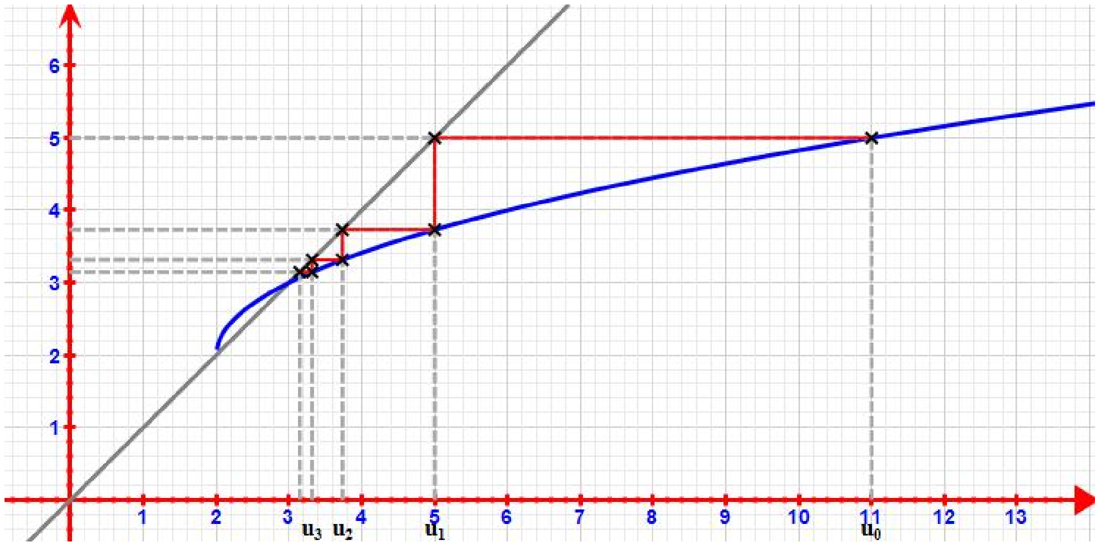
تصحيح الموضوع الثاني — البكالوريا التجريبي دورة ماي 2015 — الشعبة : رياضيات

التصحيح	التنقيط
التمرين الأول	**04.5 نقطة**
لدينا : $A(3;1;0), B(1;2;0), C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$ حيث m عدد حقيقي موجب **1) أ) حساب الجداء السلمي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$:** لدينا : $\overrightarrow{BA}(2;-1;0)$ ، $\overrightarrow{BC}(2;0;1)$ إذن : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=2\times2+(-1)\times0+1\times0=4$ أي $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=4$	3×0.25
استنتاج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\widehat{ABC}$ و $\sin\widehat{ABC}$: لدينا : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=BA\times BC\times\cos\widehat{ABC}$ و لدينا : $BA=\sqrt{(2)^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$ و $BC=\sqrt{(2)^2+(1)^2}=\sqrt{5}$ ومنه : $4=\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\cos\widehat{ABC}$ أي $\cos\widehat{ABC}=\frac{4}{5}$ ولدينا كذلك : $\cos^2\widehat{ABC}+\sin^2\widehat{ABC}=1$ أي $\frac{16}{25}+\sin^2\widehat{ABC}=1$ ومنه $\sin^2\widehat{ABC}=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$ وبالتالي $\sin\widehat{ABC}=\frac{3}{5}$	2×0.25
ب) حساب مساحة المثلث ABC : لدينا : $S_{ABC}=\frac{1}{2}BA\times BC\times\sin\widehat{BAC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{2}$ $S_{ABC}=\frac{3}{2}$	0.5
2) تبيان أن الشعاع $\vec{n}(1;2;-2)$ ناظمي للمستوي (ABC) : لدينا : $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{BA}=1\times2+2\times(-1)+(-2)\times0=2-2=0\\\vec{n}.\overrightarrow{BC}=1\times2+2\times(0)+(-2)\times1=2-2=0\end{cases}$ ومنه $\vec{n}(1;2;-2)$ ناظمي للمستوي (ABC) ▪ **تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) :** معادلة للمستوي (ABC) من الشكل : $x+2y-2z+d=0$ لتعيين قيمة d نعوض باحداثيات النقطة $B(1;2;0)$ في المعادلة نجد : $1+2\times2-2\times0+d=0$ أي $d=-5$ **معادلة للمستوي (ABC) : $x+2y-2z-5=0$**	3×0.25
3) تبيان أن $ABCD$ رباعي وجوه: ▪ لدينا : $d(D;(ABC))=\frac{\|0+2(0)-2m-5\|}{\sqrt{(1)^2+(2)^2+(-2)^2}}=\frac{\|-2m-5\|}{\sqrt{9}}=\frac{\|2m+5\|}{3}$ أي $d(D;(ABC))=\frac{2m+5}{3}$ لان m عدد حقيقي موجب **ومنه $d(D;(ABC))\neq0$ أي أن $ABCD$ رباعي وجوه**	0.25

