

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.
1. n و n' عدنان طبيعيين حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.
 2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2012 = 3 \times 670 + 2$)
 3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2 [11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.
 4. g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$.
(C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(أ) (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$.
(ب) المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a, b, c ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها r حيث: $a + b + c = 9$
1. (أ) احسب b ثم اكتب a و c بدلالة r .
(ب) علما أن: $a \times c = -16$.
- عيّن الأساس r ثم استنتج a و c .
 2. (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -2$ و أساسها 5.
(أ) عبّر عن الحدّ العام u_n بدلالة n .
(ب) احسب u_{15} ثم استنتج المجموع: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$.
 3. (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $8v_n - u_n = 0$.
- احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$
(C) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها . (f' الدالة المشتقة للدالة f)
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .
ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (3x - 5) = -(x - 1)^3$
ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .
5. احسب $f(-1)$ ثمّ أنشئ المماس (Δ) و المنحنى (C) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

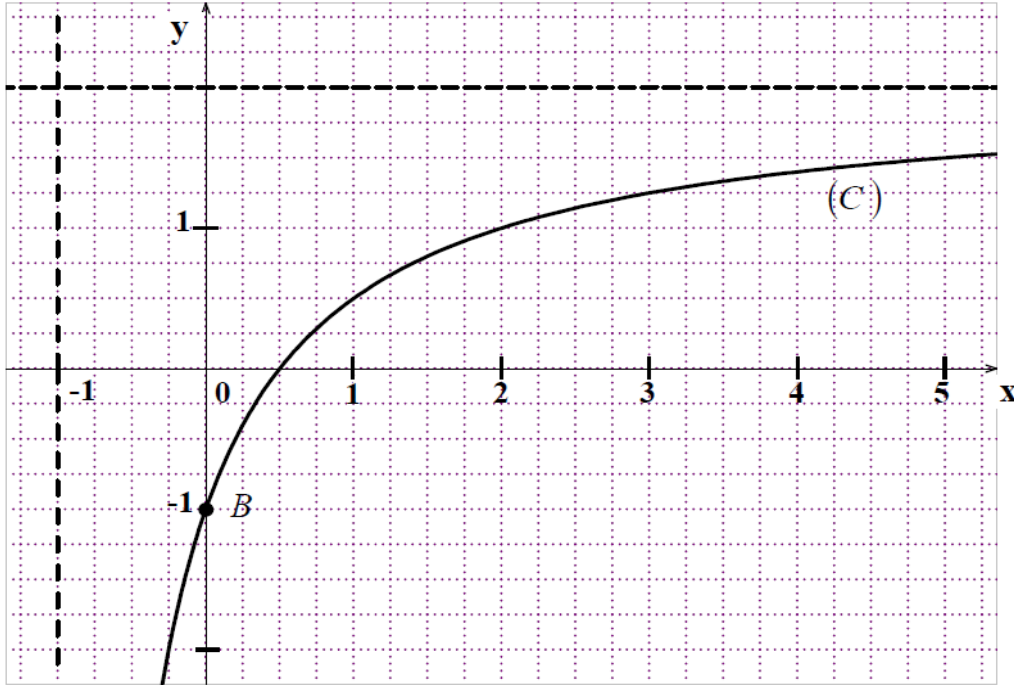
- a و b عددان طبيعيين بحيث : $a+b \equiv 7[11]$ و $a-b \equiv 5[11]$
1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11 .
ب) بيّن أنّ : $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ : $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$
2. أ) أثبت أنّ : $a^5 \equiv -1[11]$
ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$
3. أ) تحقّق أنّ : $2012 = 10 \times 201 + 2$
ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية متزايدة ، أساسها r ، حدّها الأول u_1 و $u_3 = 7$.
1. أ) احسب بدلالة r الجداثين : $T_1 = u_1 \times u_5$ و $T_2 = u_2 \times u_4$
ب) عيّن الأساس r بحيث : $T_2 - T_1 = 27$
2. نضع $r = 3$.
أ) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .
ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$
بيّن أنّ : $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$
ج) جد العدد الطبيعي n بحيث : $S_n = 145$
3. أ) اكتب الحدّ u_{n+5} بدلالة العدد الطبيعي n .
ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$
ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{u_{n+5}}{n}$ طبيعياً .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.
يرمز (C) إلى التمثيل البياني للدالة f في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أن: $a = 3$.
2. أ) احسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.
ب) احسب $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $]-1; +\infty[$. (الدالة المشتقة للدالة f)
3. أ) حل في المجال $]-1; +\infty[$ المعادلة: $f'(x) = \frac{3}{4}$
ب) (D) مستقيم معادلته: $y = \frac{3}{4}x - 1$
اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D) .
4. احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم حلّ بيانيا المترابحة $f(x) \geq 0$.

