التصحيح النموذجي

الموضوع الأول — 20

التمرين الأول: — 04

1. f موجبة على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right] \cup [2;+\infty[$

f سالبة على المجال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ — 0,75

2. — 0,75

x	$-\infty$		-1		$3/2$		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$9/e$	$\searrow$	$-e^{(3/2)}$	$\nearrow$	$+\infty$

3. معادلة المماس: $y=-3x+2$ — 0,5

4. اختيار الدالة الموافقة للتمثيل البياني:

بما أن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ فإن الحالة (أ) غير موافقة.

وبما أن $f'(-1)=0$ فإن الحالة الموافقة هي الحالة (ب) أي:

$f(x)=(2x^2-5x+2)e^x$ — 01

3. المناقشة البيانية: — 01

حلول المعادلة $f(x)=m-2$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم الذي معادلته: $y=m-2$

- إذا كان $m<2-e^{\frac{3}{2}}$ ليس للمعادلة حل.
- إذا كان $m=2-e^{\frac{3}{2}}$ للمعادلة حل مضاعف $\frac{3}{2}$
- إذا كان $2-e^{\frac{3}{2}}<m\le 2$ للمعادلة حلان موجبان.
- إذا كان $2<m<4$ للمعادلة حلان موجبان وحل سالب.
- إذا كان $m=4$ للمعادلة حل معدوم وحلان مختلفان في الإشارة.
- إذا كان $4<m<\frac{9}{e}$ للمعادلة حلان سالبان وحل موجب.
- إذا كان $m=2+\frac{9}{e}$ للمعادلة حل مضاعف سالب -1 وحل موجب.
- إذا كان $m>2+\frac{9}{e}$ للمعادلة حل موجب.

التمرين الثاني: — 04

1 / العبارة الصحيحة هي (أ) أي حافظنا على الترتيب لأن:

- المشتقة موجبة على المجال $[-2;-1]$

— 0,5 + 0,5

2 / الحالة الصحيحة هي : (ج) لأن :

- المعادلة $g'(x)=-\frac{1}{2}$ تقبل حلين على المجال $[-2;2]$.

— 0,5 + 0,5

3/العبارة الصحيحة هي (أ) بما ان الدالة غير رتيبة على المجال $[-2;2]$ وبما أن $g(-2)>g(2)$ حسب المبرهنة العكسية لمبرهنة القيم المتوسطة.

— 0,5 + 0,5

العبارة الصحيحة هي الحالة (ب)

لأن الدالة g متناقصة تماما على المجال $[0;2]$ في هذا المجال الدالة $x\mapsto -2x$ سالبة تماما.

— 0,5 + 0,5

التمرين الرابع: — 04

$2X^2+4X-16=0$

$\Delta=36\quad;\quad X'=2\quad;\quad X''=-4$ — 01

$2(\ln x)^2+4\ln x-16=0$ بوضع $\ln x=X$

$\ln x=2\ ;\ x=e^2\quad \ln x=-4\ ;\ x=e^{-4}$ — 01,5

$2\ln(x)^2+4\ln x-16=0\ ;\ 4\ln x+4\ln x-16=0\ ;\ 8\ln x=16\ ;\ x=e^2$ — 01,5

التمرين الثالث:	08

الجزء الأول: $g(x)=2-(2x+1)e^{2x}$

1 / $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty \quad ; \quad \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=2$ — $2\times0,25$

2 / g دالة تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة g' : $g'(x)=-4(x+1)e^{2x}$ — 0,5

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$+$	0	$-$

0,5

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	2 ↗	$2+e^{(-2)}$	↘ $-\infty$

0,5

3 / بما أن الدالة g مستمرة ورتيبة تماما (متناقصة تماما) على المجال $]0,1;0,3[$

$g(0,1)\simeq 0,53 \quad ; \quad g(0,3)\simeq -0,92$

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,1;0,3[$ — 0,5

اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

0,25

الجزء الثاني: $f(x)=2x-1-xe^{2x}$

1 / $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty \quad ; \quad \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ — $2\times0,25$

2 / f دالة تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' : $f'(x)=g(x)$ — 0,5

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

0,25

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$

0,5

3 / $f(\alpha)=-1+\dfrac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$ لدينا : $g(\alpha)=0$