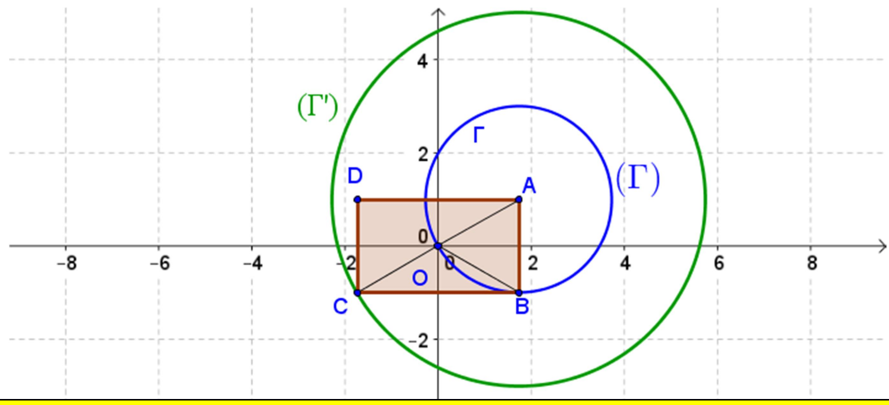
0.25	▪ تبيان أن حجمه $V_{ABCD}=\frac{2m+5}{6}$: لدينا : $V_{ABCD}=\frac{1}{3}\times S_{ABC}\times h=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{2m+5}{3}=\frac{2m+5}{6}$
	4) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$.
2×0.25	**أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب m فإن (S_m) سطح كرة :** لدينا : $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$ يكافئ $x^2+y^2+(z-m)^2-m^2+m^2-9=0$ ومنه : $x^2+y^2+(z-m)^2=9$ **ومنه (S_m) سطح كرة مركزها النقطة $D(0;0;m)$ ونصف قطرها $R=3$**
0.5	**ب) تعيين قيمة m حتى يكون (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m):** (ABC) مماس لسطح الكرة (S_m) يعني $d(D,(ABC))=3$ ومنه $\frac{2m+5}{3}=3$ لأن $d(D;(ABC))=\frac{2m+5}{3}$ أي $2m+5=9$ ومنه $2m=4$ **وبالتالي $m=2$**
0.5	**ج) كتابة معادلة للمستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) ويمس (S_m):** (ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_2) التي مركزها $D(0;0;2)$ معادلة للمستوي (P) من الشكل $x+2y-2z+d'=0$ (P) مستوي مماس لـ (S_2) يعني $\frac{\lvert -4+d'\rvert}{3}=3$ ومنه $\lvert -4+d'\rvert=9$ إما $d'-4=9$ ومنه $d'=13$ أو $d'-4=-9$ ومنه $d'=-5$ **معادلة للمستوي (P) هي $x+2y-2z+13=0$** المستوي الآخر هو المستوي (ABC) معادلته هي $x+2y-2z-5=0$
04.5 نقطة	**التمرين الثاني**
	المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $\begin{cases} u_0=11 \\ u_{n+1}=\sqrt{u_n-2}+2 \end{cases}$
	1) أ) تمثيل الحدود u_3,u_2,u_1,u_0:

