

الفرض المحروس الثلاثي الثالث

التمرين الأول : (08 نقاط)

نعتبر العددين المركبين z_1 و z_2 حيث ، $z_1 = 3 + i\sqrt{3}$ و $z_2 = -\sqrt{3} + 3i$.
(1) أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسّي .

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط A, B, E التي لواحقها $z_1, z_2, z_3 = z_1 + z_2$ على الترتيب .

(أ) برهن أن المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين .
(ب) استنتج أن الرباعي $OAEB$ مربع .

(3) (أ) بين أن : $OE = 2\sqrt{6}$ و أن $(\vec{u}; \overrightarrow{OE}) = \frac{5\pi}{12}$.

(ب) عين القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$.

(ج) أحسب z_3^{2016} .

(د) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_3}{2\sqrt{6}}\right)^n$ حقيقيا .

التمرين الثاني : (12 نقطة)

I. g الدالة العددية المعرفة على المجموعة \mathbb{R} بـ : $g(x) = -1 + (x-1)e^x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) اثبت ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.2 < \alpha < 1.3$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II. f الدالة العددية المعرفة على المجموعة \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{2x}{e^x + 1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

(2) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$.

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن $f(\alpha) = 2(\alpha - 1)$ ثم عين حصر $f(\alpha)$.

(5) بين أن : $f(-\alpha) = -2$ ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$ يوازي

(Δ) يطلب تعيين معادلة له .

(6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(7) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية

$$2x \left(\frac{1}{e^x + 1} - 1 \right) = f(m)$$

(E) حلا وحيدا موجبا تماما .