الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــــوادي — **ثانويات: بوشوشة-عبد العزيز الشريف**
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي (دورة: ماي2013) — **حساني عبد الكريم-السعيد عبد الحي**
الشعبة: علوم تجريبية — **ثانوية الأخوين كـيرد**

اختبار في مادة الرياضيات — **المـدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضــوع الأول

التمرين الأول :(4.5 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2-2z+2=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط K ، L و M والتي لواحقها على التّرتيب: $z_K=1+i$ ؛ $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

أنشئ النقط K ، L و M في المعلم السابق.

3-أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب)نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عيّن اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A ، C على الترتيب .

جـ)نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث: $t(M)=D$ و $t(N)=B$.

عيّن اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D ، B على الترتيب .

4-أ) بيّن أن النقطة K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$.

ب)بيّن أن : $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABCD.

التمرين الثاني (4نقط)

I)لتكن المتتالية(u_n) المعرّفة على$\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعيn : $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعيn : $0\prec u_n\prec 1$.

2-أ) تحقق أنّ : $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ من أجل كل عدد طبيعيn ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية(u_n).

ب) بيّن أن(u_n).متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

II) لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n)هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالةn و استنتج u_n بدلالة n ، ثم احسب من جديد نهاية المتتالية (u_n).

جـ) احسب بدلالة n المجموعين $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $T_n=v_0+3v_1+9v_2+.....+3^n v_n$

التمرين الثالث (4,5نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(12;7;-13)$ ، $B(3;1;2)$ والمستويان (P) و (P') حيث (P) ذو المعادلة الديكارتية $3x+2y-5z-1=0$ و (P') ذو المعادلة الديكارتية $x+y-2z=0$.

1) بيّن أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له.

2) أثبت أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).

3) ليكن (Q) المستوي والمعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t-2\lambda+6 \\ y=2t+3\lambda+5 \\ z=2t-6 \end{cases}$ $t;\lambda\in\mathbb{R}$

أ) بيّن أن المستويان (P) و (Q) متوازيان.

ب) تحقق أن المعادلة : $3x+2y-5z=58$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q).

جـ) تحقق أنّ النقطة I منتصف القطعة $[BA]$ تنتمي للمستوي (Q) واستنتج أن (Q) هو مستوي محوري للقطعة $[BA]$

4) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

أ) بيّن أن (S) هي سطح كرة يطلب تحديد عناصرها المميزة .

ب) استنتج ان المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع (07 نقط)

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة العددية g والمعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي

$$g(x)=(x-1)e^{-x}+2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
g'(x)	+	0	-
g(x)	...	↗	↘ ...

أ) احسب $g(2)$ ، ثم أتمم النهايات المنقوصة في جدول التغيرات

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيّها.

4-أ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته: $y=2x+1$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

جـ- أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1,5;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^x)$.

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ- عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto-xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

الموضــوع الثاني

التمرين الأول :(4.5 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n > 0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$، $u_n > \frac{4}{3}n$ و استنتج نهاية المتتالية (u_n).

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 2n + 1$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$.

جـ) احسب بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ثم استنتج بدلالة n المجموع T_n حيث : $T_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني : (4.5 نقط)

في الفضاء المزود بالمعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المتعامد والمتجانس نعتبر النقط $A(1;0;-2)$، $B(3;0;1)$، $C(1;0;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B

2. لتكن (Δ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x + 2z - 3 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$

- بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة B

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .

4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

ب- أحسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) ثم استنتج أن (Δ) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين .

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\{(C;1),(B;e^t)\}$. أ) بين أن : $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t) = \frac{1}{1+e^t}$.

جـ) استنتج ان مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$.

التمرين الثالث:(4نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C صور الأعداد المركبة

$z_A = -2i$ ، $z_B = -\sqrt{3} + i$ ، $z_C = \sqrt{3} + i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي .

ب)استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (C) التي تشمل النقط A ، B ، C

جـ) علم النقط A ، B ، C ثم أرسم الدائرة (C)

1.)اكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ،ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

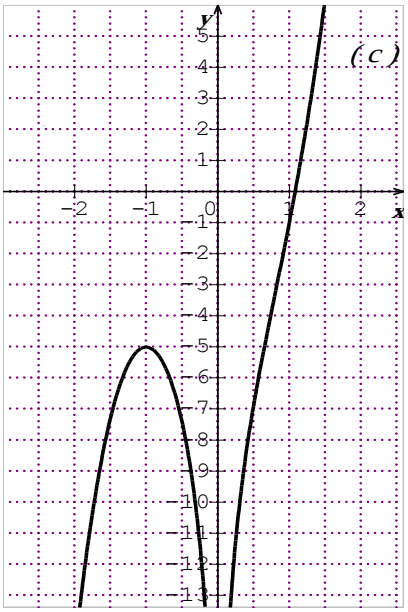
2. ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ) بين أن النقطة O′ ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب) بين أن [O′C] قطرا للدائرة (C) ثم انشئ (C′) صورة الدائرة (C) بالدوران r.

جـ) تحقق أن الدائرتين (C) و (C′) تشتركان في النقطتين A و B

التمرين الرابع :(07 نقط)



I-المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=2x^3-3+6\ln|x|$

بقراءة بيانية : شكل جدول تغيرات g .

1) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1,07 \prec \alpha \prec 1,09$

2) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=2x-3\frac{\ln|x|}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المتعامد و $\|\vec{i}\|=2cm$ ، $\|\vec{j}\|=1cm$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاخيرة هندسيا

2. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x)=\frac{x.g(x)}{x^4}$

ب- استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات $f(x)$

جـ- بين ان $f(\alpha)=3\alpha-\frac{3}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

3. أ-بين ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

4.أ-بين انه يوجد مماس (Δ) لـ (C_f) يوازي المستقيم (D) ويمس (C_f) في نقطتين يطلب اعطاء معادلة لهذا المماس

ب- انشئ (Δ) و (D) و (C_f) . (تعطى $f(-0,75)=0$)

5. أ- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $mx^2+3\ln x=0$

ب- لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=\frac{a+b\ln|x|}{x}$

*عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة اصلية للدالة $x\to\frac{\ln x}{x}$ على $\mathbb{R}^*$

*استنتج دالة اصلية للدالة f على $\mathbb{R}^*$.

الحل النموذجي لاختبار البكالوريا التجريبيةدورة2013

المادة: الرياضيات **الموضوع الأول** إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي

التمرين الأول :(4.5 نقط)

1)**حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية:** $z^2-2z+2=0$.

$z^2-2z+2=0$ تكافئ $z^2-2z+1=-1$

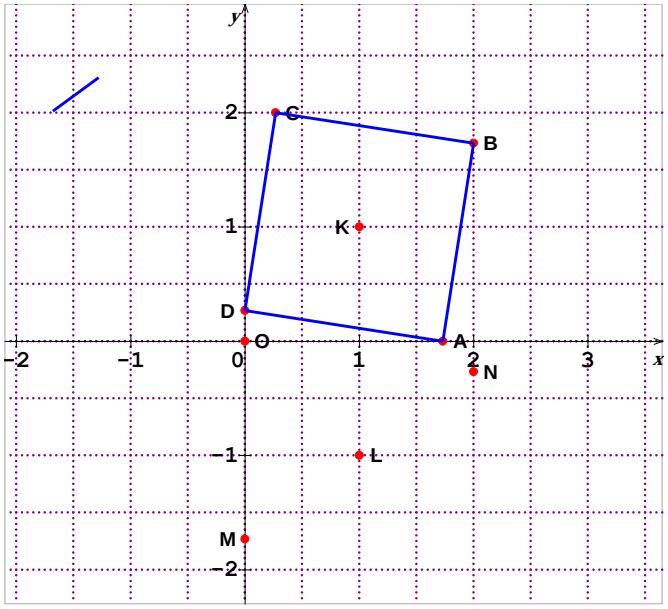
تكافئ $(z-1)^2=i^2$

تكافئ $z-1=i$ أو $z-1=-i$

تكافئ $\boxed{z=1+i \text{ أو } z=1-i}$

2)**إنشاء النقط** K ، L و M

لدينا: $z_K=1+i$ ؛ $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.



3-أ)التحقق أن $z_N=2+i(\sqrt{3}-2)$

لدينا النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L

ومنه : $z_N=2z_L-z_M=2+i(\sqrt{3}-2)$

ب) تعيين اللاحقتين z_A **و** z_C

لدينا: r دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

وعليه العبارة المركبة لـ r هي: $z'=iz$

لدينا: $r(M)=A$ معناه $z_A=iz_M=\sqrt{3}$

$r(N)=C$ معناه $z_C=iz_N=(2-\sqrt{3})+2i$

جـ) تعيّين اللاحقتين z_D **و** z_B

لدينا: t انسحاب لاحقة شعاعه $2i$

وعليه العبارة المركبة لـ t هي: $z'=z+2i$

لدينا: $r(M)=D$ معناه $z_D=z_M+2i=(2-\sqrt{3})i$

$r(N)=B$ معناه $z_B=z_N+2i=2+\sqrt{3}i$

4-أ)تبيّان أن K هي منتصف كلا من $[DB]$ **و** $[AC]$

لدينا: $\frac{z_B+z_D}{2}=\frac{2+\sqrt{3}i+(2-\sqrt{3})i}{2}=1+i=z_K$

$\frac{z_A+z_C}{2}=\frac{\sqrt{3}+(2-\sqrt{3})+2i}{2}=1+i=z_K$

ب)تبيّان أن: $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ **واستنتج طبيعة الرباعي** ABCD

$\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=\frac{(2-\sqrt{3})+2i-(1+i)}{2+\sqrt{3}i-(1+i)}=\frac{(1-\sqrt{3})+i}{1+(\sqrt{3}-1)i}$

بعد ضرب حدّي الكسر في مرافق المقام نجد $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$

$\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ معناه $\left|\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}\right|=|i|=1$ معناه $CK=BK$

$(\overrightarrow{KC};\overrightarrow{KB})=\frac{\pi}{2}$ معناه $\arg\left(\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}\right)=\arg(i)$

ومنه الرباعي ABCD مربع لأن القطران $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان ومتعامدان

التمرين الثاني (4نقط)

I-1)البرهن بالتراجع أنه $0\prec u_n\prec 1$ **من أجل كل** $n\in\mathbb{N}$

*التحقق من صحة $P(0)$

من أجل $n=0$ يكون لدينا: $0\prec u_0\prec 1$ محققة لأن $u_0=\frac{1}{3}$

*نفرض أن $P(n)$ صحيحة ونبرهن صحّة $P(n+1)$

لدينا: $0\prec u_n\prec 1$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

ومنه: $0\prec 2u_n\prec 2$ ومنه $1\prec 1+2u_n\prec 3$

ومنه $\frac{1}{3}\prec\frac{1}{1+2u_n}\prec 1$ ومنه $-\frac{1}{3}\prec-\frac{1}{1+2u_n}\prec -1$

ومنه $0\prec 1-\frac{1}{1+2u_n}\prec\frac{2}{3}$ ومنه $0\prec\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{1+2u_n}\right)\prec 1$