أي: $2-(2\alpha+1)e^{2\alpha}=0$ ولدينا أيضا: $e^{2\alpha}=\dfrac{2}{2\alpha+1}$

وبالتعويض نجد: $f(\alpha)=2\alpha-1-\alpha e^{2\alpha}$

$$f(\alpha)=-1+\frac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$$

0,5

حصر $f(\alpha)$:

$0,3\ge\alpha\ge0,1$

$0,09\ge\alpha^2\ge0,01$

$0,36\ge4\alpha^2\ge0,04$

ومن جهة

$0,6\ge2\alpha\ge0,2$

$1,6\ge2\alpha+1\ge1,2$

$\dfrac{1}{1,2}\ge\dfrac{1}{2\alpha+1}\ge\dfrac{1}{1,6}$

أي:

$\dfrac{0,36}{1,2}\ge\dfrac{4\alpha^2}{2\alpha+1}\ge\dfrac{0,04}{1,6} \quad ; \quad -0,700\ge f(\alpha)\ge-0,975$

0,25

4/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=0$

المستقيم (D) الذي معادلته: $y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ — 0,5

5 / دراسة الوضعية:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$

من اجل كل x من $\mathbb{R}^-$ فإن (C_f) فوق (D)

ومن اجل كل x من $\mathbb{R}^+$ فإن (C_f) تحت (D) — 0,5

6 / أ / التحقق من أن: $h(x)=f(x^2)$ — 0,25

0,5

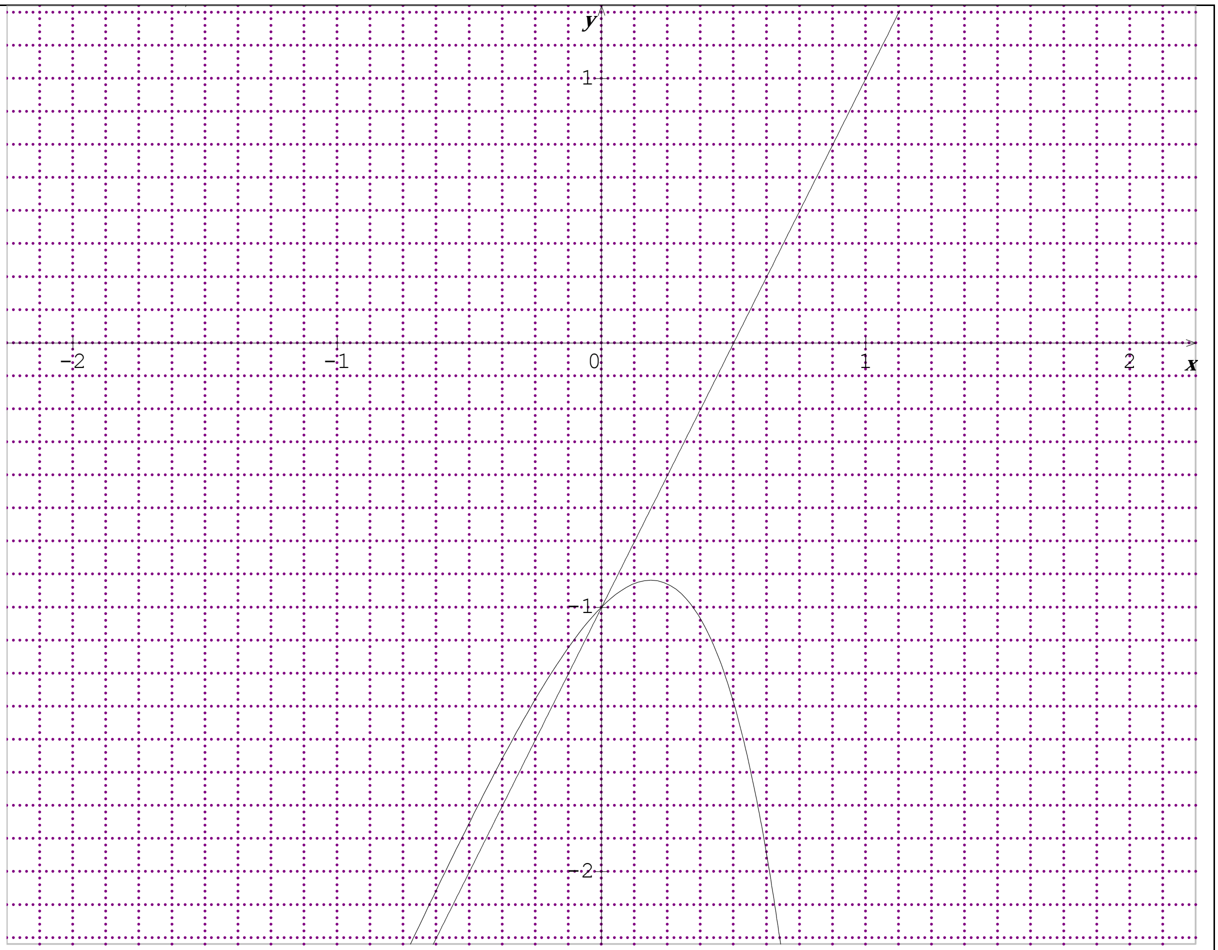
ب/ حساب المشتقة باستعمال مشتق مركب دالتين : $h'(x) = 2xf'(x^2)$

