الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البويرة ثانوية خالص سليمان- بشلول

تصحيح البكالوريا التجريبية

في

مادة الرياضيات

مــــــــــاي 2016

السنة الدراسية :

2015 – 2016

إعداد الأستاذ:

شداني عبد المالك

التَصْحِيحْ المفصل للبكالوريا التجريبي — 2016/05/17 — الموضوع 01

تصحيح التمرين الأول (05 نقاط) (الأعداد المركبة)	التنقيط

1) أ) كتابة z_A ، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل المثلثي و استنتاج الشكل الأسي :

لدينا، $\arg(z_A)=\frac{\pi}{4}$; $|z_A|=\sqrt{2}$ $\quad$ $\arg(z_B)=-\frac{\pi}{6}$; $|z_B|=2$

$\left|\frac{z_A}{z_B}\right|=\frac{|z_A|}{|z_B|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right)=\arg(z_A)-\arg(z_B)=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{12}$ $\qquad$ 01ن

منه:

العدد المركب	الشكل المثلثي	الشكل الأسي
z_A	$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
z_B	$2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]$	$2e^{-\frac{\pi}{6}i}$
$\frac{z_A}{z_B}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right]$	$\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{5\pi}{12}i}$

ب) كتابة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري: $\qquad$ 0,5

$$\frac{z_A}{z_B}=\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}=\frac{(1+i)(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)}=\frac{\sqrt{3}+i+i\sqrt{3}-1}{3+1}=\boxed{\frac{\sqrt{3}-1}{4}+i\frac{\sqrt{3}+1}{4}}$$

استنتاج القيمة المظبوطة لكل من، $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$:

لدينا مما سبق: $\qquad$ 0,5

$$\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$$

بمطابقة الشكل الجبري و المثلثي للعدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ نجد:

$$\begin{cases}\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}-1}{4}\\ \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}+1}{4}\end{cases}$$

ومنه :

$$\boxed{\begin{cases}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\\ \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\end{cases}}.$$

2) إيجاد قيمة العدد الطبيعي n :

0,25 $\qquad$ $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)$ تكافئ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}\right)^n=\frac{1}{4}e^{i\frac{5\pi}{3}}$ أي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{5n\pi}{12}}=\frac{1}{4}e^{i\frac{5\pi}{3}}$ ومنه $\boxed{n=4}$

0,25 $\qquad$ $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8=\left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2=\left(\frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)\right)^2=\frac{1}{16}(-2-2\sqrt{3}i)=\boxed{-\frac{1}{8}(1+\sqrt{3}i)}$

3) **طبيعة التحويل النقطي S وعناصره المميزة:**

0,75 — التحويل النقطي S معادلته من الشكل ، $z'=az+b$ حيث $a=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ و $b=0$.

بما أن $a\in\mathbb{C}$ و $|a|\neq 1$ فإن S عبارة عن تشابه مباشر

نسبته: $k=|a|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ زاويته : $\theta=\arg(a)=\frac{5\pi}{12}$ مركزه النقطة O لأن $b=0$

4) أ) **تعيين المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوي و التي تحقق: $z=z_c+2e^{i\theta}$ لما θ تمسح $\mathbb{R}$:**

0,5 — $z=z_c+2e^{i\theta}$ تكافئ $z-z_c=2e^{i\theta}$

تكافئ $|z-z_c|=2$

تكافئ $CM=2$ ومنه (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف القطر 2

ب) **تعيين المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق : $Arg(z-z_c)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$:**

0,5 — $Arg(z-z_c)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ يكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM})=\frac{\pi}{4}+2\pi k$

يكافئ M تنتمي الى نصف المستقيم الذي مبدؤه C و الموجه

بالشعاع $\vec{v}$ حيث $(\vec{u};\vec{v})=\frac{\pi}{4}$

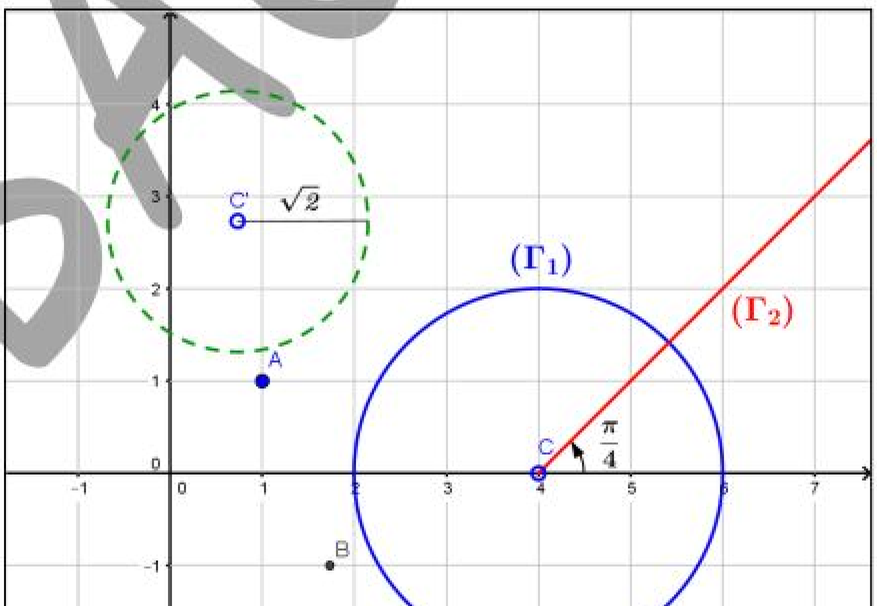
5) **إيجاد صورة المجموعة (Γ_1) بالتحويل S :**

لدينا، (Γ_1) هي الدائرة ذات المركز C ونصف القطر 2، بما التحويل S تشابه مباشر فإنه يحافظ على طبيعة الأشكال و عليه :