وعليه $0\prec u_{n+1}\prec 1$ ومنه الخاصية $0\prec u_n\prec 1$ صحيحة

2-أ)التحقق أنّ: $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ **من أجل كل** $n\in\mathbb{N}$

$$u_{n+1}-u_n=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}-\frac{2}{3}u_n\right]$$

$$=\frac{3}{2}\left[\frac{3(1+2u_n)-3-2u_n(1+2u_n)}{3(1+2u_n)}\right]$$

$$=\frac{3}{2}\left[\frac{4u_n(1-2u_n)}{3(1+2u_n)}\right]$$

استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

لدينا: $0\prec u_n\prec 1$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

ومنه: $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}\succ 0$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

وعليه المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

ب)تبيان ان المتتالية (u_n) متقاربة وحساب نهايتها

المتتالية (u_n) متقاربة لأنها محدودة من الأعلى ومتزايدة

لحساب النهاية نضع : $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\alpha$

لدينا: $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$ ومنه: $\alpha=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2\alpha}\right]$

بعد حل هذه المعادلة نجد: $\alpha=1$ أو $\alpha=0$ مرفوض

II-أ)تبيان ان (v_n) م.هـ وتعيين أساسها وحدها الأول

(v_n) م.هندسية معناه $v_{n+1}=q.v_n$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$

لدينا $v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-1}{2u_{n+1}}=\frac{\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]-1}{2\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]}=\frac{1}{3}\left(\frac{u_n-1}{2u_n}\right)$

ومنه: $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$ أي (v_n) م.هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$

وحدها الأول $v_0=\frac{u_0-1}{2u_0}=-1$

ب)كتابة v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n

ثم حساب من جديد نهاية المتتالية (u_n).

لدينا: $v_n=v_0.q^n=(-1)\left(\frac{1}{3}\right)^n$

لدينا: $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n}$ ومنه: $u_n=\frac{1}{1-2v_n}=\frac{1}{1+2\left(\frac{1}{3}\right)^n}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}v_n=\lim\limits_{x\to+\infty}(-1)\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{1-2v_n}=1$

جـ) احسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n

لدينا: $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$

ومنه: $S_n=v_0\left[\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right]=(-1)\left[\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{3}\right)}\right]=\frac{3}{2}\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}-1\right)$

لدينا: $T_n=v_0+3v_1+9v_2+.....+3^nv_n$

ومنه: $T_n=v_0+3v_0.q+9v_0q^2+.....+3^nq_n$

أي: $T_n=v_0(1+3.q+9q^2+.....+3^nq_n)=v_0(n+1)$

إذن: $T_n=(-1)(n+1)$.

التمرين الثالث (**4,5نقط**)

1) تبيّان أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له.

(P) و (P') متقاطعان لأن $\overrightarrow{n_p}$ لا يوازي $\overrightarrow{n_{p'}}$

لإثبات أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;1;1)$ شعاع توجيه له يكفي اثبات أن :

$B\in(P)$ و $B\in(P')$ وأن $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_p}$ و $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_{p'}}$

$B(3;1;2)\in(P)$ معناه $3(3)+2(1)-5(5)-1=0$

$B(3;1;2)\in(P')$ معناه $3+1-2(2)=0$

$\vec{u}\perp\overrightarrow{n_p}$ معناه $\vec{u}(1;1;1).\overrightarrow{n_p}(3;2;-5)=1(3)+1(2)+1(-5)=0$

$\vec{u}\perp\overrightarrow{n_{p'}}$ معناه $\vec{u}(1;1;1).\overrightarrow{n_{p'}}(1;1;-2)=1(1)+1(1)+1(-2)=0$

2)أثبات أن B هي المسقط العمودي لـ A على (P).

B هي المسقط العمودي لـ A على (P) معناه $\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{n_p}$

$\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{n_p}$ لأن $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{n_p}$ أي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{n_p}$ مرتبطان خطيا

3- أ)تبيّان أن المستويان (P) و (Q) متوازيان.

$(P)//(Q)$ معناه $\overrightarrow{u_{1Q}}\perp\overrightarrow{n_p}$ و $\overrightarrow{u_{2Q}}\perp\overrightarrow{n_p}$

حيث : $\overrightarrow{u_{1Q}}(2;2;2)$ و $\overrightarrow{u_{2Q}}(-2;3;0)$ شعاعا توجيه (Q)

$\overrightarrow{u_{1Q}}\perp\overrightarrow{n_p}$ معناه $\overrightarrow{u_{1Q}}(2;2;2).\overrightarrow{n_p}(3;2;-5)=2.3+2.2+2.(-5)=0$

$\overrightarrow{u_{2Q}}\perp\overrightarrow{n_p}$ معناه $\overrightarrow{u_{2Q}}(2;-3;0).\overrightarrow{n_p}(3;2;-5)=2.3-3.2+0.-5=0$

ب)التحقق أن $3x+2y-5z=58$ هي معادلة (Q).

$(P)//(Q)$ معناه $\overrightarrow{n_p}(3;2;-5)$ شعاع ناظم له ويشمل النقطة التي احداثياها $\omega(6;5;-6)$ نحصل عليها من أجل $t=0$ و $\lambda=0$ مثلا

وعليه (Q) له معادلة من الشكل: $3x+2y-5z=d$

بعد تعويض ω في المعادلة نجد احداثياها $d=58$

أي (Q) له معادلة ديكارتية من الشكل $3x+2y-5z=58$

جـ)التحقق أنّ النقطة I تنتمي للمستوي (Q) ثم استنتاج أن المستوي (Q) هو المستوي المحوري للقطعة [BA].