0.75	
0.25	**ب) التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n):** نلاحظ أن $u_0 > u_1 > u_2 > u_3$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة .
0.75	**2) البرهان بالتراجع أنه من كل عدد طبيعي n، $3 \le u_n \le 11$:** نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . 1) من أجل $n=0$ لدينا : $u_0 = 11$ إذن $3 \le u_0 \le 11$ ومنه الخاصية محققة من أجل $n=0$. 2) نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن $3 \le u_n \le 11$ ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن $3 \le u_{n+1} \le 11$ ▪ لدينا : $3 \le u_n \le 11$ ومنه $3-2 \le u_n - 2 \le 11-2$ أي $\sqrt{1} \le \sqrt{u_n-2} \le \sqrt{9}$ إذن $1+2 \le \sqrt{u_n-2}+2 \le 3+2$ وبالتالي $3 \le u_{n+1} \le 5$ لدينا $3 \le u_{n+1} \le 5$ و $5 < 11$ أي $3 \le u_{n+1} \le 11$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة . 3) حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3 \le u_n \le 11$
0.5	**3) التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n-2}\left(1-\sqrt{u_n-2}\right)$:** ▪ **لدينا :** $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n-2}+2-u_n = \sqrt{u_n-2}-(u_n-2)$ أي $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n-2}-\left(\sqrt{u_n-2}\right)^2 = \sqrt{u_n-2}\left(1-\sqrt{u_n-2}\right)$ **ومنه** $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n-2}\left(1-\sqrt{u_n-2}\right)$
0.5	**4) تبيان أنّ المتتالية (u_n) متناقصة:** ▪ لدينا : $3 \le u_n \le 11$ ومنه $1 \le \sqrt{u_n-2} \le 3$ ▪ ومنه : $-3 \le -\sqrt{u_n-2} \le -1$ أي $-2 \le 1-\sqrt{u_n-2} \le 0$ ▪ وبالتالي لدينا : $\sqrt{u_n-2}\left(1-\sqrt{u_n-2}\right) \le 0$ ومنه $u_{n+1} - u_n \le 0$ **أي المتتالية (u_n) متناقصة .**

5) استنتاج مما سبق أن المتتالية (u_n) متقاربة : ▪ (u_n) متتالية محدودة من الأسفل بالعدد 3 وهي متناقصة فهي متقاربة . **❖ تعيين نهايتها :** نضع : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = L$ إذن لدينا : $L=\sqrt{L-2}+2$ ومنه $L-2=\sqrt{L-2}$ وبالتالي $(L-2)^2=L-2$ أي $(L-2)^2-(L-2)=0$ ومنه $(L-2)\left[(L-2)-1\right]=0$ أي $(L-2)(L-3)=0$ وبالتالي : المعادلة تقبل حلين هما $L=3$ أو $L=2$ **وبالتالي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=3$ لان $3\le u_n\le 11$**	0.5
6) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le u_{n+1}-3\le\frac{1}{2}(u_n-3)$: ▪ لدينا : $3\le u_{n+1}\le 11$ ومنه $0\le u_{n+1}-3\le 8$ أي $(1)...0\le u_{n+1}-3$ ▪ ولدينا : $u_{n+1}-3=\sqrt{u_n-2}+2-3=\sqrt{u_n-2}-1$ أي $u_{n+1}-3=\dfrac{\left(\sqrt{u_n-2}-1\right)\left(\sqrt{u_n-2}+1\right)}{\sqrt{u_n-2}+1}=\dfrac{u_n-2-1}{\sqrt{u_n-2}+1}=\dfrac{u_n-3}{\sqrt{u_n-2}+1}$ ولدينا : $3\le u_n$ ومنه $1\le u_n-2$ أي $2\le\sqrt{u_n-2}+1$ وبالتالي : $\dfrac{1}{\sqrt{u_n-2}+1}\le\dfrac{1}{2}$ ومنه $(2)...\dfrac{u_n-3}{\sqrt{u_n-2}+1}\le\dfrac{1}{2}(u_n-3)$ من (1) و (2) نستنتج أن : $0\le u_{n+1}-3\le\frac{1}{2}(u_n-3)$	0.5
ب) استنتاج أن : $0\le u_n-3\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ من أجل كل عدد طبيعي n: - لدينا : $u_1-3\le\frac{1}{2}(u_0-3)$ $u_2-3\le\frac{1}{2}(u_1-3)$ $u_3-3\le\frac{1}{2}(u_2-3)$ . . . $u_n-3\le\frac{1}{2}(u_{n-1}-3)$ ومنه : $\cancel{(u_1-3)}\,\cancel{(u_2-3)}\,\cancel{(u_3-3)}\times...\times(u_n-3)\le\frac{1}{2}(u_0-3)\times\frac{1}{2}\cancel{(u_1-3)}\times...\times\frac{1}{2}\cancel{(u_{n-1}-3)}$	0.5