0,5 — صورة (Γ_1) بالتحويل S هي الدائرة ذات المركز 'C ونصف القطر 'r حيث :

$$\begin{cases} C'=S(C) \\ r'=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2 \end{cases}$$ وبعد الحساب نجد: $$\begin{cases} C'=2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} \\ r'=\sqrt{2} \end{cases}$$

0,25 — مساحته:



التنقيط	(الهندسة الفضائية)	تصحيح التمرين الثاني (04.5 نقاط)

1) **تبيان أن النقط A، B و C تعين مستوي :**

0,25 لدينا، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\1\\0\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\-4\\-5\end{pmatrix}$ ، بما أن $\frac{-3}{-4}\neq\frac{-3}{-3}$ فإن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا

وعليه النقط A، B و C تعين مستوي (ABC)

◆ **التأكد أن $\vec{n}(1;3;3)$ شعاع ناظمي له :**

0,75 لدينا،
$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=(1\times-3)+(3\times1)+(3\times0)=-3+3=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=(1\times-3)+(3\times-4)+(3\times-5)=-3-12+15=0\end{cases}$$

الشعاع $\vec{n}$ عمودي على شعاعين غير مرطبتين خطيا من المستوي (ABC) فهو شعاع ناظمي له.

وعليه المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) من الشكل : $x+3y+3z+d=0$ مع $d\in\mathbb{R}$

بما أن : $C\in(ABC)$ نجد: $15+d=0$ أي $d=-15$

- المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $x+3y+3z-15=0$ -

2) أ) **برهان ان المثلث AOB متساوي الساقين:**

0,25 لدينا، $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}0\\5\\0\end{pmatrix}$ ومنه نجد: $OA=OB=5$ إذن المثلث AOB متساوي الساقين

0,25 ب) **تعيين إحداثيات النقطة I منتصف القطعة [AB] :**

لدينا، $x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{3}{2}$ $\quad y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{9}{2}$ $\quad z_I=\frac{z_A+z_B}{2}=0$ ومنه $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};0\right)$

025 **حساب OI :** $OI=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2+(0)^2}=\sqrt{\frac{9+81+0}{4}}=\sqrt{\frac{90}{4}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

ج) **تبيان ان المستقيم (OC) عمودي علة المستقيم (AOB) :**

0,5 لدينا،
$$\begin{cases}\overrightarrow{OC}\bullet\overrightarrow{OA}=(0\times3)+(0\times4)+(5\times0)=0\\ \overrightarrow{OC}\bullet\overrightarrow{OB}=(0\times0)+(0\times5)+(5\times0)=0\end{cases}$$
منه الشعاع $\overrightarrow{OC}$ عمودي على شعاعين غير مرتبطين من المستوي (AOB) ومنه المستقيم (OC) عمودي على المستوي (AOB) .

د) **استنتاج حجم رباعي الوجوه OABC :**

0,5 $V_{OABC}=\frac{1}{3}\times S_{ABC}\times OC$ حيث S_{ABC} مساحة المثلث ABC

$$V_{OABC}=\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}AB\times OI\right]\times OC=\frac{1}{6}\sqrt{10}\times\frac{3\sqrt{10}}{2}\times5=\boxed{\frac{25}{2}\ u.v}$$

3) **المسافة بين النقطة O و المستوي (ABC) :**

0,25 $$d[O;(ABC)]=\frac{\lvert-15\rvert}{\sqrt{1+3^2+3^2}}=\frac{15}{\sqrt{19}}=\frac{15\sqrt{19}}{19}$$

4) أ) **التمثيل الوسيطي للمستقيم (DE) :**

من اجل كل نقطة $M(x;y;z)$ من المستقيم (DE) نجد: $\overrightarrow{EM}=t\times\overrightarrow{DE}\ /\ t\in\mathbb{R}$

حيث $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-2\\6\\-8\end{pmatrix}$ شعاع توجيه المستقيم (DE) ومنه: $/\ t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-4-2t\\y=6t\\z=-3-8t\end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (DE) . — 0,5

ب) المعادلة الديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة $[DE]$:

لدينا، $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-2\\6\\-8\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستوي (Q) و النقطة $J(-3;-3;1)$ منتصق القطعة $[DE]$ تنتمي الى المستوي (Q) وعليه نجد بعد الحساب أن $-2x+6y-8z+20=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (Q) — 0,5

ج) التحقق أن النقطة $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) :

لدينا، $-2x_F+6y_F-8z_F+20=-2(-1)+6(1)-8\left(\frac{7}{2}\right)+20=2+6-28+20=0$ — 0,25

إذن $F\in(Q)$.

د) استنتاج المسافة بين النقطة F و المستقيم (DE) : — 0,25

من السؤالين 4)ب) و 4)ج) نستنتج: $d\left[F;(DE)\right]=FJ=\sqrt{2^2+4^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{105}}{2}$

تصحيح التمرين الثالث (3,5 نقاط)	(المتتاليات)	التنقيط

1) حساب u_0 ثم البرهان بالتراجع أن $u_n>0$: — 0,25

حساب u_0 : $u_0=\int_0^1 e^{2-x}dx=-\int_0^1 -e^{2-x}dx=-\left[e^{2-x}\right]_0^1=-\left(e-e^2\right)=e^2-e$

نضع: $P(n): u_n>0$

المرحلة01: من اجل $n=0$ نجد $u_0=e^2-e$ ومنه $u_0>0$ و عليه $P(0)$ محققة

المرحلة02: من اجل عدد طبيعي n ، نفرض صحة $P(n)$ و نبرهن صحة $P(n+1)$ — 0,75

لدينا، $u_{n+1}=\int_{n+1}^{n+2} e^{2-x}$ و بوضع: $x=t+1$ نجد، $t=x-1$ ومنه نجد : $u_{n+1}=\int_{n}^{n+1} e^{2-(t+1)}dt$

ومنه، $u_{n+1}=\int_{n}^{n+1} e^{2-t}\times e^{-1}dt$ وعليه نجد: $u_{n+1}=e^{-1}\underbrace{\int_{n}^{n+1} e^{2-t}dt}_{>0}$ ومنه نجد: $u_{n+1}>0$

و عليه $p(n+1)$ محققة .

- من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>0$ -

2) حساب u_n بدلالة n :

$u_n=\int_n^{n+1} e^{2-x}dx=-\left[e^{2-x}\right]_n^{n+1}=-\left[e^{1-n}-e^{2-n}\right]=e^{2-n}-e^{1-n}=(e-1)e^{1-n}$ — 0,5

3) إثبات أن (u_n) متتالية هندسية:

من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=(e-1)e^{1-(n+1)}=(e-1)e^{1-n}\times e^{-1}=\frac{1}{e}\times u_n$ — 0,5

إذن (u_n) متتالية هندسية أساسهـــا $q=\frac{1}{e}$ و حدها الأول $u_0=e^2-e$

4) أ) **تعيين إتجاه تغير المتتالية (u_n) :**

من اجل كل عدد طبيعي n ،

0,5 $u_{n+1}-u_n=(e-1)e^{-n}-(e-1)e^{1-n}=(e-1)e^{-n}(1-e)=-(e-1)^2e^{-n}$

نلاحظ: $u_{n+1}-u_n<0$ وعليه المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ب) **استنتاج ان (u_n) متقاربة:**

0,25 بما ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما و محدودة من الأسفل بالعدد 0 فهي متقاربة .

$$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}(e-1)e^{1-n}=0$$

5) **حساب S_n :**

0,5
$$S_n=u_0+u_1+\dots+u_n=u_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=(e^2-e)\frac{1-\left(\frac{1}{e}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{e}}=e^2\left(1-\frac{1}{e^{n+1}}\right)$$

0,25
$$\lim_{n\to+\infty}S_n=\lim_{n\to+\infty}e^2\left(1-\frac{1}{e^{n+1}}\right)=e^2$$

تصحيح التمرين الرابع (7نقاط) (الدوال العددية)	التنقيط

الجـــــزء الأول: $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^x)$ ، $D_f=\mathbb{R}$.

0,5 ❶ $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[e^{-x}\ln(1+e^x)\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(1+e^x)}{e^x}$ ، نضـــــع: $y=e^x$ نجـد:

$\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(1+e^x)}{e^x}=\lim_{y\to0}\frac{\ln(1+y)}{y}=1$ ومنـــــه : $\boxed{\lim_{x\to-\infty}f(x)=1}$.

0,25 **التفسير الهندسي:** (C_f) يقبل مستقيم مقـــــارب أفقي معادلته $\boxed{y=1}$ بجـــوار $-\infty$.

2) أ/ لدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

0,25
$$f(x)=e^{-x}\ln\left[e^x(e^{-x}+1)\right]=e^{-x}\left[\underbrace{\ln e^x}_{=x}+\ln\left(e^{-x}+1\right)\right]=e^{-x}\times x+e^{-x}\ln(1+e^{-x})$$
$$=\frac{x}{e^x}+e^{-x}\ln(1+e^{-x})$$

ب/حساب نهاية f عند $+\infty$ و تفسيرها هندسيـــا :

0,5 $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x}{e^x}+e^{-x}\ln(1+e^{-x})\right]$ ، لدينا: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$ ، وبوضع: $y=1+e^{-x}$ نجد:

$\lim_{x\to+\infty}e^{-x}\ln(1+e^{-x})=\lim_{y\to1}(y-1)\ln y=0$ ومنــه: $\boxed{\lim_{x\to+\infty}f(x)=0}$.

0,25 التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقـــــارب أفقي معادلته $\boxed{y=0}$ بجـــوار $+\infty$.

3) $g(t)=\frac{t}{1+t}-\ln(1+t)$ ، $D_g=]-1;+\infty[$

أ/ دراسة تغيرات الدالة g:

0,75 النهايات: $\lim_{t\to+\infty} g(t)=-\infty$

- من أجل كل عدد حقيقي t من $]0;+\infty[$، ولدينا: $g'(t)=\frac{1}{(1+t)^2}-\frac{1}{1+t}=\frac{-t}{(1+t)^2}$

- نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي t من $]0;+\infty[$: $g'(t)<0$.

ب/ جدول التغيرات: لدينا: $g(0)=0$

t	0	$+\infty$
$g'(t)$	$-$	
$g(t)$	0 ↘	$-\infty$

0,5

من جدول التغيرات نستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما t أن: $g(t)<0$.

4) أ/ حساب $f'(x)$:

0,5 لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا: $f'(x)=-e^{-x}\ln\left(1+e^x\right)+\frac{e^x}{1+e^x}\times e^{-x}$

ومنه: $f'(x)=-\frac{\ln(1+e^x)}{e^x}+\frac{e^x}{e^x\left(1+e^x\right)}=\frac{1}{e^x}\left[-\ln\left(1+e^x\right)+\frac{e^x}{1+e^x}\right]$ أي: $\boxed{f'(x)=\frac{g(e^x)}{e^x}}$.

0,25 ب/ من أجل كل عدد حقيقي x نضع: $t=e^x$ نجد: $\frac{g(t)}{t}<0$ (حسب 3.ب/) ومنه نجد:

$\frac{g(e^x)}{e^x}<0$ أي: $f'(x)<0$ ومنه f متناقصة على مجموعة تعريفها.

- جدول التغيرات:

0,25

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	1 ↘	0

ج/ إنشاء (C_f): (أنظر في أخر الصفحة)

الجزء الثاني: $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

0,25 1) لدينا من أجل كل عدد حقيقي t: $\frac{1}{1+e^t}=\frac{1+e^t-e^t}{1+e^t}=\frac{1+e^t}{1+e^t}-\frac{e^t}{1+e^t}=1-\frac{e^t}{1+e^t}$

2) حساب التكامل بالتجزئة:

1 نضع: $u(t)=\ln(1+e^t)$ $\quad u'(t)=\frac{e^t}{1+e^t}$

$v'(t)=e^{-t}$ $\quad v(t)=-e^{-t}$ ومنه :

$$F(x)=\left[\ln\left(1+e^{t}\right)\times -e^{-t}\right]_0^x-\int_0^x -e^{-t}\times\frac{e^{t}}{1+e^{t}}dt$$

$$=-e^{-x}\ln(1+e^{x})+\ln 2+\int_0^x\frac{1}{1+e^{t}}dt$$

$$=-e^{-x}\ln(1+e^{x})+\ln 2+\int_0^x 1-\frac{e^{t}}{1+e^{t}}dt$$

$$=-e^{-x}\ln(1+e^{x})+\ln 2+\left[t-\ln\left(1+e^{t}\right)\right]_0^x$$

$$=-e^{-x}\ln(1+e^{x})+\ln 2+\left[x-\ln(1+e^{x})-\ln 2\right]$$

$$=-f(x)-\left[\ln(1+e^{x})-x\right]+2\ln 2$$

$$=-f(x)-\left[\ln(1+e^{x})-\ln e^{x}\right]+2\ln 2$$

$$=-f(x)-\ln\left(\frac{1+e^{x}}{e^{x}}\right)+2\ln 2$$

3)حساب المساحة:

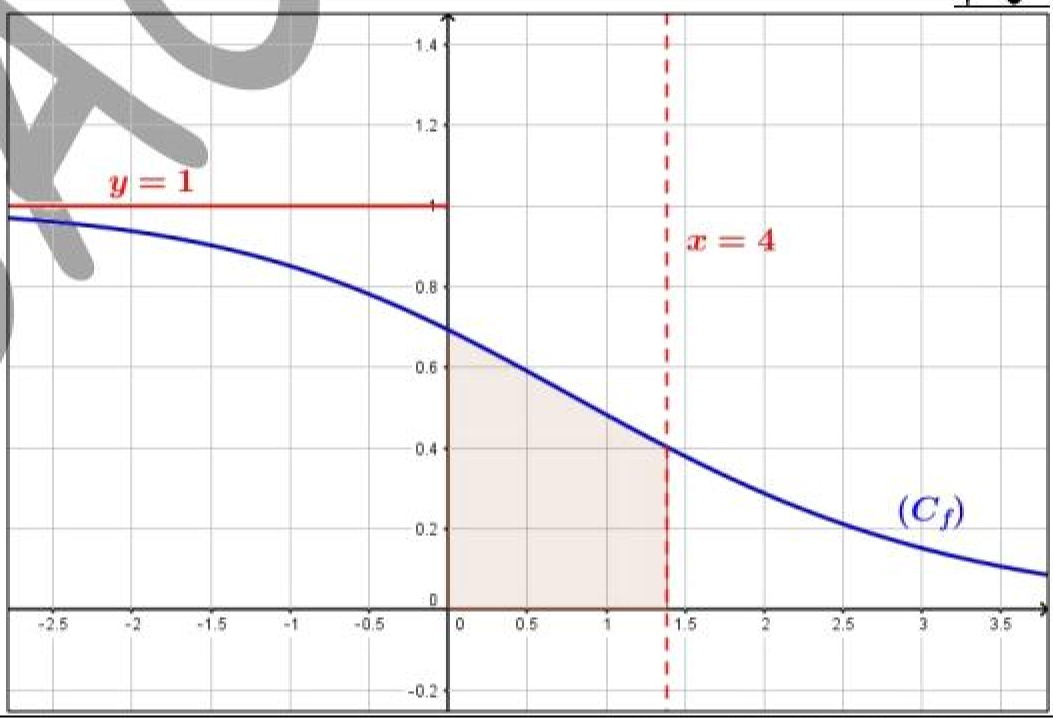
0,75 $$S=\int_0^{\ln 4}f(x)dx=\left[-f(x)-\ln\left(\frac{1+e^{x}}{e^{x}}\right)+2\ln 2\right]_0^{\ln 4}$$

$$=\left[-\frac{1}{4}\ln 5-\ln\left(\frac{5}{4}\right)+2\ln 2\right]-\left[-\ln\left[2-\ln 2+2\ln 2\right]\right]$$

$$=\frac{-5\ln 5}{4}+4\ln 2(u.a)=\left(\frac{-5\ln 5}{4}+4\ln 2\right)(5\times 2)cm^2=\frac{-25\ln 5}{2}+10\ln 2\ cm^2$$

الرسم:

1



وزارة التربية الوطنية — 2016/05/18 — مديرية التربية لولاية البويرة

ثانوية خالص سليمان - بشلول — المستوي: السنة الثالثة علوم تجريبية

التصْحِيحْ المفصل للبكالوريا التجريبي — الموضوع 02

تصحيح التمرين الأول (04 نقاط) (الهندسة الفضائية)	التنقيط

1) تبيان أن المستقيمان (d) و (Δ) يتقطعان في نقطة D :

(1) ليكن $\vec{u}(-2;1;-1)$ و $\vec{u}'(-1;-4;-2)$ شعاعي توجيه المستقيمين (Δ) و (d) على الترتيب

بما أن $\frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{-4} \neq \frac{-1}{-2}$ فإن $\vec{u}$ و $\vec{u}'$ شعاعين غير مرتبطين خطيا و عليه (Δ) و (d) غير متوازيان معناه (Δ) و (d) متقطعان او ليسا من نفس المستوي

- لتكن $D(x;y;z)$ نقطة تقاطع (Δ) و (d) فهي تحقق :
$$\begin{cases} -1-2t=-k & (1) \\ -3+t=-4k+1 & (2) \\ 2-t=-2k+4 & (3) \end{cases}$$

بجمع (2) و (3) نجد: $-1=-6k+5$ ومنه $k=1$ وعليه، من (2) نجد: $t=0$

- من اجل الثنائية $(t;k)=(0;1)$ نجد: $D(-1;-3;2)$.

2) التحقق ان $B\in(\Delta)$ و $C\in(d)$:

(0,25) من أجل ، $t=1$ نجد ان النقطة B تنتمي الى المستقيم (Δ)

من أجل ، $k=-1$ نجد ان النقطة C تنتمي الى المستقيم (d)

- تبيان أن المثلث BCD قائم :

(0,25) لدينا، $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}2\\8\\4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DB}=(2\times-2)+(1\times8)+(-1\times4)=8-8=0$

إذن $\overrightarrow{DC}\perp\overrightarrow{DB}$ وعليه المثلث BCD قائم في D

3) معادلة المستقيم (P) المعرف بالمستقيمين (d) و (Δ) :

(1) ليكن $\vec{n}(a;b;c)$ الشعاع الناظمي للمستوي (P) و منه نجد: $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{u}=0\\ \vec{n}\cdot\vec{u}'=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}-2a+b-c=0\\ -a-4b-2c=0\end{cases}$

تكافئ $\begin{cases}-2a+b-c=0 & (1)\\ 2a+8b+4c=0 & (2)\end{cases}$ بالجمع نجد: $9b+3c=0$ أي $c=-3b$

من (1) : $-2a+b-(-3b)=0$ أي $a=2b$

ومنه نجد: $\vec{n}(2b;b;-3b)$;عليه بأخذ: $b=1$ فإن $\vec{n}(2;1;-3)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)

و عليه المعادلة الديكارتية للمستوي (P) الشكل $2x+y-3+d=0$ مع $d\in\mathbb{R}$

بما ان ، $D\in(P)$ نجد: $2x_D+y_D-3z_D+d=0$ ومنه $d=11$

ومنه: المعادلة الديكارتية للمستوي (P) هي $2x+y-3z+11=0$

4) التحقق أن المستوي $(Q):-4x+y-1=0$ معرف بالمستقيم (d) و النقطة A :

(0,5) لدينا، $-4x_A+y_A-1=-4(-1)-3-1=4-4=0$ ومنه $A\in(Q)$ ...(1)

$-4(-k)+(-4k+1)-1=+4k-4k+1-1=0$ إذن $(d)\subset(Q)$ ... (2)

من (1) و (2) نجد: $-4x+y-1=0$ هي معادلة المستوي (Q) المعرف بالمستقيم (d) و النقطة A

5) أ) **تعيين الشرط على α :**

0,25

G مرجح الجملة المثقلة $\{(B,\alpha);(C,-2\alpha);(D,5)\}$ معرفة من اجل : $\alpha-2\alpha+5\neq0$ أي $-\alpha+5\neq0$ أي $\alpha\neq5$

ب) **إحداثيات النقطة G من اجل $\alpha=-1$:**

من اجل $\alpha=-1$ تكون G مرجح الجملة $\{(B,-1);(C,2);(D,5)\}$ ومنه

0,25

$$x_G=\frac{-x_B+2x_C+5x_D}{-1+2+5}=\frac{3+2-5}{6}=0 \qquad y_G=\frac{-y_B+2y_C+5y_D}{-1+2+5}=\frac{2+10-15}{6}=-\frac{1}{2}$$

$$z_G=\frac{-z_B+2z_C+5z_D}{-1+2+5}=\frac{-1+10+12}{6}=\frac{7}{2}$$

6) **تعيين (S) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث، $GM^2=36$:**

0,5

لدينا، $GM^2=36$ يكافئ $GM=6$ إذن (S) مجموعة النقط M من الفضاء هي الدائرة ذات المركز G ونصف القطر 6

تصحيح التمرين الثاني (05 نقاط) (الاعداد المركبة)	التنقيط

I) 1) **حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+2\sqrt{3}+4=0$:**

0,5

لدينا، $\Delta=\left(2\sqrt{3}\right)^2-4(1\times4)=12-16=-4$ ومنه : $\begin{cases} z_1=\dfrac{-2\sqrt{3}+i2}{2}=-\sqrt{3}+i \\ z_2=-\sqrt{3}-i \end{cases}$

2) **كتابة z_A ، z_B و z_C على الكل الأسي :**

0,75

$z_A=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_C=2e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

3) **تبيان ان z_B^{2016} حقيقي :**

0,5

$z_B^{2016}=\left(2e^{i\frac{5\pi}{6}}\right)^{2016}=2^{2016}e^{i\frac{5\times2016\pi}{6}}=2^{2016}\underbrace{e^{i1680}}_{=1}=2^{2016}$ ومنه z_B^{2016} حقيقي .

II) 1) **حساب قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$:**

0,25

$$\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=\arg\left(\frac{z_B}{z_A}\right)=\arg(z_B)-\arg(z_A)=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi-3\pi}{6}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$$

إستنتاج طبيعة المثلث OAB :

0,25

لدينا، $\begin{cases} \left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)=\dfrac{\pi}{3} \\ OA=OB=2 \end{cases}$ وعليه نستنتج أن ، المثلث OAB متقايس الأضلاع .

2) **إثبات أن OABC معين :**

0,5

لدينا، $\begin{cases} z_{\overrightarrow{OA}}=z_A=2i \\ z_{\overrightarrow{CB}}=z_B-z_C=2i \end{cases}$ ومنه $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}$ إذن OABC متوازي أضلاع

بما له ضلعان متقبلان متساويان $OA=OB$ فإن OABC معين

0,25

مساحته: $S_{OABC}=2\times S_{OAB}=2\left(\frac{1}{2}OA\times OB\times\sin\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\sqrt{3}\,u.a$

3) أ) تحديد زاوية الدوران $\mathfrak{R}$:

0,5 لدينا الدوران $\mathfrak{R}$ مركزه B ويحول O الى A معناه ، $\mathfrak{R}(O)=A$ ومنه نجد:

$z_A - z_B = e^{i\theta}(z_O - z_B)$ ومنه

$$e^{i\theta}=\frac{z_A-z_B}{z_O-z_B}=\frac{2i+\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}=\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}=\frac{\left(\sqrt{3}+i\right)^2}{\left(\sqrt{3}-i\right)\left(\sqrt{3}+i\right)}=\frac{2+2\sqrt{3}i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i=e^{i\frac{\pi}{3}}$$

إذن زاية الدوران $\mathfrak{R}$ هي $\frac{\pi}{3}$.

ب) الصيغة المركبة للتحاكي $\mathcal{H}$ الذي مركزه B ونسبته 2 :

0,25 العبارة المركبة للتحاكي $\mathcal{H}$ الذي مركزه B ونسبته 2 هي من الشكل ،

$z'-z_B=2(z-z_B)$ ومنه $z'=2z-z_B$ أي $z'=2z+\sqrt{3}-i$.

4) طبيعة التحويل و العناصر المميزة لتحويل $S=\mathfrak{R}\circ\mathcal{H}$:

0,5 لدينا S عبارة عن تركيب دوران $\mathfrak{R}$ مركزه B وزاوته $\frac{\pi}{3}$ مع تحاكي $\mathcal{H}$ مركزه B ونسبته 2

إذن نستنتج ان S عبارة عن تشابه مباشر مركزه B و زاوته $\frac{\pi}{3}$ و نسبته 2

- الصيغة المركبة للتشابه المباشر S :

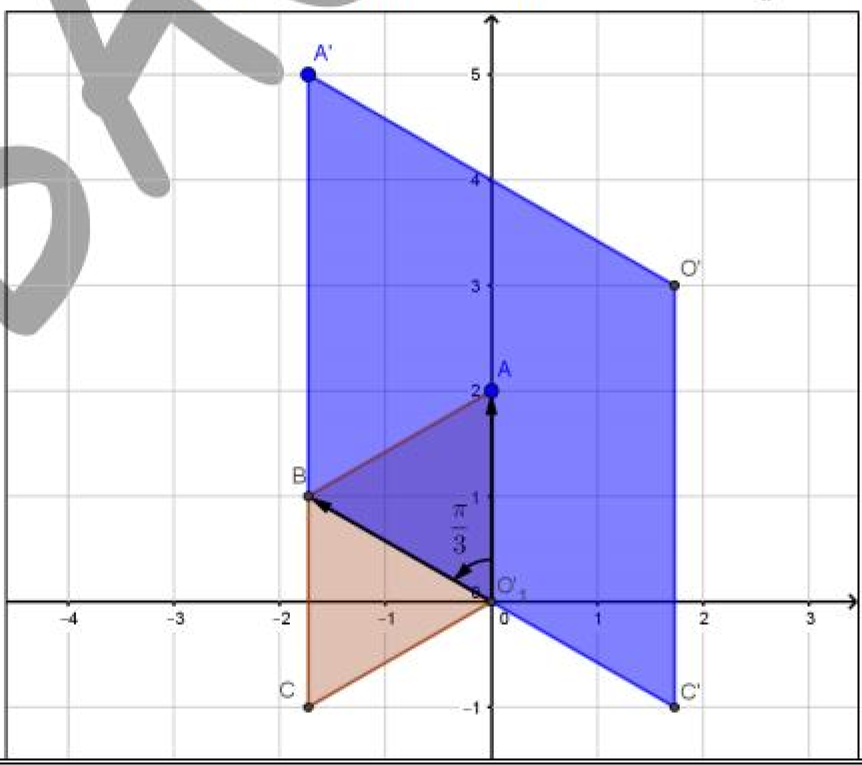
0,25 الصيغة المركبة له هي من الشكل ، $z'-z_B=2e^{i\frac{\pi}{3}}(z-z_B)$ ومنه نجد:

$z'=2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(z+\sqrt{3}-i\right)-\sqrt{3}+i$ ومنه : $z'=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+\sqrt{3}+3i$

5) طبيعة صورة المعين $OABC$:

0,25 لدينا ، التشابه المباشر يحافظ على كبيعة الاشكال الهندسية و بتالي فإن صورة المعين $OABC$ بالتحويل S هو كذلك معين نسميه $O'A'BC'$ حيث : $O'=S(O)\ ;\ A'=S(A)\ ;\ C'=S(C)$

0,25 و منه مساحته تكون كما يلي : $S_{O'A'BC'}=k^2S_{OABC}=4S_{OABC}=8\sqrt{3}\quad u.a$



تصحيح التمرين الثالث (4 نقاط) (المتتاليات)	التنقيط
1) أ) إثبات أن المتتالية (W_n) هندسية : من اجل كل عدد طبيعي n ، $W_{n+1}=U_{n+1}-V_{n+1}=\frac{U_n+2V_n}{3}-\frac{U_n+4V_n}{5}=\frac{5(U_n+2V_n)-3(U_n+4V_n)}{15}=\frac{2(U_n-V_n)}{15}$ $=\frac{2}{15}V_n$	0,75
إذن المتتالية (W_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{15}$ وحدها الأول ، $W_0=U_0-V_0=-1$	0,25
ب) كتابة W_n بدلالة n : من اجل كل عدد طبيعي n ، $W_n=W_0\times q^n=-\left(\frac{2}{15}\right)^n$	0,25
2) التعبير عن $U_{n+1}-U_n$ و $V_{n+1}-V_n$ بدلالة W_n: $\begin{cases} U_{n+1}-U_n=\frac{U_n+2V_n}{3}-U_n=\frac{U_n+2V_n-3U_n}{3}=\frac{V_n-U_n}{3}=-\frac{U_n-V_n}{3}=-\frac{1}{3}W_n \\ V_{n+1}-V_n=\frac{U_n+4V_n}{5}-V_n=\frac{U_n+4V_n-5V_n}{5}=\frac{U_n-V_n}{5}=\frac{1}{5}W_n \end{cases}$	0,5
♦ إستنتاج إتجاه تغير كل من المتتالين (U_n) و (V_n) : - من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}-U_n=-\frac{1}{3}W_n=\frac{1}{3}\left(\frac{2}{15}\right)^n$ و عليه : $U_{n+1}-U_n>0$ و منه المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.	0,25
- من اجل كل عدد طبيعي n ، $V_{n+1}-V_n=\frac{1}{5}W_n=-\frac{1}{5}\left(\frac{2}{15}\right)^n$ و عليه : $V_{n+1}-V_n<0$ و منه المتتالية (V_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.	0,25
♦ تبيان أن (U_n) و (V_n) متتاليتان متجاورتان : (U_n) متزايدة تماما و (V_n) متناقصة تماما و $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n-V_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}W_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-\left(\frac{2}{15}\right)^n=0$ إذن (U_n) و (V_n) متتاليتان متجاورتان	0,5
3) أ) إثبات أن المتتالية (t_n) : من اجل كل عدد طبيعي n ، $t_{n+1}=3U_{n+1}+10V_n=3\left(\frac{U_n+2V_n}{3}\right)+10\left(\frac{U_n+4V_n}{5}\right)=U_n+2V_n+2(U_n+4V_n)=3U_n+10V_n=t_n$ إذن المتتالية (t_n) ثابتة .	0,5
حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}t_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}t_n=t_0=3U_0+10V_0=3+20=23$	0,25
ب) تعيين نهاية المتتاليتين، (U_n) و (V_n) : بما أن (U_n) و (V_n) متتاليتان متجاورتان فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\lim\limits_{n\to+\infty}V_n=\ell$ لدينا ، $\lim\limits_{n\to+\infty}t_n=\lim\limits_{n\to+\infty}(3U_n+10V_n)$ ومنه $23=3\ell+10\ell=13\ell$ ومنه $\ell=\frac{23}{13}$ إذن: $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\lim\limits_{n\to+\infty}V_n=\frac{23}{13}$	0,5

الجزء 01: حساب $F'(x)$: من اجل كل عدد حقيقي x ، $F'(x)=\alpha-\dfrac{\beta e^{x}}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$ — 0,25

- تعيين العددين الحقيقيين $\alpha\ ;\ \beta$:

$F(1)=\dfrac{e}{1+e}$ و منه $\alpha+\dfrac{\beta}{1+e}=\dfrac{e}{1+e}$ إذن $\alpha(1+e)+\beta=e$ — 0,25

و $F'(0)=\dfrac{5}{4}$ ومنه $\alpha-\dfrac{\beta}{4}=\dfrac{5}{4}$ إذن $4\alpha-\beta=5$

ومنه يكون حل الجملة $\begin{cases}\alpha(1+e)+\beta=e\\ 4\alpha-\beta=5\end{cases}$ هو الحل الوحيد $(\alpha,\beta)=(1,-1)$.

الجزء الثاني

1. حساب النهايات: — 0,5

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x-\dfrac{1}{1+e^{x}}\right]=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\dfrac{1}{1+e^{x}}\right]=+\infty$

2. من اجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=1+\dfrac{e^{x}}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$ و منه نجد: $f'(x)>0$ — 0,25

جدول تغيرات الدالة f . — 0,25

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

3. أ)تعيين المستقيمات المقاربة: — 0,25

لدينا، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\cancel{x}-\dfrac{1}{1+e^{x}}-\cancel{x}\right]=0$ إذن $(\Delta_1): y=x$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f). بجوار $+\infty$ — 0,25

لدينا، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\cancel{x}-\dfrac{1}{1+e^{x}}-\cancel{x}+1\right]=0$ إذن $(\Delta_2): y=x-1$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f). بجوار $-\infty$

ب) الوضع النسبي : — 0,25

من اجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-x=-\dfrac{1}{1+e^{x}}$ و عليه : $f(x)-x<0$

إذن (C_f) تحت(Δ_1) . — 0,25

من اجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-y=-\dfrac{1}{1+e^{x}}+1=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$ و عليه : $f(x)-x>0$

إذن (C_f) فوق(Δ_2) .

4. التحقق أن $f(-x)+f(x)=-1$:

0,25 من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-x)=-x-\dfrac{1}{1+e^{-x}}=-x-\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$

ومنه: $f(-x)+f(x)=\cancel{-x}-\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}+\cancel{x}-\dfrac{1}{1+e^{x}}=\dfrac{-(1+e^{x})}{1+e^{x}}=-1$

0,25 نلاحظ أن : $f(0-x)+f(0+x)=2\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ نستنتج أن النقطة $I\left(0;\dfrac{-1}{2}\right)$ هي مركز تناظر لمنحني (C_f).

5. معادلة المماس (T) عند 0 :

0,25 معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند 0 هي $y=f'(0)(x-0)+f(0)$. ومنه: $(T): y=\dfrac{5}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

6.أ)تبيان $f(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث $0<\alpha<0,5$:

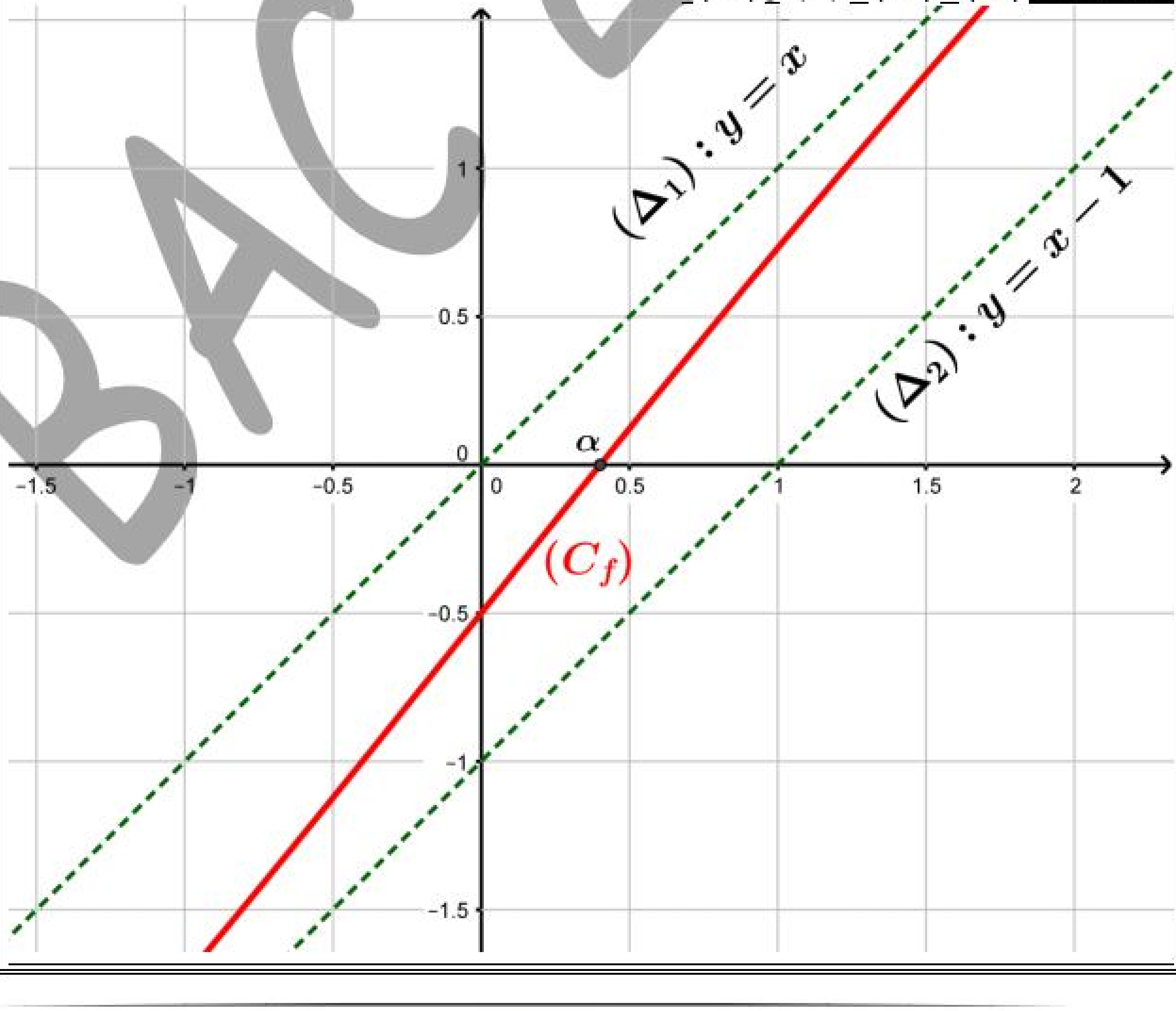
0,5 f مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ولدينا $\begin{cases} f(0)=-0,5 \\ f(0,5)=0,12 \end{cases}$ ومنه $f(0)\times f(0,5)<0$ إذن و حسب نظرية القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<0,5$ إذن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها محصورة بين 0 و $0,5$.

ب) التحقق أن $1+e^{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}$:

0,25 لدينا $f(\alpha)=0$ ومنه $\alpha-\dfrac{1}{1+e^{\alpha}}=0$ أي $\alpha=\dfrac{1}{1+e^{\alpha}}$ إذن $1+e^{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}$

7. إنشاء (Δ_1)، (Δ_2)، (T) و (C_f):

1



8. المناقشة البيانية :

0,5 المعادلة $m=\frac{1}{1+e^x}$ تكافئ $-m=-\frac{1}{1+e^x}$ تكافئ $x-m=x-\frac{1}{1+e^x}$ أي $f(x)=x-m$

وعليه حلولها يعود الى تعيين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=x-m$

المناقشة:

- $-m\geq 0$ أي $m\leq 0$: المعادلة لا تقبل حلول
- $-1<-m<0$ أي $0<m<1$: المعادلة تقبل حل وحيد
- $-m\leq -1$ أي $m\geq 1$: المعادلة لا تقبل حلول

9) نعتبر المتتالية $(u_n);n\in\mathbb{N}^*$ المعرفة كما يلي : $u_n=\int_{\alpha}^{n}(x-f(x))\,dx$.

أ)التفسير الهندسي لـ u_n :

0,25 u_n هي المساحة المحصورة بين المستقيم المقارب (Δ_1) الذي معادلته $y=x$ و البيان (C_f) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=\alpha$ و $x=n$

ب) **التحقق :**

0,25 لدينا، $x-f(x)=\cancel{x}-\cancel{x}+\frac{1}{1+e^x}$ و $1-\frac{e^x}{1+e^x}=\frac{1+e^x-e^x}{1+e^x}=\frac{1}{1+e^x}$

إذن $x-f(x)=1-\frac{e^x}{1+e^x}$

ج) حساب u_n بدلالة n :

0,5 لدينا، $u_n=\int_{\alpha}^{n}(x-f(x))\,dx$ ومنه $u_n=\int_{\alpha}^{n}\left(1-\frac{e^x}{1+e^x}\right)dx$ ومنه $u_n=\left[x-\ln(1+e^x)\right]_{\alpha}^{n}$

أي $u_n=n-\ln(1+e^n)-\alpha+\ln(1+e^{\alpha})=n-\ln(1+e^n)-\alpha-\ln\alpha=\boxed{\ln\left(\frac{e^n}{1+e^n}\right)-\alpha-\ln\alpha}$

د) حساب $\lim_{n\to+\infty}u_n$:

0,5 لدينا $\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\left(\ln\left(\frac{e^n}{1+e^n}\right)-\alpha-\ln\alpha\right)$ و $\lim_{n\to+\infty}\ln\left(\frac{e^n}{1+e^n}\right)=\ln 1=0$

إذن: $\lim_{n\to+\infty}u_n=-(\alpha+\ln\alpha)$

Abdelmalek

00000 0000000000000000---