لدينا: I منتصف القطعة [BA] معناه $I(\frac{15}{2};4;-\frac{11}{2})$

$3(\frac{15}{2})+2(4)-5(-\frac{11}{2})=58$ لأن: $I\in(Q)$

(Q) مستوي محوري للقطعة [BA] لأن $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظم له ويشمل النقطة I .

4أ)تبيّان أن (S) سطح كرة يطلب تحديد عناصرها المميزة

(S) هي مجموعة النقط M من القضاء حيث: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ معناه $\overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{MB}=0$

أي M تنتمي لسطح الكرة التي قطرها [BA]

العناصر المميزة هي :

المركز النقطة I ونصف القطر النقطة $R=IA=\frac{3\sqrt{38}}{2}$

ب)استنتج ان المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة مركزها I ونصف قطرها. R لأن $I\in(Q)$

التمرين الرابع (07نقط)

I-أ)حساب $g(2)$ أتمام النهايات المنقوصة .

$g(2)=e^{-2}+2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-x})+2=\lim\limits_{t\to-\infty}(-te^{t})+2=2$

ب)تعليل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث:

$g(\alpha)=0$ **يحقق:** $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$

الدالة g متزايدة ومستمرة على المجال $]-1;2[$

لدينا: $g(-0,38)=-0.018$ و $g(-0,36)=0.05$

أي $g(-0,38)\times g(-0,36)\prec 0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث:

$-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ يحقق: $g(\alpha)=0$.

جـ)استنتاج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

نستنتج مما سبق ان اشارة $g(x)$ تكون كما يلي.

$x\in]-\infty;\alpha[$ معناه $g(x)\in]-\infty;0[$ أي $g(x)\prec 0$

$x\in]\alpha;+\infty[$ معناه $g(x)\in]0;2[$ أي $g(x)\succ 0$

II-1)تبيّان أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

ح.ع.ت $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(2x+1-xe^{-x})$

بوضع : $t=-x$ نجد: $\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}t(-2+e^{t})+1=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+1-xe^{-x})=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+1)=+\infty$

2) أ- تبيّان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

$f'(x)=2+(-1)e^{-x}-e^{-x}(-x)=(x-1)e^{-x}+2=g(x)$

استنتاج إشارة $f'(x)$ ثم تشكيل جدول تغيراتها.

بمأن $f'(x)=g(x)$ فإن إشارة $f'(x)$ هي نفس اشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

2)ب-تبيّان أن: $f(\alpha)=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$ **وحصرا لـ** $f(\alpha)$

لدينا: $f(\alpha)=2\alpha+1-\alpha e^{-\alpha}$

ولدينا $g(\alpha)=0$ معناه $(\alpha-1)e^{-\alpha}+2=0$

معناه $e^{-\alpha}=\frac{2}{1-\alpha}$

ومنه: $f(\alpha)=2\alpha+1+\frac{2\alpha}{\alpha-1}=2\alpha+1+\frac{2\alpha-2+2}{\alpha-1}$

$=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$

الحصر: لدينا (1).....$-0,38\prec\alpha\prec-0,36$

تكاقئ (1).....$-0,76\prec 2\alpha\prec-0,72$

تكاقئ (2).....$2,24\prec 2\alpha+3\prec 2,28$

تكاقئ (1).....$-1,38\prec\alpha-1\prec-1,36$

تكاقئ (3)..... $\frac{2}{-1,36}\prec\frac{2}{\alpha-1}\prec\frac{2}{-1,38}$

من (2) و(3) نجد

$2,24-\frac{2}{1,36}\prec f(\alpha)\prec 2,28-\frac{2}{1,38}$

وأخيرا $0,78\prec f(\alpha)\prec 0,84$

3) تبيّان (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتّها.

(C_f) يقبل نقطة إنعطاف معناه " f تنعدم وتغير اشارتها

لدينا: $f'(x)=g(x)$ ومنه $f''(x)=g'(x)=(2-x)e^{-x}$

من حدول تغيرات g المعطى' g تنعدم عند 2 وتغير اشارتها

ومنه (C_f) يقبل نقطة إنعطاف إحداثياها $(2;5-2e^{-2})$

4-أ-تبيّان أن (C_f) يقبل مقاربا مائلا (d) : $y=2x+1$

(d) مقاربا مائلا لـ (C_f) معناه $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-y=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-y=\lim\limits_{x\to+\infty}(-xe^{-x})=\lim\limits_{u\to-\infty}(ue^{u})=0$

ومنه (C_f) يقبل المستقيم (d) كمقارب مائل في جوار $+\infty$

دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) بالتسبة لـ (d).

