الحل المختصر للبكالوريا التجريبية 2015-2016

حل التمرين 01	النقطة
-1 $\overrightarrow{AB}(3,3,3)$ ، $\overrightarrow{AC}(3,0,-3)$ ، $\overrightarrow{BC}(0,-3,-6)$ ، $AB=\sqrt{27}$ ، $AC=\sqrt{18}$ ، $BC=\sqrt{45}$ ، إذن المثلث قائم في A .	0.5
-2 $\overrightarrow{AB}$ شعاع ناظمي **إذن:** $3x+3y+3z+d=0$ نعوض بإحداثيات A نجد : $d=0$ و منه: $3x+3y+3z=0$ نقسم على 3 نجد : $(p): x+y+z=0$	0.5
-3 أ) نعوض بإحداثيات A نجد : $\begin{cases}0=t+\alpha\\-2=2t-2\\2=t+\alpha+2\end{cases}$ و منه: $\begin{cases}t=\alpha=0\\t=0\\t=\alpha=0\end{cases}$ إذن : $A\in(P)$	0.5
ب) من التمثيل الوسيطي شعاعي توجيه (Q) هما : $\vec{u}(1,2,1)$ و $\vec{v}(1,0,1)$ لدينا : $\vec{n}(1,0,-1)$ و منه: $\vec{n}\bullet\vec{u}=0$ و $\vec{n}\bullet\vec{v}=0$ و منه : $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ : (Q)	0.5
-4 تعين معادلة للمستوي (Q): $\vec{n}$ شعاع ناظمي **إذن:** $x-z+d=0$ نعوض بإحداثيات A نجد : $d=2$ و منه: $x-z+2=0$ نحل الجملة : $\begin{cases}x+y+z=0\\x-z+2=0\end{cases}$ ، نضع $z=t$ و منه : $\begin{cases}x=\alpha-2\\y=-2\alpha+2\\z=\alpha\end{cases},\alpha\in\mathbb{R}$	0.5
-5 $\overrightarrow{AE}(-3,6,-3)$، و $\overrightarrow{AE}$ عمودي على (ABC) يعني: $\overrightarrow{AE}\perp\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE}\perp\overrightarrow{AC}$ لدينا : $\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{AB}=0$ و $\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{AC}=0$ و هـ م.	0.5
-6 أ) $AE=\sqrt{54}$ و $AC=\sqrt{18}$ و $AB=\sqrt{27}$ $V_{EABC}=\frac{1}{3}AE\times S_{ABC}=\frac{1}{3}AE\times\frac{1}{2}AB\times AC=27uv$ لدينا : $\overrightarrow{EB}(6,-3,6)$ و $\overrightarrow{EC}(6,-6,0)$ و منه: $\left\|\overrightarrow{EB}\right\|=9$ و $\left\|\overrightarrow{EC}\right\|=\sqrt{72}$ إذن : $\cos BEC=\frac{\overrightarrow{EB}\bullet\overrightarrow{EC}}{\left\|\overrightarrow{EB}\right\|\times\left\|\overrightarrow{EC}\right\|}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ و منه الزاوية : $BEC=\frac{\pi}{4}$.	0.5 0.5
ب) مساحة المثلث BEC: $S_{BEC}=\frac{1}{2}BE\times EC\times\sin BEC=\frac{1}{2}\times9\times\sqrt{72}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=27us$ $V_{EABC}=\frac{1}{3}\times d(A,(BEC))\times S_{BEC}$ ، و منه : $d(A,(BEC))=\frac{3\times27}{27}=3$	0.5 0.5
حل التمرين 02	
-1 أ) $U_1=-4$ و $U_2=-1$ و $U_3=\frac{5}{2}$ البرهان بالتراجع : $U_3=\frac{5}{2}>0$ ، و منه : $P(3)$ محققة. نفرض من أجل كل عدد طبيعي $n\geq3$ أن : $U_n>0$ صحيحة. نضرب في $\frac{1}{2}$ نجد : $\frac{1}{2}U_n>0$ ....(1)	0.75

<table dir="rtl">
<tr><td>و من جهة أخرى: $n\ge 3$ نضرب في 2 و نطرح 1 نجد: $2n-1\ge 5$ ....(2)
بجمع (1) و (2) نجد : $\frac{1}{2}U_n+2n-1>5$ ، و منه: $U_{n+1}>5$ إذن : $U_{n+1}>0$.</td><td></td></tr>
<tr><td>ب) لدينا : $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+2n-1$ ومنه : $U_{(n-1)+1}=\frac{1}{2}U_{n-1}+2(n-1)-1$
إذن : $U_n=\frac{1}{2}U_{n-1}+2n-3$
من السؤال 1 لدينا : $U_n>0$ و منه : $U_{n-1}>0$ ، نضرب في $\frac{1}{2}$ نجد : $\frac{1}{2}U_{n-1}>0$ ....(1)
و بما أن: $n\ge 4$ ، نضرب في 2 و نطرح 3 نجد : $2n-3>5$ و منه: $2n-3>0$ ....(2)
بجمع (1) و (2) نجد : $\frac{1}{2}U_{n-1}+2n-3>2n-3$ و بالتالي : $U_n>2n-3$.</td><td>0.25

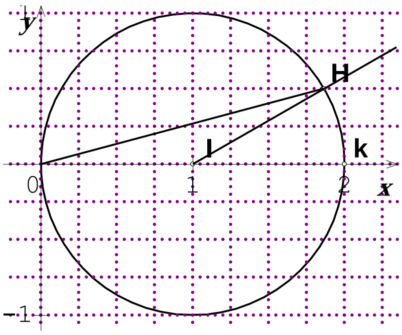
0.5</td></tr>
<tr><td>جـ) لدينا : $U_n>2n-3$ بالمرور إلى النهاية نجد: $\lim U_n>\lim\limits_{n\to+\infty}2n-3$ و منه: $\lim U_n=+\infty$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>2- أ) $V_n=U_n-4n+10$ و منه : $V_{n+1}=U_{n+1}-4(n+1)+10$
$\frac{V_{n+1}}{V_n}=\frac{U_{n+1}-4(n+1)+10}{U_n-4n+10}=\frac{\frac{1}{2}U_n-2n+5}{U_n-4n+10}=\frac{1}{2}$ و منه الاساس : $q=\frac{1}{2}$ ،
و حدها الأول : $V_0=U_0-4\times 0+10=4$</td><td>0.5

0.25</td></tr>
<tr><td>ب) لدينا : $V_n=4\left(\frac{1}{2}\right)^n=2^2\times\frac{1}{2^n}=2^{2-n}$
و $V_n=U_n-4n+10$ إذن : $U_n=V_n+4n-10$ بالتعويض : $U_n=2^{2-n}+4n-10$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>جـ) S_n هي مجموع المتتالية الهندسية (V_n) و المتتالية الحسابية حدها العام : $4n-10$
$$S_n=4\times\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{\frac{1}{2}-1}+\frac{n+1}{2}(-10+4\mathrm{n}-10)=-8\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right)+\frac{n+1}{2}(-20+4n)$$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>التمرين 03</td><td></td></tr>
<tr><td>1- أ) $P(-1)=(-1)^3-3(-1)^2+3(-1)+7=0$
<table dir="ltr"><tr><td></td><td>1</td><td>-3</td><td>3</td><td>7</td></tr><tr><td>$\alpha=-1$</td><td>1</td><td>-4</td><td>7</td><td>0</td></tr></table>و منه : $P(z)=(z+1)(z^2-4z+7)$.</td><td>0.25

0.5</td></tr>
<tr><td>ب) $P(z)=0$ يعني أن : $(z+1)(z^2-4z+7)=0$ ، إذن : إما $z+1=0$ و منه : $z=-1$
أو $z^2-4z+7=0$ ، لدينا : $\Delta=-12$ ، و منه : $z_1=2+i\sqrt{3}$ و $z_1=2-i\sqrt{3}$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>2- أ) لدينا : $(z_B-z_A)^n=(2+i\sqrt{3}-(-1))^n=(3+i\sqrt{3})^n$
$3+i\sqrt{3}=2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و منه : $(z_B-z_A)^n=\left(2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^n=\left(2\sqrt{3}\right)^n\times e^{i\frac{n\pi}{6}}$
$(z_B-z_A)^n$ عدد حقيقي سالب يعني أن : $e^{i\frac{n\pi}{6}}=e^{i(2k+1)\pi}$ ، و منه : $n=12k+6$</td><td>0.5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>0.5</td><td>ب) $AB=|z_B-z_A|=2\sqrt{3}$ و $AC=|z_C-z_A|=|3-i\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$
$BC=|z_C-z_B|=|-2i\sqrt{3}|=2\sqrt{3}$ و منه المثلث ABC متقايس الاضلاع.</td></tr>
<tr><td>0.5

