

### التمرين الأول :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2;1;2), B(3;0;-2)$  و  $C(1;-1;1)$

(1) أ) بين أن النقط  $A, B$  و  $C$  تعين مستويا .

(ب) تحقق من أن الشعاع  $\vec{n}(-7;5;-3)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$

(2) ليكن  $(P)$  المستوي ذي المعادلة  $x - y + 3 = 0$

أ) أحسب بعد النقطة  $\Omega(1;0;1)$  عن المستوي  $(P)$ .

(ب) عين معادلة ديكرتية لسطح الكرة  $(S)$  التي مركزها النقطة  $\Omega$  وتمس المستوي  $(P)$ .

(3) أ) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  متقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$ .

(ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$ .

(ج) أدرس الوضعية النسبية لسطح الكرة  $(S)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

### التمرين الثاني :

#### الجزء الأول :

نعتبر في المجموعة  $\mathbb{R}$  المعادلة التفاضلية  $(E)$  التالية :  $y' + y = 2(x+1)e^{-x}$

(1) أثبت أن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$  هي حل للمعادلة  $(E)$ .

(2) لتكن المعادلة التفاضلية  $(E')$  المعرفة على المجموعة  $\mathbb{R}$  بـ :  $y' + y = 0$ .

أ) برهن أن الدالة  $f$  هي حل للمعادلة  $(E)$  إذا وفقط إذا كانت الدالة  $(f - g)$  هي حل للمعادلة  $(E')$ .

(ب) حل المعادلة  $(E')$  ثم استنتج حلول المعادلة  $(E)$ .

(ج) عين الحل الخاص  $f$  للمعادلة  $(E)$  والذي يأخذ القيمة  $e$  من أجل القيمة  $-1$  للمتغير .

#### الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجموعة  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$

$(C_f)$  المنحني البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(2) برهن أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 e^{-x}) = 0$  ثم أستنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . فسر النتيجة هندسيا .

(3) أحسب عبارة  $f'(x)$  ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

(5) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$ .

(6) أحسب  $f(-1)$ ،  $f(2)$  ثم أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ .

## التمرين الثالث:

↪ الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln(x) - 1)$

نسمي  $(C_f)$  المنحني البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث

$$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm \quad (\text{طول الوحدة } 2cm)$$

### الجزء الأول:

$g$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ  $g(x) = x - 2 + \ln(x)$

- (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
- (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0; +\infty[$ . تحقق من أن  $\alpha \in ]1.55; 1.56[$ .
- (3) استنتج إشارة  $g(x)$  في المجال  $]0; +\infty[$ .

### الجزء الثاني:

- (1) أدرس إشارة  $f(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .
- (2) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند حدود مجموعة التعريف.
- (3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .
- (4) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها.
- (5) بين أن  $f'(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم عين حصرا للعدد  $f'(\alpha)$ .
- (6) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1. ثم أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ .
- (7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:  
 $(E): (m+1)x + (1-x)\ln(x) - 1 = 0$

✿ بالتوفيق في البكالوريا جوان 2012 – أساتذة المادة