ندرس أشارة الفرق $f(x)-y=(-xe^{-x})$

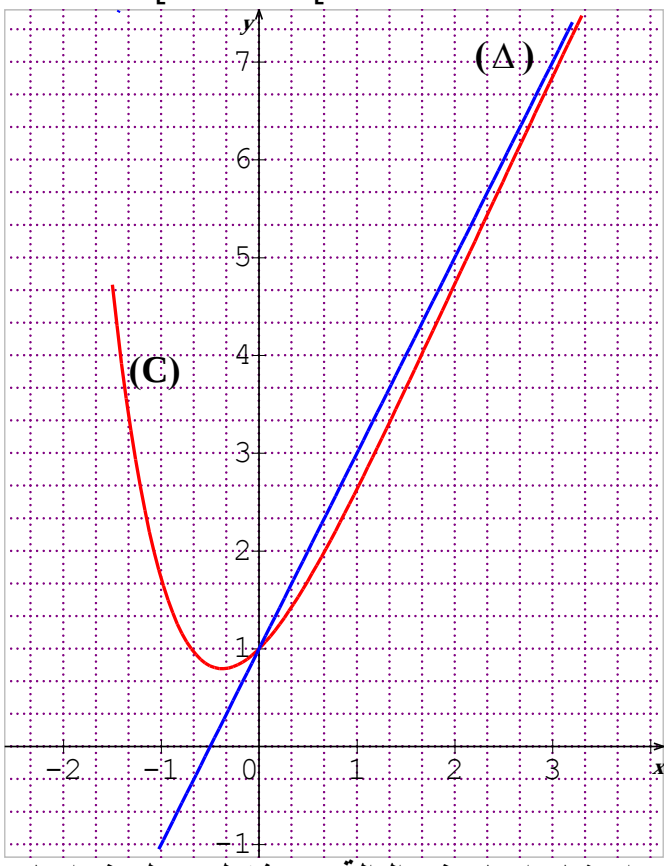
$f(x)-y=0$ معناه $-xe^{-x}=0$ ومنه $x=0$

$f(x)-y\succ 0$ معناه $-xe^{-x}\succ 0$ ومنه $x\prec 0$

$f(x)-y\prec 0$ معناه $-xe^{-x}\prec 0$ ومنه $x\succ 0$

نستنتج أن (C_f) يكون تحت (d).

جـ-أنشاء (C_f) على المجال $]-1,5;+\infty[$



5)استنتاج اتجاه تغير الدالة h وتشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: $h(x)=f(x^2.e^x)$

الدالة h مركبة من الدالة $x\mapsto x^2e^x$ متبوعة بالدالة f

$h'(x)=(x^2.e^x)'f'(x^2.e^x)$

وعليه:

$=(x^2.e^x)'g(x^2.e^x)=((x^2+2x)e^x)g(x^2.e^x)$

ومنه إشارة $h'(x)$ هي حسب إشارة $(x^2+2x).g(x)$

لكن إشارة $g(x)\succ 0$ لأن $g(\alpha)\succ 0$

ومنه إشارة $h'(x)$ هي حسب الدول التالي:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
(x^2+2x)	+	-		+
$g(x)$	+	+		+
$h'(x)$	+	-		+

بعد حساب نهايات الدالة h عند $-\infty$ و $+\infty$ وحساب $h(-2)$ ، $h(0)$ يكون جدول تغيرات الدالة h كمايلي

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
h'(x)	+	0	- 0	+
h(x)	1	$h(-2)$ ↗	↘ 1	$+\infty$ ↗

6) أ-تعيّين العددين الحقيقين a و b

k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$ و $k(x)=(ax+b)e^{-x}$

$k'(x)=(a)e^{-x}-(ax+b)e^{-x}$

ومنه :

$=(-ax+a-b)e^{-x}=-xe^{-x}$

بالمطابقة نجد: $a=1$ و $a-b=0$

ومنه : $a=1$ و $b=1$

وعليه تكون عبارة $k(x)=(x+1)e^{-x}$

ب- استنتاج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

لدينا: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ والتكن F دالة أصلية لها

ومنه: $F(x)=x^2+x+h(x)+c$ حيث c ثابت حقيقي

ومنه: $F(x)=x^2+x+(x+1)e^{-x}+c$

****

أسرة الرياضيات تتمنى
لجميع التلاميذ النجاح في شهادة
البكالوريا دورة جوان 2013

****

مبروك النجاح
لجميع التلاميذ
مع تمنياتي دراسة
موفقة في الجامعة
أن شاء الله

****

من أنجاز الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الحل النموذجي لاختبار البكالوريا التجريبيةدورة2013

المادة: الرياضيات **الموضوع الثاني** **إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي**

التمرين الأول :(4.5 نقط)

1) حساب u_1 ، u_2 ، u_3.

لدينا : $u_0 = 3$ و $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$ ، n.

ومنه: $u_1 = \frac{u_0 + 4(0) + 4}{3} = \frac{7}{3}$

$u_2 = \frac{u_1 + 4(1) + 4}{3} = \frac{31}{9}$

$u_3 = \frac{u_2 + 4(2) + 4}{3} = \frac{139}{27}$

2- أ) البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$.

*التحقق من صحة P(0)

من أجل $n = 0$ يكون لدينا: $u_0 > 0$ محققة لأن $u_0 = 3$

*نفرض أن P(n) صحيحة ونبرهن صحّة P(n+1)

لدينا: $u_n > 0$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

ومنه: $u_n + 4n > 4n$

ومنه $u_n + 4n + 4 > 4n + 4$ ومنه:

$\frac{u_n + 4n + 4}{3} > \frac{4n + 4}{3} \succ 0$ أذن $u_{n+1} > 0$

ب)استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ ، $u_n > \frac{4}{3}n$

لدينا $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$ معناه $3u_n = u_{n-1} + 4(n-1) + 4$

معناه $3u_n = u_{n-1} + 4n$

معناه $u_{n-1} = 3u_n - 4n$

ومنه $3u_n - 4n \succ 0$ لأن $u_{n-1} \succ 0$ $(n \geq 1)$

إذن $u_n > \frac{4}{3}n$ و هو المطلوب.

جـ) استنتاج نهاية المتتالية (u_n).