ومنه $u_n-3\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n(u_0-3)$ إذن : $0\leq u_n-3\leq 8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$		
▪ **تعيين نهاية المتتالية (u_n):** لدينا : $0\leq u_n-3\leq 8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ولدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[8\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-3)=0$ أي $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$		0.25
التمرين الثالث :		**04.5 نقطة**
1) حل المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ - حساب المميز : $\Delta=\left(-2\sqrt{3}\right)^2-4\times4=12-16=-4=(2i)^2$ - المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\frac{2\sqrt{3}+2i}{2}=\sqrt{3}+i,\ z_2=\frac{2\sqrt{3}-2i}{2}=\sqrt{3}-i$ مجموعة الحلول $S=\left\{\sqrt{3}-i,\ \sqrt{3}+i\right\}$		3×0.25
2) كتابة الحلول على الشكل المثلثي: - لدينا : $z_1=\sqrt{3}+i$ حساب الطويلة : $\|z_1\|=\left\|\sqrt{3}+i\right\|=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=\sqrt{4}=2$ تعيين عمدة للعدد $z_1=\sqrt{3}+i$: نضع $\theta_1=\arg(z_1)$ لدينا $\begin{cases}\cos\theta_1=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta_1=\frac{1}{2}\end{cases}$ ومنه $\theta_1=\frac{\pi}{6}+2k\pi;(k\in\mathbb{Z})$ اي $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$		2×0.25
- **كتابة $z_2=\sqrt{3}-i$ على الشكل المثلثي :** $z_2=\overline{z_1}=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$		0.25
3) لدينا : $z_A=\sqrt{3}+i,\ z_B=\sqrt{3}-i,\ z_C=-\sqrt{3}-i$		
أ) تعيين z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع : $ABCD$ متوازي أضلاع يعني $z_{\overrightarrow{AD}}=z_{\overrightarrow{BC}}$ أي $z_D-z_A=z_C-z_B$ ومنه		

0.25	$z_D = z_C - z_B + z_A = -\sqrt{3} - i - \sqrt{3} + i + \sqrt{3} + i = -\sqrt{3} + i$ أي $z_D = -\sqrt{3} + i$
3×0.25	**ب) كتابة الأعداد z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي :** - لدينا : $z_B = 2e^{-i\frac{\pi}{6}},\ z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ولدينا : $z_C = -z_A = -2e^{i\frac{\pi}{6}} = 2e^{i\pi} \times e^{i\frac{\pi}{6}} = 2e^{i\frac{7\pi}{6}}$ أي $z_C = 2e^{i\frac{7\pi}{6}}$
$0.25 + 0.5$	**ج) تعيين العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقيا :** - لدينا : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^n \times \left(\frac{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^n \times \left(\frac{2e^{i\frac{7\pi}{6}}}{2}\right)^n$ أي $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{6}} \times e^{-i\frac{n\pi}{6}} \times e^{i\frac{7n\pi}{6}} = e^{i\frac{7n\pi}{6}}$ $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي يعني $\sin\frac{7n\pi}{6} = 0$ ومنه $\frac{7n\pi}{6} = k\pi$ أي $7n\pi = 6k\pi$ إذن $7n = 6k$ مع $k = 7\alpha$ وبالتالي $n = 6\alpha$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$
	4) لدينا العبارة المركبة للتحويل S من الشكل : $z' = \left(1 - i\sqrt{3}\right)z - \sqrt{3} + 3i$
3×0.25	**أ) تعيين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة :** لدينا S من الشكل : $z' = az + b$ حيث $a = 1 - i\sqrt{3}$ ، $b = -\sqrt{3} + 3i$ إذن : $\|a\| = \left\|1 - i\sqrt{3}\right\| = 2$ ومنه S تشابه مستوي مباشر نسبته $\|a\| = 2$ وزاويته $\theta = \arg(a) = \arg\left(1 - i\sqrt{3}\right) = -\frac{\pi}{3}$ لأن $\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ومركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{b}{1-a} = \frac{-\sqrt{3} + 3i}{1 - 1 + i\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3} + 3i}{i\sqrt{3}} \times \frac{-i\sqrt{3}}{-i\sqrt{3}} = \sqrt{3} + i$ أي $z_\Omega = \sqrt{3} + i = z_A$ مركز التشابه هو النقطة $A\left(\sqrt{3} + i\right)$
0.25	**ب) تعيين طبيعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $(z - z_A)\left(\overline{z - z_A}\right) = z_C \overline{z_C}$** - **لدينا :** $(z - z_A)\left(\overline{z - z_A}\right) = \|z - z_A\|^2$ و $z_C \overline{z_C} = \|z_C\|^2 = 4$ $(z - z_A)\left(\overline{z - z_A}\right) = z_C \overline{z_C}$ يكافئ $\|z - z_A\|^2 = 4$