0,5

اشارة $h'(x)$:

x	$-\infty$	$-\sqrt{(a)}$		0		$\sqrt{(a)}$	$+\infty$
x	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$
$f'(x2)$	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

0,5



الموضوع الثاني	20
التمرين الأول:	04

1 / f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$

$$f(x)=2(\ln x)^2-\ln x-3$$

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\ln x\left(\ln x-1-\frac{3}{\ln x}\right)=+\infty$$

01

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ :

$$f(x)=3^{\frac{1}{x}}=e^{\frac{1}{x}\ln 3}$$

$$f'(x)=\frac{-\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$$

01

حل المعادلة : $\sqrt[3]{5-3x}=2$ بالتعويض نجد:

$$S=\{-1\}$$

01

حل المعادلة التفاضلية :

$$y'=3y$$

هي الدوال : $x\mapsto ce^{3x}$ حيث c عدد حقيقي ثابت

01

التمرين الثاني:	08

/1 $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-1} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)=+\infty$

$6\times0,25$

2 / أ / معادلة المستقيم المقارب المائل:

$$y=x+1$$

0,5

ب / $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-1]=0$

0,2

3 / أ / $f(0)=1$; $f_{<}'(0)=1$

$f_{>}'(0)=0$; $f'(-2)=-1$

$4\times0,25$

ب/ الدالة f مستمرة عند 0 لأن التمثيل البياني غير منقطع عند 0.

لكنها غير قابلة للاشتقاق عند 0 لأن :

$$f_{<}'(0)\neq f_{>}'(0)$$

$0,5+0,25$

إشارة $f'(x)$ على D_f

x	$-\infty$	-1	0	1	1.75	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖ $+$	$-$	‖ $-$	0	$+$

0,75

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	-1	0	1	$1,75$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖ $+$	‖ $-$	‖ $-$	0	$+$
$f(x)$	$-1 \searrow -\infty$	‖ $-\infty \nearrow$	1	$\searrow -\infty$ ‖ $+\infty \searrow$	$3,6$	$\nearrow +\infty$

0,75

4/أ/ المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلين: α و β

حيث: $\alpha\in]-1;-0,5[$ و $\beta\in]0,5;1[$

0,5

حل المتراجحة: $f'(x)\geq1$

$$S=]-1;0]$$

0,75

المناقشة البيانية:

حلول المعادلة $f(x)=x+m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم الذي معادلته:

$$y=x+m$$

$m<1$ للمعادلة حلان سالبان وحل موجب.

$m=1$ للمعادلة حل مضاعف معدوم وحل سالب

$m>1$ للمعادلة حلان مختلفان في الإشارة

01,5

التمرين الثالث:	08

$g(x)=x^2-2+\ln x$ (1

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

$2\times0{,}25$

g دالة تقبل الاشتقاق على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة:

$g'(x)=2x+\dfrac{1}{x}$ و $g'(x)>0$ من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$

$2\times0{,}5$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

0,5

2) بما أن الدالة g مستمرة ورتيبة تماما $\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$

وبما أن: $g(1)=-1$ و $g\left(\dfrac{3}{2}\right)\simeq0{,}66$

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$

0,5

إشارة $g(x)$ على المجال : $]0;+\infty[$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

0,5

1 / من أجل كل عدد حقيقي x من المجال : $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

0,5

2 / $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$2\times0{,}25$

3 / جدول التغيرات:

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

0,5

4 / $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$

المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

0,5

وضعية المنحني (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ)

x	0		e		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	$+$

من اجل كل x من $]0;e[$ فإن (C_f) فوق (Δ)

