \leq f(n)$

ت. استنتاج أن المتتالية (u_n) متقاربة يطلب تعيين نهايتها