| العلامة | | عناصر الإجابة |
|---------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع | مجزأة | |
| | | الموضوع الأول |
| | | التمرين الأول : (06 نقاط) |
| | 05 | 1. خاطئة |
| | 075 | 2. ، الباقي هو 2. $n = 3(n' + 1) + 2$ |
| | 05 | 2. صحيحة |
| | 075 | $2^{2012} = 2^{3 \times 670 + 2}$ و $2^3 = 1[7]$ عندئذ $2^{2012} = 2^2[7]$ أي $2^{2012} \equiv 4[7]$ |
| | 05 | 3. صحيحة |
| | 075 | $2n^2 - 9 \equiv -1[11]$ ومنه $2n^2 - 9 \equiv 10[11]$ |
| | 05 | 4. (أ) صحيحة |
| 06 | 05 | $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$ |
| | 05 | (ب) خاطئة |
| | 075 | $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ |
| | | التمرين الثاني : (06 نقاط) |
| | 2x025+05 | 1. (أ) $b = 3$ و $a = 3 - r$ و $c = 3 + r$ |
| | 2x025+05 | (ب) $r^2 = 25$ ، الحلول : $r = 5$ و $r = -5$ |
| | 2x025 | $r = -5$ مرفوض ومنه $r = 5$ مقبول |
| | 2x025 | $c = 8$ و $a = -2$ |
| 06 | 05+025 | 2. (أ) $u_n = u_0 + nr$ و $u_n = -2 + 5n$ |
| | 05 | (ب) $u_{15} = 73$ |
| | 05+025 | $S = \frac{16}{2}(u_0 + u_{15})$ ومنه $S = 568$ |
| | 05+05 | 3. $S' = \frac{1}{8}S$ ومنه $S' = 71$ |

التمرين الثالث : (08 نقاط)

2×0.5 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

1 2. $f'(x) = -3x^2 + 6x$

0.5 الإشارة:

| | | | | |
|---------|-----------|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0 | + | 0 |

1 3. جدول التغيرات

| | | | | |
|---------|-----------|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0 | + | 0 |
| $f(x)$ | $+\infty$ | | 0 | $-\infty$ |

-4

8 0.25 4.1 $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

0.75 $(\Delta): y = 3x - 5$

0.5 ب) $f(x) - (3x - 5) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

0.5 $-(x-1)^3 = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

0.75 ج) الوضعية:

(C) فوق المستقيم (Δ) إذا كان $x < 1$

(C) تحت المستقيم (Δ) إذا كان $x > 1$

(Δ) يقطع المستقيم (C) إذا كان $x = 1$

0.25 5. $f(-1) = 0$

1+0.5 رسم (Δ) و (C)

| | | <u>الموضوع الثاني</u> |
|-----|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| | | التمرين الأول : (06 نقاط) |
| 6 | 2×0.5 | 1. أ) بالضرب $a^2 - b^2 \equiv 35[11]$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 2[11]$ |
| | 2×0.5 | ب) بالطرح $2b \equiv 2[11]$ ومنه $b \equiv 1[11]$ |
| | 3×0.5 | بالجمع $2a \equiv 12[11]$ ومنه $2a \equiv 1[11]$ ومنه $a \equiv 6[11]$ |
| | 0.5 | 2. أ) $a^5 \equiv 10[11]$ أي $a^5 \equiv -1[11]$ |
| | 1 | ب) $a^{10k} \equiv 1[11]$ |
| | 0.25 | 3. أ) التحقق : $2012 = 10 \times 201 + 2$ |
| | 0.75 | ب) $a^{2012} \equiv a^2[11]$ و $a^2 \equiv 3[11]$ ومنه $a^{2012} \equiv 3[11]$ |
| | | التمرين الثاني : (06 نقاط) |
| 6 | 0.75 | I. 1. $u_1 = 7 - 2r$ و $u_5 = 7 + 2r$ ومنه $T_1 = 49 - 4r^2$ |
| | 0.75 | $u_2 = 7 - r$ و $u_4 = 7 + r$ ومنه $T_2 = 49 - r^2$ |
| | 3×0.25 | 2. $T_2 - T_1 = 3r^2$ و $r = 3$ أو $r = -3$ مرفوض |
| | 0.5+0.25 | II. 1. أ) $u_n = u_3 + (n-3)r$ و $u_n = 3n - 2$ |
| | 0.5+0.25 | ب) $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ و $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$ |
| | 3×0.25 | ج) $\sqrt{\Delta} = 59$ و $n_1 = 10$ أو $n_2 = -\frac{29}{3}$ (مرفوض) |
| | 0.5 | 2. أ) $u_{n+5} = 3n + 13$ |
| 0.5 | ب) التحقق : $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$ | |
| 0.5 | ج) $n = 1$ أو $n = 13$ | |

التمرين الثالث: (08 نقاط)

075+025 (1) $f(0) = -1$ ومنه $2 - a = -1$ أي $a = 3$

2×0.5 (2) أ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$

2×0.5 التفسير الهندسي: $x = -1$ و $y = 2$ مستقيمان مقاربان

1 ب $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

1 جدول التغيرات

| | | |
|---------|-----------|-----------|
| x | -1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | + |
| $f(x)$ | $-\infty$ | 2 |

8

0.5 (3) أ $f'(x) = \frac{3}{4}$ تكافئ $x^2 + 2x - 3 = 0$

0.5 $\Delta = 16$ ، الحلول: $x_1 = 1$ أو $x_2 = -3$ (مرفوض)

0.25 ب $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

0.75 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$

2×0.5 (4) $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$