ومن اجل كل x من $]e;+\infty[$ فإن (C_f) تحت (Δ)

(Δ) ، (C_f) يقطع (Δ) من اجل $x=e$

0, 5

6 / $f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ ، لدينا: $g(\alpha)=0$

$g(\alpha)=\alpha^2-2+\ln\alpha=0$

$\ln\alpha=2-\alpha^2$

$f(\alpha)=\dfrac{\alpha^2+1-2+\alpha^2}{\alpha}$

$f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$

0,5

حصر للعدد $f(\alpha)$:

$\dfrac{3}{2}\geq\alpha\geq1$

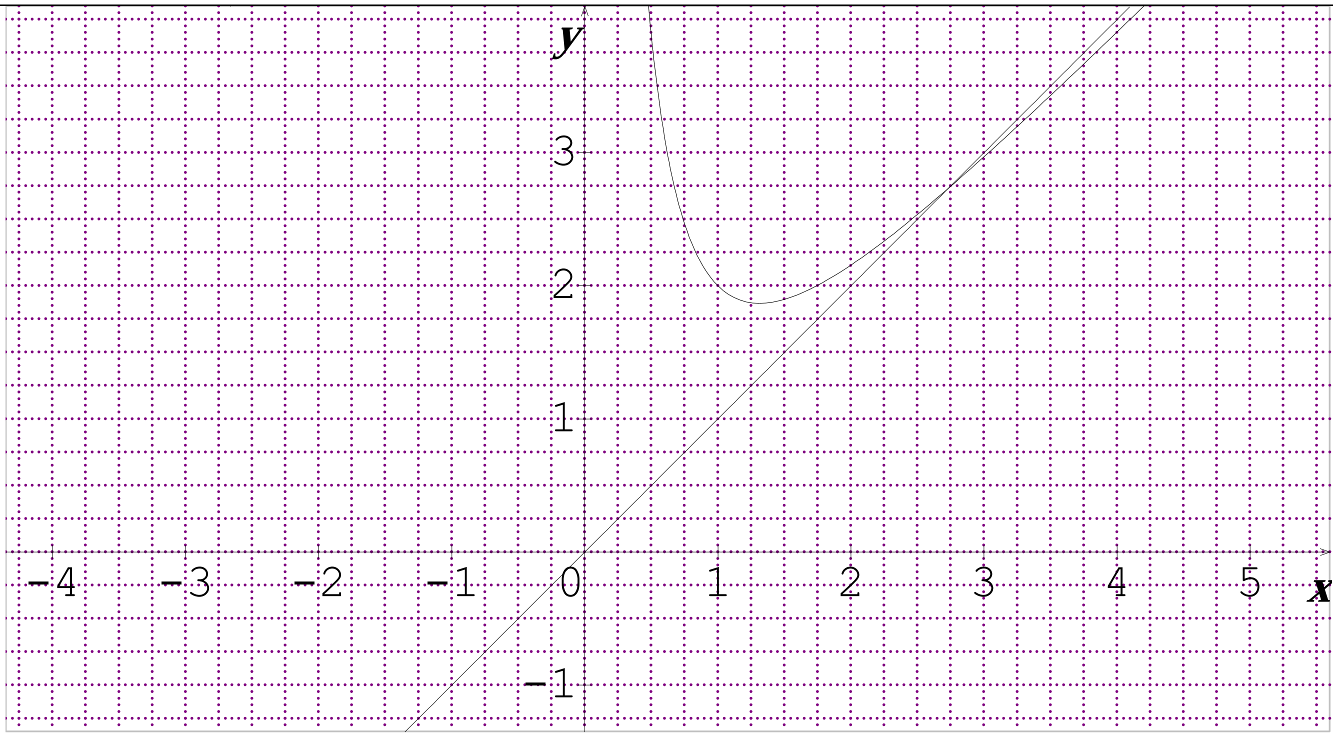
$1\geq\dfrac{1}{\alpha}\geq\dfrac{2}{3}$

$-\dfrac{2}{3}\geq-\dfrac{1}{\alpha}\geq-1$

$3\geq2\alpha\geq2$

$\dfrac{3}{2}\geq f(\alpha)\geq1$

0,5

01,5	

أستاذ المادة :

أبو القاسم بن محمد علواني

البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr