ثانوية بلحاج قاسم نور الدين – الشلف　　　التاريخ : 11 – 12 – 2013　　　السنة الدراسية : 2013 – 2014

المستوى : 3 ثانوي رياضيات　　　المادة : رياضيات　　　واجب منزلي رقم 03

التمرين الأول :

I. الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.31<\alpha<0.32$ و أن $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$.

3) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ إشارة $g(x)$.

II. الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$

(C_f) منحني الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$.

3) أدرس اتجاه تغير الدالة f .

4) بين أن : $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) مثل المنحني (C_f) على المجال $]-1;2]$.

III. (Γ) المنحني الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\ln(x+1)$

A النقطة ذات الاحداثيين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x .

1) أثبت أن المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$.

2) نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ) بين أن للدالتين f و k نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.

ب) عين إحداثيي النقطة B بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن .

ج) بين أن : $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

التمرين الثاني :

I– g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1– ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2– بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59<\alpha<1,60$.

3– استنتج إشارة $g(x)$.

II– f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$).

1– بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2– أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-1+\frac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

جـ) ارسم (C_f).

4- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $(1+m)(2x-e^x)=2x-2$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.

التمرين الثالث:

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(x+e^{-x})$ و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

الجزء الأول : g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x+e^{-x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $g(0)$ و استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني:

1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بما يلي : $h(x)=xe^x+1$

أ) أدرس تغيرات الدالة h.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0]$ فان ، $xe^x+1\leq 1$

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=-x+\ln(xe^x+1)$ ثم أستنتج أن المستقيم (Δ)ذي المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ)على المجال $]-\infty;0]$.

5) ليكن (Γ) المنحني الممثل للدالة "ln".

أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x)]$. ثم أستنتج أن المنحني (Γ) منحني مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب) عين الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Γ) على المجال $]0;+\infty[$.

6) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة -1.

7) أرسم (Δ)، (T)، (Γ) و (C_f).

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E):\ln(xe^x+1)-m=0$$

☺ مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح ❀BAC 2014❀