	ومنه $\|z-z_A\|=2$ أي $AM=2$ وبالتالي المجموعة (Γ) هي دائرة مركزها $A(\sqrt{3}+i)$ ونصف قطرها $r=2$
0.25	ج) تعيين (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S: (Γ') هي دائرة مركزها $A(\sqrt{3}+i)$ لان $S(A)=A$ ونصف قطرها $r'=2r=2\times 2=4$
	الرسم: 
<u>06,5 نقطة</u>	**<u>التمرين الرابع :</u>**
	I. لدينا لدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)$
	1) دراسة تغيرات الدالة g :
0.25	▪ **حساب النهايات :** $\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)\right]=-\infty$ لان $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)=1\\ \lim_{x\to+\infty}\left[-\ln(x+1)\right]=-\infty\end{cases}$
0.25	▪ **حساب المشتقة:** $g'(x)=\frac{x+1-x}{(x+1)^2}-\frac{1}{x+1}=\frac{1-x-1}{(x+1)^2}=-\frac{x}{(x+1)^2}$ من أجل $x\in]0;+\infty[$
0.25	▪ **اشارة المشتقة :** x: 0 ... $+\infty$ $g'(x)$: ‖ $-$
0.5	▪ **جدول تغيرات الدالة g:** x: 0 ... $+\infty$ $g'(x)$: ‖ $-$ $g(x)$: 0 ↘ $-\infty$
0.25	**2) استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$:** إشارة $g(x)$ سالبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ أي $g(x)<0$ من أجل $x\in]0;+\infty[$

II. لدينا الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}\ln\left(e^{x}+1\right)$

1) حساب النهايات :

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[e^{-x}\ln\left(e^{x}+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln\left(e^{x}+1\right)}{e^{x}}=1$

يمكن وضع $e^{x}=X$ ولدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x}=0$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{X\to0}\dfrac{\ln(X+1)}{X}=1$

0.25

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[e^{-x}\ln\left(e^{x}+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[e^{-x}\ln e^{x}\left(1+e^{-x}\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{x}}$

ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{x}}=0$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+e^{-x}\right)=0$

0.25

- **التفسير الهندسي للنتيجتين :**

المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين أفقيين $y=1$ عند $-\infty$ و $y=0$ عند $+\infty$

$0.25+0.25$

2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=e^{-x}g\left(e^{x}\right)$:

لدينا : $f'(x)=-e^{-x}\ln\left(e^{x}+1\right)+e^{-x}\times\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}=e^{-x}\left(-\ln\left(e^{x}+1\right)+\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}\right)$

ومنه : $f'(x)=e^{-x}\left(\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}-\ln\left(e^{x}+1\right)\right)=e^{-x}\times g\left(e^{x}\right)$

أي $f'(x)=e^{-x}g\left(e^{x}\right)$

0.5

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

من أجل $x\in\mathbb{R}$ لدينا : $e^{x}>0$ أي $e^{x}\in\left]0;+\infty\right[$

من أجل $x\in\left]0;+\infty\right[$ لدينا : $g(x)<0$ ومنه $g\left(e^{x}\right)<0$

