

The page features a decorative design with three blue circles of varying sizes and two thin blue lines that intersect to form a triangular shape. The circles have a 3D effect with shadows. The text is centered on the left side of the page.

**تصحيح البكالوريا التجريبي في
الرياضيات ماي 2014**
الشعبة : علوم تجريبية

تصحيح الموضوع الثاني

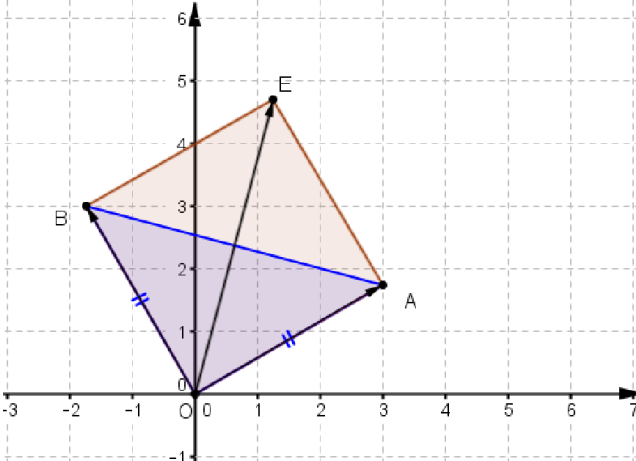
من إنجاز الأستاذ : ثابت إبراهيم

20/05/2014

الموضوع الثاني

05 نقاط	التمرين الأول
0.5	<p>لدينا : $A(3;-2;2), B(6;1;5), C(6;-2;-1)$ والمستوي $(P): x + y + z - 3 = 0$</p> <p>(1) البرهان على أن المثلث ABC قائم :</p> <p>- لدينا : $\overline{AB}(3;3;3)$ ، $\overline{AC}(3;0;-3)$ و $\overline{BC}(0;-3;-6)$</p> <p>ولدينا : $AB = \sqrt{(3)^2 + (3)^2 + (3)^2} = 3\sqrt{3}$ و $AC = \sqrt{(3)^2 + (0)^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{(0)^2 + (-3)^2 + (-6)^2} = 3\sqrt{5}$</p> <p>إذن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ومنه المثلث ABC قائم في النقطة A.</p>
0.5	<p>(2) البرهان على أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) ويمر من النقطة A :</p> <p>• لدينا : $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)</p> <p>- إذن $\frac{3}{1} = \frac{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$ ومنه $\overline{AB} = 3\vec{n}$ أي $\overline{AB} \parallel \vec{n}$ وبالتالي $(AB) \perp (P)$</p> <p>- نعوض بإحداثيات النقطة A في معادلة (P) نجد : $3 - 2 + 2 - 3 = 0$ أي $A \in (P)$</p> <p>وبالتالي : المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) ويمر من النقطة A</p>
0.5	<p>(3) كتابة معادلة ديكراتية للمستوي (P') العمودي على المستقيم (AC) والمار من النقطة A :</p> <p>لدينا : $\overline{AC}(3;0;-3)$ شعاع ناظمي للمستوي (P') وبالتالي معادلة للمستوي (P') من الشكل :</p> $3x - 3z + d = 0$ <p>- تعيين قيمة d نعوض بإحداثيات النقطة A نجد :</p> $3(3) - 3(2) + d = 0 \quad \text{ومنه } d = -3$ <p>وبالتالي معادلة للمستوي (P') : $3x - 3z - 3 = 0$ أي $x - z - 1 = 0$</p>
0.75	<p>(4) كتابة تمثيل وسيطي لـ (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (P') :</p> <p>• لدينا : $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ x - z - 1 = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ x = z + 1 \end{cases}$ وبالتالي $\begin{cases} z + 1 + y + z - 3 = 0 \\ x = z + 1 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x = z + 1 \\ y = -2z + 2 \end{cases}$:</p> <p>- نضع : $z = t$ وبالتالي : $(t \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -2t + 2 \\ z = t \end{cases}$ (Δ)</p>
0.5	<p>(5) أ) تبين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC) :</p> <p>• لدينا : $D(0;4;-1)$ وبالتالي $\overline{AD}(-3;6;-3)$ إذن :</p> <p>- $\overline{AD} \cdot \overline{AB} = -3(3) + 6(3) - 3(3) = -18 + 18 = 0$ ومنه $\overline{AD} \perp \overline{AB}$</p> <p>- $\overline{AD} \cdot \overline{AC} = -3(3) + 6(0) - 3(-3) = -9 + 9 = 0$ ومنه $\overline{AD} \perp \overline{AC}$</p> <p>- وبالتالي المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)</p>

