

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشارة – الشلف

تصحيح البكالوريا التجريبي ماي 2014

الشعبة : علوم تجريبية

من إنجاز : الأستاذ ثابت إبراهيم

2013- 2014

الموضوع الأول

العلامة	التصحيح
04 نقاط	التمرين الأول
0.25	<p>I. حل المعادلة $(z-2)(z^2+2z+4)=0$: (E):</p> $z^2+2z+4=0 \text{ أو } z-2=0 \text{ يكافئ } (z-2)(z^2+2z+4)=0$ <ul style="list-style-type: none"> $z-2=0$ معناه $z=2$
.25 + 0.25	<ul style="list-style-type: none"> حل المعادلة $z^2+2z+4=0$... (*) حساب المميز : $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 4 = 4 - 16 = -12$ نضع $\Delta = 12i^2 = (2i\sqrt{3})^2$ المعادلة (*) تقبل حلين مركبين متمايزين هما : $z_2 = \frac{-2+2i\sqrt{3}}{2} = -1+i\sqrt{3} , \quad z_1 = \frac{-2-2i\sqrt{3}}{2} = -1-i\sqrt{3}$ <ul style="list-style-type: none"> مجموعة حلول المعادلة (E) هي $S = \{2, -1+i\sqrt{3}, -1-i\sqrt{3}\}$
0.5	<p>II. لدينا : $z_C = 2$ و $z_B = -1-i\sqrt{3}$, $z_A = -1+i\sqrt{3}$</p> <p>1- أ) تبيان أن : $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$</p> <ul style="list-style-type: none"> لدينا : $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{-1-i\sqrt{3}-2}{-1+i\sqrt{3}-2} = \frac{-3-i\sqrt{3}}{-3+i\sqrt{3}} = \frac{(-3-i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}{(-3+i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}$ ومنه $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{9+6i\sqrt{3}-3}{12} = \frac{6+6i\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ أي $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ لان : $\left \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} \right = \left \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$ $Arg\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$
0.25	<p>ب) تعيين طبيعة المثلث ABC :</p> <ul style="list-style-type: none"> لدينا : $\left \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} \right = 1$ ومنه $\frac{CB}{CA} = 1$ أي $CB = CA$ ولدينا : $Arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ أي $(\overline{CA}, \overline{CB}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ومنه <p>ABC مثلث متقايس الأضلاع</p>

ج) تعيين مركز ونصف قطر الدائرة (\mathcal{C}) المحيطة بالمثلث ABC :

• لدينا : $|z_A| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2 = OA$

0.25

$|z_C| = \sqrt{(2)^2} = \sqrt{4} = 2 = OC$ و $|z_B| = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2 = OB$

• وبالتالي : $OA = OB = OC = 2$ أي النقط A, B, C تنتمي إلى دائرة (\mathcal{C}) مركزها $O(0;0)$ ونصف قطرها $r = 2$

2- أ) تعيين طبيعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$

0.5

معناه $2(x + iy + x - iy) + x^2 + y^2 = 0$ $2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$

ومنه $x^2 + y^2 + 4x = 0$ وبالتالي : $(x + 2)^2 + y^2 = 4$

أي أن (Γ) هي دائرة مركزها النقطة $\Omega(-2;0)$ ونصف قطرها $r = 2$.

ب) التحقق من أن A و B تنتميان إلى (Γ):

0.5

- لدينا : $\Omega A = |z_A - z_\Omega| = |-1 + i\sqrt{3} + 2| = |1 + i\sqrt{3}| = 2 = r$

- ولدينا : $\Omega B = |z_B - z_\Omega| = |-1 - i\sqrt{3} + 2| = |1 - i\sqrt{3}| = 2 = r$

وبالتالي A و B تنتميان إلى (Γ).

3- لدينا R دوران مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ) تعيين صورة النقطة B بالدوران R :

• لدينا : $R(B) = B'$ معناه $z_{B'} = az_B + b$

• ولدينا : $a = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ أي $a = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$

0.5

• ولدينا كذلك : $b = (1 - a)z_A = \left(1 - \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-1 + i\sqrt{3}) = \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-1 + i\sqrt{3})$

أي $b = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} = 1 + i\sqrt{3}$

• إذن : $z_{B'} = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-1 - i\sqrt{3}) + 1 + i\sqrt{3} = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} + 1 + i\sqrt{3}$