إذن من أجل $x\in\mathbb{R}$ لدينا : $e^{-x}\times g\left(e^{x}\right)<0$

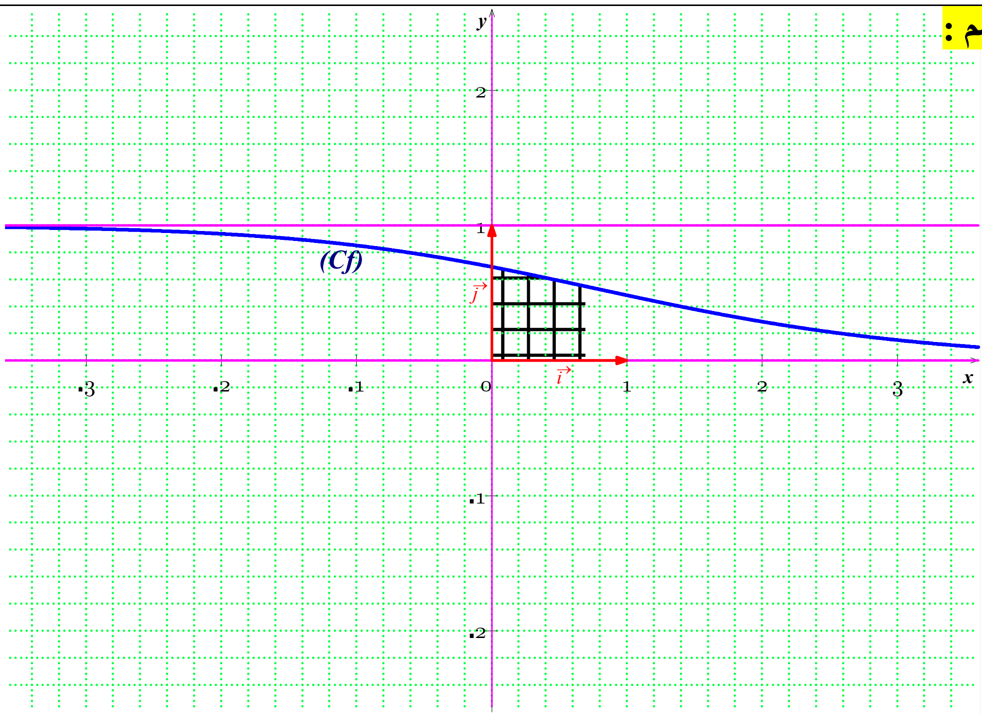
وبالتالي : $f'(x)<0$ من أجل $x\in\mathbb{R}$ ومنه f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

0.5

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$
$f(x)$	1 $\searrow$ 0

0.5

0.75	▪ الرسم : 
0.5	4) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)+f(x)=1-\frac{e^x}{e^x+1}$: - لدينا : $f'(x)+f(x)=e^{-x}\left(\frac{e^x}{e^x+1}-\ln\left(e^x+1\right)\right)+e^{-x}\ln\left(e^x+1\right)=e^{-x}\left(\frac{e^x}{e^x+1}\right)$ ومنه $f'(x)+f(x)=\frac{1}{e^x+1}=1-\frac{e^x}{e^x+1}$
0.75	ب) تعيين دالة أصلية F للدالة f والتي تنعدم من أجل القيمة 0: - لدينا : $f'(x)+f(x)=\frac{1}{e^x+1}=1-\frac{e^x}{e^x+1}$ ومنه $f(x)+F(x)=x-\ln\left(e^x+1\right)+C$ أي $F(x)=x-\ln\left(e^x+1\right)-f(x)+C$ ومنه : $F(x)=x-\ln\left(e^x+1\right)-e^{-x}\ln\left(e^x+1\right)+C$ وبالتالي مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ هي الدوال F حيث : $F(x)=x-\left(1+e^{-x}\right)\ln\left(e^x+1\right)+C$ مع $C\in\mathbb{R}$
0.25	- تعيين الدالة الأصلية F حيث : $F(0)=0$: $F(0)=0$ يعني $0-\left(1+e^{-0}\right)\ln\left(e^0+1\right)+C=0$ ومنه $-2\ln 2+C=0$ أي $C=2\ln 2$ وبالتالي $F(x)=x-\left(1+e^{-x}\right)\ln\left(e^x+1\right)+2\ln 2$
0.5	ج) حساب المساحة S: بما أن الدالة f مستمرة وموجبة على المجال $[0;\ln 2]$ فإن : $S=\int_0^{\ln 2} f(x)dx=\left[F(x)\right]_0^{\ln 2}$ أي $S=F(\ln 2)-F(0)$ ومنه $S=\ln 2-\left(1+e^{-\ln 2}\right)\ln\left(e^{\ln 2}+1\right)+2\ln 2-0=3\ln 2-\left(1+\frac{1}{2}\right)\ln 3$

	إذن $S = 3\ln 2 - \frac{3}{2}\ln 3 = 3\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 3\right) = 3\left(\ln 2 - \ln\sqrt{3}\right) = 3\ln\frac{2}{\sqrt{3}}uA$ ومنه $S = 0.43cm^2$

☜ انتهى تصحيح الموضوع الثاني للبكالوريا التجريبي ماي 2015 ☺ الشعبة رياضيات

✌مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح والسعادة ☺في البكالوريا 2015 ❀

التمرين الأول