0.75	<p>(ب) حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$:</p> $v_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABC} \times AD$ <p>لدينا : $S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{3\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{6}}{2}$ و</p> $AD = \sqrt{(-3)^2 + (6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ <p>أي $v_{ABCD} = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{6}}{2} \times 3\sqrt{6} = 27uv$</p>
0.75	<p>(ج) تبيان أن قيس الزاوية \widehat{BDC} هو $\frac{\pi}{4} rad$:</p> <p>لدينا : $\overrightarrow{DB}(6; -3; 6)$ و $\overrightarrow{DC}(6; -6; 0)$</p> <p>وبالتالي : $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = 6 \times 6 - 3(-6) + 6 \times 0 = 36 + 18 = 54$</p> <p>ولدينا : $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \ \overrightarrow{DB}\ \times \ \overrightarrow{DC}\ \times \cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$</p> $\cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{54}{9 \times 6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ أي $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \sqrt{81} \times \sqrt{72} \times \cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$ <p>ومنه $\widehat{BDC} = 45^\circ$</p>
0.75	<p>(د) حساب مساحة المثلث BDC :</p> $S_{BDC} = \frac{1}{2} DB \times DC \times \sin \widehat{BDC} = \frac{1}{2} \times 9 \times 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 27us$ <p>- استنتاج المسافة بين النقطة A والمستوي (BDC) :</p> <p>لدينا : $v_{ABDC} = \frac{1}{3} \times S_{BDC} \times d(A, (BCD)) = \frac{1}{3} \times 27 \times d(A, (BCD)) = 27$</p> <p>ومنه $d(A, (BDC)) = \frac{27}{\frac{1}{3} \times 27} = 3$</p>
04 نقاط	التمرين الثاني
0.5	<p>• لدينا : $z_2 = -\sqrt{3} + 3i$ و $z_1 = 3 + i\sqrt{3}$</p> <p>(1) كتابة العددين z_2, z_1 على الشكل الأسّي :</p> <p>لدينا : $z_1 = \sqrt{(3)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$</p> <p>نضع : $\theta_1 = \text{Arg}(z_1)$ إذن $\begin{cases} \cos \theta_1 = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \end{cases}$ ومنه $\theta_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$</p> <p>وبالتالي : $z_1 = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$</p>

0.5	<p>- لدينا : $z_2 = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{3+9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$</p> <p>- نضع : $\theta_2 = \text{Arg}(z_2)$ إذن $\begin{cases} \cos \theta_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta_2 = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ومنه</p> <p>$\theta_2 = \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$</p> <p>- وبالتالي : $z_2 = 2\sqrt{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}$</p>
0.5	<p>(2) لدينا : $z_3 = z_1 + z_2$</p> <p>(أ) البرهان على أن المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين :</p> <p>• لدينا : $\frac{z_B - z_O}{z_A - z_O} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{2\sqrt{3}e^{i\frac{2\pi}{3}}}{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}} = e^{i(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6})} = e^{i\frac{\pi}{2}}$</p> <p>- ومنه $\frac{OB}{OA} = 1$ أي $OB = OA$ و $(\overline{OA}, \overline{OB}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$</p> <p>أي أن المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين</p>
0.5	<p>(ب) استنتاج أن الرباعي $OAEB$ مربع :</p> <p>• لدينا :</p> <p>$z_{\overline{AE}} = z_1 + z_2 - z_1 = z_2$ و $z_{\overline{OB}} = z_2$</p> <p>أي أن $\overline{AE} = \overline{OB}$</p> <p>ومنه الرباعي $OAEB$ متوازي أضلاع .</p> <p>• ولدينا : مثلث قائم ومتساوي الساقين OAB وبالتالي $OAEB$ مربع .</p> 
0.25 + 0.25	<p>(3) (أ) تبيان أن $OE = 2\sqrt{6}$:</p> <p>• لدينا : $OE^2 = OA^2 + AE^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 12 + 12 = 24$</p> <p>ومنه $OE = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$</p> <p>• تبيان أن $(\vec{u}, \overline{OE}) = \frac{5\pi}{12}$:</p> <p>- لدينا : $(\vec{u}, \overline{OE}) = (\vec{u}, \overline{OA}) + (\overline{OA}, \overline{OE})$</p> <p>ومنه $(\vec{u}, \overline{OE}) = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi + 3\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$</p>
	<p>(ب) تعيين القيمتين المضبوطتين لكل من $\sin \frac{5\pi}{12}$ و $\cos \frac{5\pi}{12}$:</p> <p>• لدينا : $z_3 = z_1 + z_2 = 3 + i\sqrt{3} - \sqrt{3} + 3i = (3 - \sqrt{3}) + i(3 + \sqrt{3})$</p>