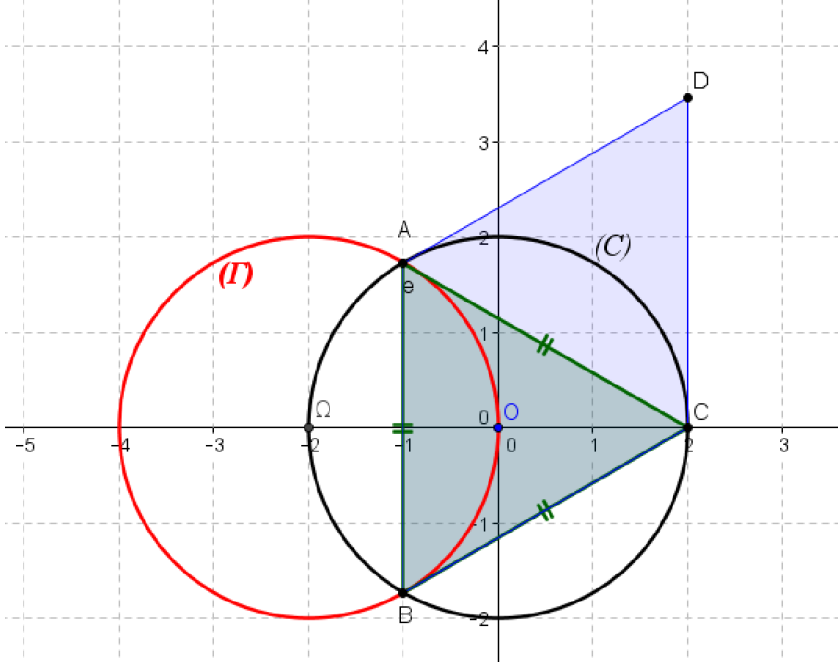
أي $z_{B'} = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} + 1 + i\sqrt{3} = 2 = z_C$ ومنه $R(B) = C$

ب) تعيين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R :

0.25

$z_D = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_C + 1 + i\sqrt{3} = \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 2 + 1 + i\sqrt{3} = 2 + 2i\sqrt{3}$

أي $z_D = 2 + 2i\sqrt{3}$

0.25	 <p>• استنتاج طبيعة الرباعي $ABCD$: الرباعي $ABCD$ معين لأن : • $ABCD$ متوازي أضلاع لأن : $z_{\overline{AB}} = -1 + i\sqrt{3} + 1 + i\sqrt{3} = 2i\sqrt{3}$ و $z_{\overline{DC}} = 2 + 2i\sqrt{3} - 2 = 2i\sqrt{3}$ أي $z_{\overline{AB}} = z_{\overline{DC}} = 2i\sqrt{3}$ • ولدينا : $BC = CD$ لأن $R(B) = C$ و $R(C) = D$</p>
0.25	<p>(ج) صورة (Γ) بالدوران R : هي (\mathcal{C}) لأن $R(\Omega) = O$ و $R(B) = C$</p>
05 نقاط	التمرين الثاني
0.5	<p>$\vec{u}(1;5;-1)$ و $D(-2;8;4), C(5;4;-3), B(3;2;-4), A(1;4;-5)$ (1) تبيان أن $x - 2z - 11 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) : $\begin{cases} 1 - 2(-5) - 11 = 11 - 11 = 0 \\ 3 - 2(-4) - 11 = 11 - 11 = 0 \\ 5 - 2(-3) - 11 = 11 - 11 = 0 \end{cases}$ نعوض بإحداثيات النقط C, B, A في المعادلة السابقة نجد : ومنه $x - 2z - 11 = 0$ معادلة للمستوي (ABC)</p>
0.5	<p>(2) كتابة تمثيل وسيطي للمستقيم (T) المار من النقطة D والموازي للشعاع $\vec{u}(1;5;-1)$: • أي $\vec{u}(1;5;-1)$ شعاع توجيه للمستقيم (T) . $(T) : \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 5t + 8 \\ z = -t + 4 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$</p>

0.5	<p>(3) لدينا : $x - y - z = 7$: (P)</p> <p>(أ) تبيان أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) :</p> $\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ <ul style="list-style-type: none"> نعوض جملة التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) في معادلة (ABC) نجد : $11 + 2t - 2t - 11 = 0$ ومنه $0t = 0$. نعوض جملة التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) في معادلة (P) نجد : $11 + 2t - 4 - t - t - 7 = 0$ أي $0t = 0$ وبالتالي (Δ) محتوى في كل المستويين (ABC) و (P) فهما إذن متقاطعان وفق المستقيم (Δ).
01	<p>(ب) اثبات أن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي :</p> <ul style="list-style-type: none"> لدينا : $\vec{u}(1; 5; -1)$ شعاع توجيه للمستقيم (T) ولدينا $\vec{u}'(1; -1; -1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ). لدينا : $\frac{1}{1} \neq \frac{5}{-1} \neq \frac{-1}{-1}$ وبالتالي \vec{u} و \vec{u}' غير مرتبطين خطيا أي أن (T) و (Δ) غير متوازيين . فهما إما متقاطعان أو ليسا من نفس المستوي . $\begin{cases} 11 + 2t = t' - 2 \dots (1) \\ 4 + t = 5t' + 8 \dots (2) \\ t = -t' + 4 \dots (3) \end{cases}$ <p>لدينا : $\begin{cases} t = -t' + 4 \\ 4 - t' + 4 = 5t' + 8 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} t = -t' + 4 \\ 4t' = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} t = 4 \\ t' = 0 \end{cases}$</p> <p>- بالتعويض في المعادلة (1) نجد : $11 + 2(4) = 0 - 2$ (مستحيلة) ومنه (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي .</p>
0.5	<p>(4) لدينا : $E(3; 0; -4)$ و $F(-3; 3; 5)$</p> <ul style="list-style-type: none"> التحقق من أن $E \in (\Delta)$: $\begin{cases} 3 = 11 + 2t \\ 0 = 4 + t \\ t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = -4 \\ t = -4 \end{cases}$ <p>ومنه $E \in (\Delta)$</p>
0.5	<ul style="list-style-type: none"> التحقق من أن $F \in (T)$: $\begin{cases} -3 = t - 2 \\ 3 = 5t + 8 \\ 5 = -t + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases}$ <p>ومنه $F \in (T)$</p>

0.5	<p>(5) لدينا : $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE} = \alpha (\alpha \in \mathbb{R})$</p> <p>أ) تعيين معادلة ديكارتية للمجموعة (S) بدلالة α</p> <p>لدينا : $\overrightarrow{ME}(3-x; -y; -4-z)$ و $\overrightarrow{FE}(6; -3; -9)$</p> <p>$\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE} = \alpha$ معناه $6(3-x) - 3(-y) - 9(-4-z) = \alpha$</p> <p>أي $18 - 6x + 3y + 36 + 9z = \alpha$ ومنه $-6x + 3y + 9z + 54 - \alpha = 0$</p> <p>طبيعة المجموعة (S) : هي مستو شعاع ناظمي له $\vec{n}(-6; 3; 9)$</p>
0.5	<p>ب) تعيين قيمة α بحيث يكون (S) المستوي المحوري للقطعة [FE] :</p> <p>لدينا (S) المستوي المحوري للقطعة [FE] معناه (S) يمر من منتصف [FE] وليكن I</p> <p>$x_I = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{3-3}{2} = 0$</p> <p>$y_I = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$ إذن -</p> <p>$z_I = \frac{z_E + z_F}{2} = \frac{-4+5}{2} = \frac{1}{2}$</p>
0.5	<p>- بالتعويض في المعادلة السابقة نجد : $-6 \times 0 + 3 \times \frac{3}{2} + 9 \times \frac{1}{2} + 54 - \alpha = 0$</p> <p>أي $9 + 54 - \alpha = 0$ وبالتالي $\alpha = 63$</p>
04 نقاط	التمرين الثالث
3×0.25	<p>لدينا : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$</p> <p>1- حساب u_3, u_2, u_1 :</p> <p>$u_1 = \frac{2}{3}u_0 + \frac{1}{3} \times 0 + 1 = \frac{2}{3} \times 2 + 1 = \frac{7}{3}$</p> <p>$u_2 = \frac{2}{3}u_1 + \frac{1}{3} \times 1 + 1 = \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{14+3+9}{9} = \frac{26}{9}$</p> <p>$u_3 = \frac{2}{3}u_2 + \frac{1}{3} \times 2 + 1 = \frac{2}{3} \times \frac{26}{9} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{52+18+27}{27} = \frac{97}{27}$</p>
3×0.25	<p>2- أ) البرهان بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq n + 3$</p> <p>نسمي $P(n)$ هذه الخاصية .</p> <p>(1) من أجل $n = 0$ لدينا : $u_0 = 2$ وبالتالي $u_0 \leq 3$ ومنه $P(n)$ صحيحة من أجل $n = 0$.</p> <p>(2) نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن $u_n \leq n + 3$ ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن : $u_{n+1} \leq n + 4$</p> <p>لدينا : $u_n \leq n + 3$ ومنه $\frac{2}{3}u_n \leq \frac{2}{3}(n+3)$ إذن $\frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 \leq \frac{2}{3}(n+3) + \frac{1}{3}n + 1$</p> <p>وبالتالي : $u_{n+1} \leq \frac{2}{3}n + 2 + \frac{1}{3}n + 1$ أي $u_{n+1} \leq n + 3$ ومنه $u_{n+1} \leq n + 3 \leq n + 4$</p> <p>إذن $u_{n+1} \leq n + 4$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة .</p> <p>(3) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n</p>

0.25	<p>(ب) البرهان على أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n+3 - u_n)$ ،</p> <ul style="list-style-type: none"> • من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 - u_n = \frac{1}{3}(2u_n + n + 3 - 3u_n) = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$
0.25	<ul style="list-style-type: none"> • استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) : <p>- لدينا : $u_n \leq n + 3$ ومنه $n + 3 - u_n \geq 0$ أي $\frac{1}{3}(n + 3 - u_n) \geq 0$ وبالتالي $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ومنه (u_n) متزايدة .</p>
0.5	<p>3- لدينا : $v_n = u_n - n$ من أجل كل عدد طبيعي n .</p> <p>(أ) البرهان على أن المتتالية (v_n) هندسية :</p> <ul style="list-style-type: none"> • لدينا : $v_{n+1} = u_{n+1} - (n+1) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 - n - 1 = \frac{2}{3}(u_n - n)$ أي $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ وحدها الأول $v_0 = u_0 - 0 = 2$
0.25	<p>(ب) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$</p> <ul style="list-style-type: none"> • لدينا : $u_n = v_n + n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$
0.25	<p>4- لدينا : $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$ و $T_n = \frac{S_n}{n^2}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • حساب S_n بدلالة n : $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n = v_0 + 0 + v_1 + 1 + v_2 + 2 + \dots + v_n + n$ $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n + (1 + 2 + \dots + n) = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} + \frac{n}{2}(1 + n)$ <p>وبالتالي</p> $S_n = 2 \times \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{n}{2} + \frac{n^2}{2} = 2 \times 3 \left(1 - \frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) + \frac{n}{2} + \frac{n^2}{2}$ <p>ومنه $S_n = 6 - 4\left(\frac{2}{3}\right)^n + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n^2$</p> <ul style="list-style-type: none"> • حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \frac{1}{2}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{6}{n^2} - \frac{4}{n^2} \left(\frac{2}{3}\right)^n + \frac{1}{2} \times \frac{1}{n} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$

07 نقاط	التمرين الرابع												
	I. لدينا : $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$												
2×0.25	<p>(1) دراسة تغيرات الدالة g : • حساب النهايات : - لدينا : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + (1-x)e^{-x+2}) = +\infty$ لأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x+2} = +\infty$ - لدينا : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + (1-x)e^{-x+2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^2 \times e^{-x} - e^2 \times x e^{-x}) = 1$</p>												
0.25	• حساب المشتقة : $g'(x) = -e^{-x+2} - (1-x)e^{-x+1} = (x-2)e^{-x+2}$												
0.25	• دراسة إشارة المشتقة : <table border="1" data-bbox="319 638 1101 739"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+				
x	$-\infty$	2	$+\infty$										
$g'(x)$	-	0	+										
0.5	• جدول التغيرات : <table border="1" data-bbox="319 784 1101 1052"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$	$+\infty$	0	1
x	$-\infty$	2	$+\infty$										
$g'(x)$	-	0	+										
$g(x)$	$+\infty$	0	1										
0.25	(2) استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) \geq 0$: • من أجل $x \in \mathbb{R}$ فان $g(x) \in [0; +\infty[$ ومنه $g(x) \geq 0$												
2×0.25	II. لدينا : $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$ -1 حساب النهايات : • $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 1 + xe^{-x+2}) = -\infty$ لأن $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{-x+2} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty \end{cases}$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 1 + xe^{-x+2}) = +\infty$ لأن $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{x+2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} \times \frac{1}{e^2} = 0 \end{cases}$												
0.25	-2 تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = g(x)$ • لدينا : $f'(x) = 1 + e^{-x+2} - xe^{-x+2} = 1 + (1-x)e^{-x+2} = g(x)$ ومنه $f'(x) = g(x)$												

• استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

0.25

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+

• جدول تغيرات الدالة f :

0.25

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

3- حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$

0.25

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1 + xe^{-x+2} - x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x+2} = 0$

• التفسير الهندسي:

0.25

المستقيم ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

4- دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى $y = x - 1$: (Δ)

• ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$:

- لدينا: $f(x) - y = xe^{-x+2}$

0.5

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$		0	+
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

5- أ) تبين أن النقطة $I(2;3)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) :

• لدينا: $f''(x) = g'(x) = (x-2)e^{-x+2}$

• جدول إشارة $f''(x)$:

0.25

x		2	$+\infty$
			$-\infty$
$f''(x)$	-	0	+

- المشتقة الثانية f'' تنعدم من

أجل $x = 2$ مغيرة إشارتها أي النقطة $I(2;3)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .

ب) تبين أن المنحني (C_f) في نقطة فاصلتها $0 < x_0 < 0.2$:

0.5

• الدالة f مستمرة ورتبية تماما على المجال $[0;0.2]$ ولدينا:

- $f(0) = -1$ و $f(0.2) = 0.2 - 1 + 0.2 \times e^{-0.2+2} = -0.8 + 1.21 = 0.41$

	<p>ومنه $f(0) \times f(0.2) < 0$</p> <p>- حسب ميرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث $0 < x_0 < 0.2$</p> <p>- أي (C_f) يقطع $(x'x)$ في النقطة $(x_0, 0)$ حيث $0 < x_0 < 0.2$</p>
0.25	<p>ج) تبيان أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ):</p> <p>(T) يوازي (Δ) معناه معامل توجيه المماس (T) يساوي 1 أي $f'(x) = 1$ ومنه $g(x) = 1$ وبالتالي $1 + (1-x)e^{-x+2} = 1$ إذن: $(1-x)e^{-x+2} = 0$ ومنه $1-x = 0$ أي $x = 1$</p>
0.25	<p>• كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T):</p> <p>$(T): y = x - 1 + e$ أي $y = f'(1)(x-1) + f(1) = 1 \times (x-1) + e = x - 1 + e$</p>
0.75	<p>د) حساب $f(-1)$:</p> <p>$f(-1) = -1 - 1 - e^3 = -2 - e^3 = -22.09$</p> <p>الرسم:</p>
0.5	<p>6- المناقشة البيانية لحلول المعادلة $(E): xe^{-x+2} - 1 - m = 0$</p> <p>$xe^{-x+2} - 1 = m$ معناه $xe^{-x+2} - 1 - m = 0$ ومنه $f(x) = x + m$ أي $x - 1 + xe^{-x+2} = x + m$</p> <p>• إذن حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = x + m$</p> <p>الموازي لكل من (T) و (Δ)</p> <p>• إذا كان $m \in]-\infty; -1[$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا .</p> <p>• إذا كان $m = -1$ المعادلة تقبل حلا معدوما .</p> <p>• إذا كان $m \in]-1; e-1[$ المعادلة تقبل حلين موجبين .</p> <p>• إذا كان $m = e-1$ المعادلة تقبل حلا وحيدا هو 1 .</p> <p>• إذا كان $m \in]e-1; +\infty[$ فإن المعادلة ليس لها حل .</p>

7- تبيان أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} والتي تنعدم من أجل القيمة 2 للمتغير :

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - (1+x)e^{-x+2} + 3$$

ومن

$$F'(x) = x - 1 - \left[e^{-x+2} + (1+x)(-e^{-x+2}) \right] = x - 1 - (1-1-x)e^{-x+2} = x - 1 + xe^{-x+2}$$

0.5

$$F'(x) = f(x) \text{ أي}$$

$$F(3) = \frac{1}{2} \times 2^2 - 2 - (1+2)e^{-2+2} + 3 = 2 - 2 - 3e^0 + 3 = -3 + 3 = 0$$

وبالتالي F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} والتي تنعدم من أجل القيمة 2 للمتغير

😊 انتهى تصحيح الموضوع الأول 🌸 بالتوفيق في البكالوريا جوان 2014 😊 أساتذة المادة

👉 يتبع بتصحيح الموضوع الثاني