لدينا مما سبق أن $u_n > \frac{4}{3}n$ ومنه $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n > \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{4}{3}n$

لكن $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{4}{3}n = +\infty$ ومنه $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n = +\infty$

وذلك حسب مبرهنة الحدّ من الأسفل

3-أ)البرهان أن (v_n) **م.هـ و تعيين أساسها وحدها الأول**

(v_n) م.هندسية معناه $v_{n+1} = q.v_n$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

$v_{n+1} = u_{n+1} - 2(n+1) + 1 = \frac{u_n + 4n + 4}{3} - 2n - 1$

$v_{n+1} = \frac{u_n - 2n + 1}{3} = \frac{(v_n + 2n - 1) - 2n + 1}{3} = \frac{1}{3}v_n$

أي (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$

وحدها الأول $v_0 = u_0 - 2(0) + 1 = 4$

ب) استنتاج أن $\therefore u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$

لدينا: $v_n = u_n - 2n + 1$ ومنه $u_n = v_n + 2n - 1$

ومنه $u_n = v_0.q^n + 2n - 1 = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$

جـ)حساب بدلالة n **المجموع** S_n

$S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n = v_0\left[\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\right]$

لدينا:

$= 4\left[\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)}\right] = 6\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$

استنتاج بدلالة n **المجموع** T_n

$T_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

ولدينا: $u_n = v_n + 2n - 1$ وعليه يكون T_n كمايلي:

$T_n = (v_0 + 2(0) - 1) + (v_0 + 2(0) - 1) + ... + (v_n + 2(n) - 1)$

$T_n = (v_0 + v_1 + ... + v_n) + 2(0 + 1 + ... + n) - 1(n+1)$

$T_n = S_n + 2\frac{(n+1)(0+n)}{2} - 1(n+1)$

وأخيرا $T_n = 6\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) + n^2 - 1$

التمرين الثاني : (4.5 نقط)

1) كتابة معادلة لسطح الكرة $S(A,AB)$

(S) هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث $MA^2 = AB$

$(x-1)^2+(y-0)^2+(z+2)^2=(3-1)^2+(1-0)^2+(0+2)^2$

أي معادلة (S) هي: $(x-1)^2+(y-0)^2+(z+2)^2=9$

2- بيان أن (Δ) **مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه** $\vec{u}(-2;-1;1)$ **ويشمل النقطة** B

نضع: $z=t$ حيث وسيط حقيقي

لدينا: $\begin{cases} x=-2t+3 \\ y=-t+1 \\ z=t \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x+2z-3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

الجملة تعني ان (Δ) هو مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة B .

3-كتابة معادلة ديكارتية للمستوي (P)

(P) يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .

لدينا: $A \in (P)$ و $\vec{u}(-2;-1;1)$ شعاع ناظمي له

ومنه معادلة (P) هي من الشكل: $-2x-y+z+d=0$

$A \in (P)$ معناه $d=2x_A+y_A-z_A=4$

ومنه (P) له معادلة من الشكل: $-2x-y+z+4=0$

4. أ-تعيين احداثيات نقطة تقاطع (P) **و** (Δ) **.**

احداثيات نقطة تقاطع (P) و (Δ) هي حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} x=-2t+3 \\ y=-t+1 \\ z=t \\ -2x-y+z+4=0 \end{cases}$$

ومنه: $-2(-2t+3)-(-t+1)+t+4=0$ تكافئ $t=\frac{1}{2}$

وعليه: $x=2$ ، $y=\frac{1}{2}$ و $z=\frac{1}{2}$

ومنه: إحداثيات نقطة تقاطع (P) و (Δ) هي $H(2;\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

ب-حساب بعد النقطة A **عن المستقيم** (Δ)

بعد النقطة A عن المستقيم (Δ) هي الطول AH

لأن (P) يعامد (Δ) في النقطة H

$$d(A;\Delta)=AH=\sqrt{(1-2)^2+(0-\frac{1}{2})^2+(2+\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{30}}{2}$$

جـ - استنتاج أن (Δ) **يقطع سطح الكرة** (S) **في نقطتين**

(Δ) يقطع (S) في نقطتين لأن $d(A;\Delta) \prec R$

5- تبيان أن : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$.

لدينا: G مرجح الجملة $\{(C;1),(B;e^t)\}$

ومنه G تحقق العلاقة الشعاعية $\overrightarrow{GC}+e^t\overrightarrow{GB}=\vec{0}...(1)$

(1) تكافئ $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BC}+e^t\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

تكافئ $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$.

- تشكيل جدول تغيرات الدالة f

لدينا: $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$ حيث $t \in \mathbb{R}$

لدينا: $\lim\limits_{t\to-\infty} f(t)=1$ و $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=0$

ولدينا: $f'(t)=\frac{-e^t}{(1+e^t)^2} \prec 0$ ومنه f متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة f

t	$-\infty$	$+\infty$
f'(t)	-	
f(t)	1 ↘	0

- استنتاج مجموعة النقط G

من العلاقة الشعاعية $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$ نستنتج ان مجموعة النقط G هي المستقيم الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (BC) عندما يمسح t المجموعة $\mathbb{R}$

حسب جدول التغيرات $t \in \mathbb{R}$ فإن $f(t) \in]0;1[$

وعليه مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$ باستثناء النقطتين B و C.