0.25 + 0.25	<p>• لدينا : $z_3 = 2\sqrt{6} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$</p> <p>بالمطابقة نجد :</p> $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ <p>و $\sin \frac{5\pi}{12} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$</p>
0.5	<p>(ج) حساب z_3^{2016} :</p> $z_3^{2016} = (2\sqrt{6})^{2016} \left(\cos \frac{2016 \times 5\pi}{12} + i \sin \frac{2016 \times 5\pi}{12} \right) = (2\sqrt{6})^{2016} (\cos 840\pi + i \sin 840\pi)$ <p>أي $z_3^{2016} = (2\sqrt{6})^{2016}$</p>
0.5	<p>(د) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_3}{2\sqrt{6}} \right)^n$ حقيقيا :</p> <p>$\left(\frac{z_3}{2\sqrt{6}} \right)^n$ حقيقيا معناه $\left(\cos \frac{5n\pi}{12} + i \sin \frac{5n\pi}{12} \right)$ حقيقيا</p> <p>ومنه $0 = \sin \frac{5n\pi}{12}$ وبالتالي $\frac{5n\pi}{12} = k\pi$ أي $5n\pi = 12k\pi$</p> <p>إذن $5n = 12k$ ومنه $n = 12 \left(\frac{k}{5} \right)$ وبالتالي $n = 12k' (k' \in \mathbb{N})$</p>
04 نقاط	<p>التعريف الثالث</p>
0.25	<p>• لدينا : $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$</p> <p>1- التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$</p> <p>- لدينا : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1} = \frac{2u_n + 1 - 1}{2u_n + 1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$ ومنه : $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$</p>
0.75	<p>2- (أ) البرهان على أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < \frac{1}{2}$</p> <p>نسمي $P(n)$ هذه الخاصية .</p> <p>1- من أجل $n = 0$ لدينا : $u_0 = \frac{1}{5}$ و $0 < \frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ أي $0 < u_0 < \frac{1}{2}$</p> <p>اذن $P(n)$ صحيحة من أجل $n = 0$.</p> <p>2- نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن : $0 < u_n < \frac{1}{2}$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن :</p> <p>$0 < u_{n+1} < \frac{1}{2}$:</p> <p>- لدينا : $0 < u_n < \frac{1}{2}$ ومنه $0 < 2u_n < 1$ أي $1 < 2u_n + 1 < 2$</p>

	<p>وبالتالي $1 < \frac{1}{2u_n+1} < \frac{1}{2}$ إذن $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{2u_n+1} < -1$</p> <p>وأخيرا : $0 < 1 - \frac{1}{2u_n+1} < \frac{1}{2}$ أي $0 < u_{n+1} < \frac{1}{2}$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة .</p> <p>3- حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فان $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.</p>
0.25	<p>(ب) التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$</p> <p>• لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n}{2u_n+1} - u_n = \frac{2u_n - 2u_n^2 - u_n}{2u_n+1} = \frac{u_n - 2u_n^2}{2u_n+1} = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$</p> <p>• تبيان أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة :</p> <p>ندرس اشارة الفرق : $u_{n+1} - u_n$</p> <p>- لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$</p>
0.5	<p>ولدينا : $0 < u_n < \frac{1}{2}$ ومنه $-1 < -2u_n < 0$ أي $0 < 1 - 2u_n < 1$</p> <p>وبالتالي : $0 < u_n(1-2u_n) < \frac{1}{2}$</p> <p>- ولدينا : $1 < \frac{1}{2u_n+1} < 1$ ومنه $0 < \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1} < \frac{1}{2}$</p> <p>- أي $u_{n+1} - u_n > 0$ وبالتالي المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة.</p>
0.25 + 0.25	<p>(ج) دراسة تقارب المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$</p> <p>$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد $\frac{1}{2}$ فهي متقاربة وتتقارب من العدد $\frac{1}{2}$.</p> <p>• تعيين نهاية المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$</p>
0.5	<p>3- لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$</p> <p>(أ) اثبات أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية :</p> <p>• لدينا : $v_{n+1} = \frac{3^{n+1} u_{n+1}}{2u_{n+1} - 1}$</p> <p>أي $v_{n+1} = \frac{3^{n+1} u_{n+1}}{2u_{n+1} - 1} = \frac{3 \times 3^n \times \frac{2u_n}{2u_n+1}}{2 \times \frac{2u_n}{2u_n+1} - 1} = \frac{6 \times 3^n \times u_n}{4u_n - 2u_n - 1} = \frac{6 \times 3^n \times u_n}{2u_n - 1} = 3 \times \frac{3^n u_n}{2u_n - 1} = 3v_n$</p> <p>$q = 6$ هندسية أساسها $q = 6$ ومنه $v_{n+1} = 6 \times \frac{3^n \times u_n}{2u_n - 1} \times \frac{2u_n + 1}{2u_n - 1} = 6 \times \frac{3^n \times u_n}{2u_n - 1} = 6v_n$</p>

$$v_0 = \frac{3^0 \times u_0}{2u_0 - 1} = \frac{1 \times \frac{1}{5}}{2 \times \frac{1}{5} - 1} = \frac{\frac{1}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{1}{3} \text{ وحدها الأول}$$

0.25

(ب) حساب عبارة الحد العام v_n بدلالة n :

• لدينا : $v_n = v_0 \times q^n = -\frac{1}{3} \times 6^n$

• استنتاج أن : $u_n = \frac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$

- لدينا : $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$ ومنه $2u_n v_n - v_n = 3^n u_n$ أي $2u_n v_n - 3^n u_n = v_n$

- ومنه $u_n = \frac{v_n}{2v_n - 3^n}$ وبالتالي :

ومنه $u_n = \frac{-\frac{1}{3} \times 6^n}{2\left(-\frac{1}{3} \times 6^n\right) - 3^n} = -\frac{6^n}{-2 \times 6^n - 3 \times 3^n}$ إذن :

أي $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3} = \frac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$ أي $u_n = -\frac{6^n}{-2 \times 6^n - 3 \times 3^n} = \frac{2^n \times 3^n}{2 \times 3^n \times 2^n + 3 \times 3^n}$

0.5

• حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{2^n \left(2 + \frac{3}{2^n}\right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{1}{2}$: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

0.5

07 نقاط

التمرين الرابع

0.25 + 0.25

• **الجزء الأول :**

• لدينا : $g(x) = x^2 - 2 \ln x$

1- دراسة تغيرات الدالة g :

• **حساب النهايات :**

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ لأن $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 2 \ln x) = +\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2 \ln x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - 2 \frac{\ln x}{x^2}\right) = +\infty$

0.25

• **حساب المشتقة :**

$$g'(x) = 2x - 2 \times \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x} = \frac{2(x+1)(x-1)}{x}$$

0.25

• **دراسة إشارة المشتقة :**

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	0 +

• جدول التغيرات :

0.5

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$		$+\infty$ ↙ 1	$+\infty$ ↘

0.25

-2 استنتاج إشارة $g(x)$:

x	0	$+\infty$
$g(x)$		+

• الجزء الثاني :

- لدينا : $f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

-1 أ) حساب النهايات :

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \ln x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2}{x}(1 + \ln x) \right) = -\infty \end{cases} \text{ لأن } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x) \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x) \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - x - \frac{2}{x} - 2 \frac{\ln x}{x} \right) = -\infty$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} \right) = 0 \text{ لأن :} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x) = -\infty \end{cases}$$

0.25 + 0.25

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

0.5

• لدينا : $f'(x) = -1 - 2 \left[-\frac{1}{x^2}(1 + \ln x) + \frac{1}{x} \times \frac{1}{x} \right] = -1 - 2 \left(-\frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right)$

أي $f'(x) = \frac{-x^2 + 2 \ln x}{x^2} = -\frac{g(x)}{x^2}$

ج) استنتاج اتجاه تغير الدالة f : بما أن $g(x) > 0$ فإن $f'(x) < 0$

0.25

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		-

• جدول تغيرات الدالة f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		-
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$

0.5

2- أ) تبيان أن المستقيم $y = 1 - x$: (Δ) مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$:

• لدينا :

0.25

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (1 - x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x) - 1 + x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{x}(1 + \ln x) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (1 - x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{x} - 2 \frac{\ln x}{x} \right) = 0 \text{ إذن}$$

ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :

ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$.

$$f(x) - y = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x) - 1 + x = -\frac{2}{x}(1 + \ln x)$$

• جدول إشارة الفرق :

$$-\frac{2}{x}(1 + \ln x) = 0 \text{ معناه } f(x) - y = 0$$

0.5

وبالتالي $x = e^{-1}$

ومنه $1 + \ln x = 0$ أي $\ln x = -1$

x	0	e^{-1}	$+\infty$
$1 + \ln x$		-	0
$f(x) - y$		+	0
الوضع النسبي		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

ج) تبيان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.41 < \alpha < 0.42$:

• لدينا f مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[0.41; 0.42]$

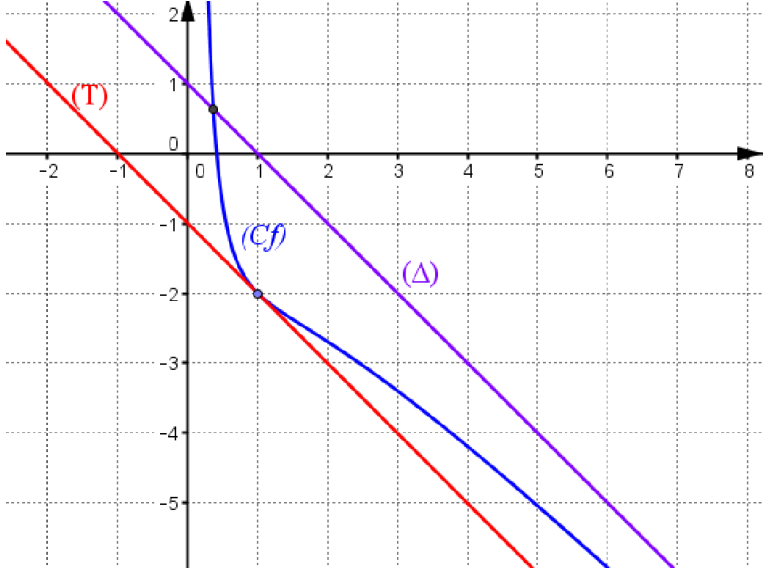
• ولدينا : $f(0.41) = 1 - 0.41 - \frac{2}{0.41}(1 + \ln 0.41) = 0.06$

و $f(0.42) = 1 - 0.42 - \frac{2}{0.42}(1 + \ln 0.42) = -0.05$

أي أن $f(0.41) \times f(0.42) < 0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$$0.41 < \alpha < 0.42$$

0.5	<p>(د) تبيان أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) :</p> <ul style="list-style-type: none"> (T) يوازي (Δ) معناه معامل توجيهه (T) يساوي -1 أي $f'(x) = -1$ ومنه $-\frac{x^2 - 2\ln x}{x^2} = -1$ أي $x^2 - 2\ln x = x^2$ وبالتالي $-2\ln x = 0$ إذن $\ln x = 0$ ومنه $x = 1$ (T) مماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$
0.25	<p>كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T) :</p> $y = f'(1)(x-1) + f(1) = -1(x-1) + (-2) = -x + 1 - 2 = -x - 1$ <p>أي $(T): y = -x - 1$</p>
0.75	<p>الرسم :</p> 
0.75	<p>4 المناقشة البيانية لحلول المعادلة $f(x) = m - x (m \in \mathbb{R})$:</p> <ul style="list-style-type: none"> حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = m - x$ الموازي لكل من (T) و (Δ) إذا كان $m \in]-\infty; -1[$ المعادلة ليس لها حل . إذا كان $m = -1$ المعادلة تقبل حلا هو $x = 1$. إذا كان $m \in]-1; 1[$ المعادلة تقبل حلين موجبين . إذا كان $m \in [1; +\infty[$ المعادلة تقبل حلا موجبا .

انتهى تصحيح الموضوع الثاني مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح 😊 BAC 2014

أساتذة المادة

عطلة سعيدة