التمرين الثالث (04نقط)

1-أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C **على الشكل الأسي .**

لدينا: $z_A=-2i=2(0-1i)=2e^{-\frac{\pi}{2}i}$

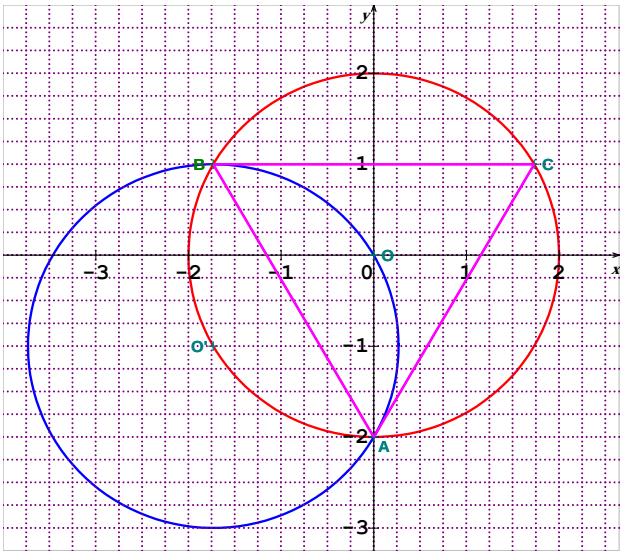
$$z_B=-\sqrt{3}+i=2(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)=2e^{\frac{5\pi}{6}i}$$

$$z_C=\sqrt{3}+i=2(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)=2e^{\frac{\pi}{6}i}$$

ب)استنتاج مركز ونصف قطر الدائرة (C)

لدينا: $|z_A|=|z_B|=|z_C|=2$ ومنه النقط A ، B ، C تنتمي لدائرة واحدة مركزها O ونصف قطرها 2

جـ) تعليم النقط A ، B ، C **ثم رسم الدائرة** (C)



2-أ)كتابة $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ **على الشكل الجبري ثم الأسي**

الشكل الجبري $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{-\sqrt{3}+3i}{\sqrt{3}+3i} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

بعد ضرب حدي الكسر في مرافق المقام نجد النتيجة

الشكل الأسي $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 1\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = e^{\frac{\pi}{3}i}$

ب)استنتاج طبيعة المثلث ABC

من الجواب السابق لدينا: $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{\frac{\pi}{3}i}$

ومنه: $AB = AC$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3}$

نستنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

3-أ) تبيان أن O' **صورة النقطة** O **بالدوران** r

العبارة المركبة للدوران $r(A;\frac{\pi}{3})$ هي :

$z' = az + (1-a)z_A$ حيث: $a = e^{\frac{\pi}{3}i}$

ومنه:

$z_{O'} = az_O + (1-a)z_A = (1-a)z_A = -\sqrt{3} - i$

جـ)تبيان أن $[O'C]$ **قطرا للدائرة** (C)

$O'C = |z_c - z_{O'}| = |2\sqrt{3} + 2i| = \sqrt{16} = 4$

جـ)التحقق أن (C) **و** (C′) **تشتركان في النقطتين** A **و** B

يكفي التحقق من أن النقطتين A و B تنميان للدائرة (C′)

لدينا: $O'A = |z_A - z_{O'}| = |\sqrt{3} - i| = \sqrt{4} = 2$

$O'B = |z_B - z_{O'}| = |\sqrt{3} - i| = \sqrt{4} = 2$

التمرين الرابع (07نقط)

تشكيل جدول تغيرات g **بقراءة بيانية .**

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
g'(x)	+	0	-	+
g(x)	$-\infty$ ↗	-1	↘ $-\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

1) تبيان ان المعادلة $g(x) = 0$ **تقبل حلا وحيدا** α

الدالة g متزايدة ومستمرة على المجال $]0;+\infty[$

$g(1,07) \times g(1,09) \prec 0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث:

$1,07 \prec \alpha \prec 1,09$ يحقق: $g(\alpha) = 0$.

2)استنتاج اشارة $g(x)$ **على المجال** $\mathbb{R}^*$ **.**

مما سبق نستنتج اشارة $g(x)$ تكون كما يلي.

$x \in]-\infty;\alpha[$ معناه $g(x) \in]-\infty;0[$ أي $g(x) \prec 0$

$x \in]\alpha;+\infty[$ معناه $g(x) \in]0;+\infty[$ أي $g(x) \succ 0$

1)حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ **ثم تفسير النتيجة الاخيرة هندسيا**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2x - 3\frac{\ln|x|}{x^2}) = \lim_{x\to-\infty} 2x = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(2x - 3\frac{\ln|x|}{x^2}) = \lim_{x\to+\infty} 2x = +\infty$$

$$\lim_{x\to0} f(x) = \lim_{x\to0}(2x - 3\frac{\ln|x|}{x^2}) = \lim_{x\to0}(-3\frac{\ln|x|}{x^2}) = +\infty$$

إذن (C_f) يقبل مستقيم كمقارب عمودي معادلته $x = 0$

2. أ- تبيان انه من $x \in \mathbb{R}^*$ **:** $f'(x) = \frac{x.g(x)}{x^4}$

$$f'(x) = 2 - 3\frac{\frac{1}{x}.x^2 - 2x.\ln|x|}{x^4} = \frac{2x^4 - 3x(1-2.\ln|x|)}{x^4}$$

$$= \frac{x(2x^3 - 3 + 6\ln|x|)}{x^4} = \frac{x.g(x)}{x^4}$$

ب-استنتاج إشارة $f'(x)$ **، ثم شكل جدول تغيرات** $f(x)$

نستنتج أن اشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $x.g(x)$ وهي حسب الجدول التالي

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
x	-	|| 0	+	+
g(x)	-	|| -	0	+
f'(x)	+	|| -	0	+

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	-		+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	$+\infty$ ↘ $f(\alpha)$		$+\infty$ ↗ $+\infty$

جـ-تبيان ان $f(\alpha)=3\alpha-\frac{3}{2\alpha^2}$ **واستنتاج حصرا لـ** $f(\alpha)$

لدينا: $f(\alpha)=2\alpha-3\frac{\ln|\alpha|}{\alpha^2}$

$\ln|\alpha|=-\frac{1}{3}\alpha^3+\frac{1}{2}$ أي $2\alpha^3-3+6\ln|\alpha|=0$ معناه $g(\alpha)=0$

ومنه: $f(\alpha)=2\alpha-\frac{3}{\alpha^2}\left(-\frac{1}{3}\alpha^3+\frac{1}{2}\right)=3\alpha-\frac{3}{2\alpha^2}$

حصر $f(\alpha)$ نضع: $1,07\prec\alpha\prec1,09$.....(1)

$3,21\prec3\alpha\prec3,27$....(2) تكافئ (1)

$2,28\prec2\alpha^2\prec2,36$. تكافئ $1,144\prec\alpha^2\prec1.188$ تكافئ (1)

$\frac{3}{2,36}\prec\frac{3}{2\alpha^2}\prec\frac{3}{2,28}$....(3) تكافئ

من(2)و(3)نجد: $3,21-\frac{3}{2,28}\prec3\alpha-\frac{3}{2\alpha^2}\prec3,27-\frac{3}{2,36}$

وأخيرا $1,92\prec f(\alpha)\prec2,01$

3. أ- بيان ان $(D):y=2x$ **مقارب مائل لـ** (C_f)

لدينا: $\lim\limits_{|x|\to+\infty}f(x)-y=\lim\limits_{|x|\to+\infty}3\frac{\ln|x|}{x^2}=0$

ومنه (C_f) يقبل المستقيم (D) كمقارب مائل في جوار $\pm\infty$

ب- ادرس وضعية لـ (C_f) **بالنسبة الى المستقيم** (D)

ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y=-3\frac{\ln|x|}{x^2}$

$f(x)-y=0$ معناه $\ln|x|=0$ معناه $|x|=1$ معناه $x=\pm1$

$f(x)-y\prec0$ معناه $\ln|x|\succ0$ معناه $|x|\succ1$ أي $x\succ1$ أو $x\prec-1$

$f(x)-y\succ0$ معناه $\ln|x|\prec0$ معناه $|x|\prec1$ أي $-1\prec x\prec1$

ومنه وضعية (C_f) بالنسبة الى (D) تكون كمايلي:

1) $x=\pm1$ معناه (C_f) يقطع (D) في نقطتين

2) $x\succ1$ أو $x\prec-1$ معناه (C_f) تحت (D).

3) $x\in\mathbb{R}-\{0\}$ $-1\prec x\prec1$ (C_f) فوق (D).

4.أ-بيان وجود مماس (Δ) **لـ** (C_f) **يوازي** (D) **ويمس** (C_f) **في نقطتين .يطلب اعطاء معادلة لهذا المماس .**

نبين أن المعادلة $f'(x_0)=2$ تقبل حليّن متمايزين

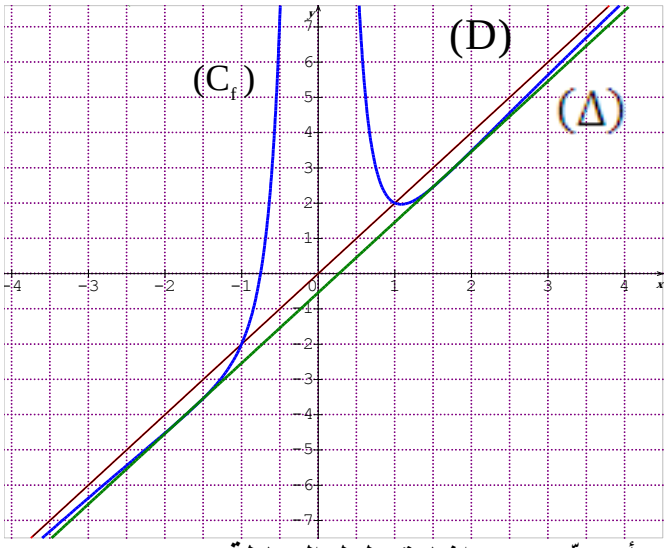
$f'(x_0)=2$ معناه $\frac{x_0.g(x_0)}{x_0^4}=2$ معناه $-3+6\ln|x_0|=0$

$-3+6\ln|x_0|=0$ معناه $x_0=\sqrt{e}$ أو $x_0=-\sqrt{e}$

اعطاء معادلة لهذا المماس

$(\Delta):y=f'(\sqrt{e})(x-\sqrt{e})+f(\sqrt{e})=2x-\frac{3}{2e}$

ب- إنشاء (Δ) **و** (D) **و** (C_f).



5.أ-تعيين عدد وإشارة حلول المعادلة: $mx^2+3\ln x=0$

$mx^2+3\ln x=0$.....(*) تكافئ $m=-\frac{3\ln x}{x^2}$

(*) تكافئ $f(x)=y$ تكافئ $x+m=f(x)$ و $y=x+m$

وعليه حلول المعادلة (*) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=x+m$ له نفس المنحى مع (Δ)

من البيان نميز الحالات التالية

1) $m\prec-1,5e^{-1}$ المعادلة لا تقبل حلول.

2) $m=-1,5e^{-1}$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة

3) $-1,5e^{-1}\prec m\prec-2$ المعادلة تقبل حلين موجبين وحل سالب

4) $m\geq-2$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة

ب- تعيّين العددين الحقيقيين a ، b

h دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln|x|}{x^2}$ معناه $h'(x)=\frac{\ln|x|}{x^2}$

ومنه $\frac{b-a-b\ln|x|}{x^2}=\frac{\ln|x|}{x^2}$ ومنه: $a=b=-1$

استنتاج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}^*$

نسمي F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}^*$

$F(x)=x^2-3h(x)+c$ حيث c عدد حقيقي ثابت

إعداد الأستاذ: بالعبيدي م العربي