0.5</td><td>3- أ) $\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}=\frac{-3+i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}=i\sqrt{3}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ و منه: : $z_A-z_C=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_G-z_C)$
و منه A صورة G بالتشابه مركزه C و زاويته : $q=\frac{\pi}{2}$. و نسبته $\sqrt{3}$.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب) المثلث ACG قائم في C و منه I مركز الدائرة المحيطية هو منتصف $[AG]$ أي: $z_I=1$
و نصف قطرها : $R=|z_I-z_A|=2$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>4- أ) $x_G=\frac{-1(-1)+2(2)+2(2)}{-1+2+2}=3$ و $y_G=\frac{-1(0)+2(\sqrt{3})+2(-\sqrt{3})}{-1+2+2}=0$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>ب) لدينا : $\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\|=\|\overrightarrow{BC}\|=2\sqrt{3}$ و $\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}\|=3\|\overrightarrow{GM}\|$
و منه : $\|\overrightarrow{GM}\|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ و هي الدائرة مركزها G و نصف قطرها $R=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.</td></tr>
<tr><td>0.25

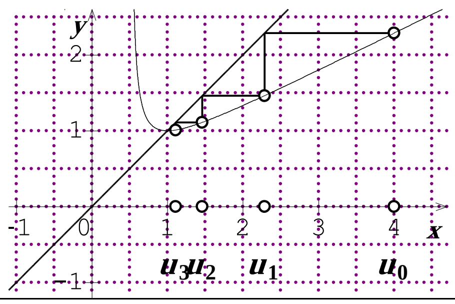
0.25</td><td>5- لدينا : $z_H=1+e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، هذه الكتابة تعني أن H تنتمي إلى تقاطع الدائرة مركزها النقطة I لاحقتها $z_I=1$ و نصف المستقيم $[IH)$
باستثناء ω الذي يحقق : $arg(z_I-z_H)=\frac{\pi}{6}$
$HOK=\frac{1}{2}HIK$ لأنهما زاوية مركزية و زاوية محيطية و تحصران نفس القوس. و $\arg(z_H)=HOK=\frac{\pi}{6}$ ، إذن : $HOK=\frac{\pi}{12}$
</td></tr>
<tr><td></td><td>التمرين الرابع</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>I- 1- $g(-1)=0$ و $g(0)=1$
المماس (d) يمر بالنقطتين $(-1,0)$ و $(0,1)$ و منه : $g'(0)=\frac{1-0}{0-1}=-1$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>2- معادلة للمماس (d): $y=g'(0)(x-0)+g(0)$ و منه : $y=-x+1$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>3- $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ و منه: $g(-1)=(1+a)e^{-b}=0$ إذن : $a=-1$
و $g'(x)=(2ax+b+bax^2)e^{bx}$ و منه: $g'(0)=be^0=-1$ إذن : $b=-1$
و منه : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>II- 1- $\lim_{x\to-\infty}(1+x)^2e^{-x}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}(1+x)^2e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)=0$</td></tr>
<tr><td>01</td><td>2 - $f'(x)=\left(2x+2-(1+x)^2\right)e^{-x}=(1-x^2)e^{-x}=g(x)$
و إشارة $g(x)$ من إشارة $(1-x^2)$
g متزايدة على المجال $[-1,1]$ ، و متناقصة على المجالين $]-\infty,-1]$ و $[1,+\infty[$
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>$\frac{4}{e}$</td><td>↘</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
</table>

0.5	3- أ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}=f'(0)=g(0)=1$ ، التفسير: المنحنى يقبل مماسا عند $(0,1)$ معامل توجيهه 1.
0.5	ب) معادلة لـ : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0 : (0) $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ و منه : $y=x+1$
01	4- أ) إنشاء C_f و (Δ). 
0.5	ب) قيم الوسيط m هي : $\left]\frac{4}{e},+\infty\right[$ و $m=0$
01	5- $h'(x)=2xf'(x^2)=2x(1-x^4)e^{-x^2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x^2)-1=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-1=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x^2)-1=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-1=-1$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$h(x)$	-1	↗	$\frac{4}{e}-1$	↘	0	↗	$\frac{4}{e}-1$	↘	-1

الموضوع الثاني

النقطة	التمرين الأول
0.25	1- أ) $z_B-z_A=1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
0.25	ب) $z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}=\dfrac{5}{3}+i\dfrac{10}{3}$
0.5	1- أ) $z'-z_G=-2(z-z_G)$ بالتعويض : $z'-\dfrac{5}{3}-i\dfrac{10}{3}=-2\left(z-\dfrac{5}{3}-i\dfrac{10}{3}\right)$
0.5 0.25	ب) $z_C-\dfrac{5}{3}-i\dfrac{10}{3}=-2\left(z_H-\dfrac{5}{3}-i\dfrac{10}{3}\right)$ ، و منه : $z_H=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{7}{2}$ $\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{7}{2}i=z_H$ و منه هي منتصف القطعة $[AB]$.
0.25	3- أ) $\left(\vec{u},\overrightarrow{AB}\right)=\arg(z_{\overrightarrow{AB}})=\arg(z_B-z_A)=\arg\left(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)=\dfrac{\pi}{4}$
0.5	ب) لدينا : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ ، و منه : $z-z_A=ke^{i\frac{\pi}{4}}$ إذن: $\lvert z-z_A\rvert=\left\lvert ke^{i\frac{\pi}{4}}\right\rvert=k$ و $k\in\mathbb{R}_+$ و النقطة B تحقق المعادلة لأن : $z_B-z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، إذن هي نصف المستقيم $[AB)$.
0.5	4- $\dfrac{z_C-z}{z_B-z_A}=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}-\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}=\dfrac{1}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}-\dfrac{ke^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}=\dfrac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}}-\dfrac{k}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}-k\right)$ نعوض بـ : z_H نجد : $z_H-z_A=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{7}{2}-(1+3i)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i=\dfrac{1}{2}(1+i)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

بالمطابقة مع $z - z_A = ke^{i\frac{\pi}{4}}$: نجد $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و منه : النقطة H تنتمي إلى (γ). لدينا : $\frac{z_C - z_H}{z_B - z_A} = \frac{\frac{1}{2}(1-i)}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}} = \frac{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}} = \frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ و منه نستنتج أن (AB) و (CH) متعامدان	0.5 0.5
التمرين الثاني	
1- أ) تمثيل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها.  	0.75
ب) التخمين المتتالية (U_n) متناقصة و متقاربه نحو 1 .	0.25
2- البرهان بالتراجع : $U_0 = 4 \geq 1$ و بالتالي : $P(0)$ محققة . نفرض أن : $U_n \geq 1$ صحيحة. ، و بما أن قيم المتتالية تنتمي للمجال $[1,4]$ و الدالة متزايدة على هذا المجال و بالتالي : $f(U_n) \geq f(1)$ ، و لدينا : $f(1) = 1$ ، و منه : $U_{n+1} \geq 1$	0.75
3- أ) $V_n = \ln\left(1-\frac{1}{U_n}\right) = \ln\left(\frac{U_n-1}{U_n}\right)$ و منه : $V_{n+1} = \ln\left(1-\frac{1}{U_{n+1}}\right) = \ln\left(1-\frac{2U_n-1}{U_n^2}\right) = \ln\left(\frac{U_n-1}{U_n}\right)^2 = 2\ln\left(\frac{U_n-1}{U_n}\right)$ $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{2\ln\left(\frac{U_n-1}{U_n}\right)}{\ln\left(\frac{U_n-1}{U_n}\right)} = 2$ و منه المتتالية هندسية $q = 2$ ، و حدها الأول : $V_0 = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$	0.75
ب) $V_n = \ln\left(\frac{3}{4}\right)\times 2^n$ نعوض : $\ln\left(1-\frac{1}{U_n}\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right)\times 2^n$ و منه : $\ln\left(1-\frac{1}{U_n}\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}$ إذن: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n} = 1-\frac{1}{U_n}$ و بالتالي: $U_n = \frac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$.	0.5
جـ) التحقق من صحة تخمينك السابق ، فيما يخص اتجاه التغير و التقارب: $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^{n+1}}} - \frac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}\left[-1+\left(\frac{3}{4}\right)^2\right]}{\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^{n+1}}\right)\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}\right)} < 0$ و منه متناقصة .	0.5

0.5	التقارب : $\lim U_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}} = \dfrac{1}{1-0} = 1$
	التمرين الثالث
0.25	1- أ) نعوض بإحداثيات النقطة نجد : $\begin{cases} 3 = t+3 \\ 2 = 2t+2 \\ 3 = -2t+3 \end{cases}$ و منه: $\begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases}$ إذن النقطة تنتمي.
01	ب) لدينا $\vec{u}(2,-2,-1)$ و شعاع توجيه (d) هو : $\vec{v}(1,2,-2)$ و منه : $\vec{u}\bullet\vec{v} = 0$ و بالتالي متعامدان. المستقيمان ليسا من نفس المستوي يعني أنهما ليسا متوازيين ولا متقاطعين. $\dfrac{-1}{-2} \neq \dfrac{-2}{2} \neq \dfrac{2}{1}$ و بالتالي هما غير متوازيين. ندرس التقاطع بحل الجملة: $\begin{cases} 2\alpha - 3 = t+3........(1) \\ -2\alpha - 1 = 2t+2....(2) \\ \alpha - 3 = -2t+3......(3) \end{cases}$ بجمع (1) و (2) نجد : $t=-3$ نعوض في (1) نجد : $\alpha = \dfrac{3}{2}$ نعوض في المعادلة (3) نجد : $\dfrac{3}{2} - 3 = -2(-3)+3$ و منه : $-\dfrac{3}{2} = 9$ مستحيل و بالتالي غير متقاطعين.
0.5	جـ) المستوي يحوي (Δ) و يوازي (d) و هما ليسا من نفس المستوي إذن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعي توجيه للمستوي $\vec{n}\bullet\vec{u} = 2a - 2b - c = 0$ و $\vec{n}\bullet\vec{v} = a + 2b - 2c = 0$ و منه : $\vec{n}(2,1,2)$ و بالتالي : $2x + y + 2z + d = 0$ ، نعوض بإحداثيات A نجد : $2x + y + 2z + 13 = 0$
0.5 0.5 0.25	0- أ) $d(C,(P)) = 3$ و لدينا : $d(C,(P)) = \dfrac{5}{3} < r = 6$ و منه متقاطعان وفق دائرة. و لإثبات أن A مركز الدائرة (S) نثبت أن A مسقط عمودي لـ : C على (P) نعوض بإحداثيات A في معادلة (P) نجد : $A \in (P)$. و نثبت أن : $\overrightarrow{AC}(2,1,2)$ يوازي $\vec{n}(2,1,2)$. $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ، و منه متوازيان. نصف قطر الدائرة : $AC = 3$ و منه : $R = \sqrt{r^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
0.5	ب) نثبت أن $B \in (S)$ و أن $\overrightarrow{BC} \perp \vec{v}$ ، نعوض بإحداثيات B في معادلة (S) : $(x+1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 6^2$ نجد : $(3+1)^2 + 2^2 + (3+1)^2 = 16 + 4 + 16 = 36 = 6^2$ و لدينا : $\overrightarrow{BC}(4,2,4)$ و $\vec{v}(1,2,-2)$ ، و منه : $\overrightarrow{BC}\bullet\vec{v} = 1\times4 + 2\times2 + (-2)\times4 = 0$
0.25 0.5	1- أ) $AB = \sqrt{(3-(-3))^2 + (2-(-1))^2 + (3-(-3))^2} = 9$ الاستنتاج : $C \in [AB]$ يعني أن : $AC + CB = AB$ لدينا : $AC = 3$ و $AB = 9$ و $B \in (S)$ إذن : $CB = 6$ و منه : $AC + CB = AB$
	ب) بما أن : $C \in [AB]$ إذن : $(AB) = (AC) = (BC)$

0.75

(d) مماس لسطح الكرة (S) عند B إذن : $(d)\perp(BC)$ ، و (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها A إذن $(P)\perp(AC)$ و بما أن (Δ) محتوى في (P) إذن $(\Delta)\perp(AC)$

و منه المستقيم (AB) يعامد كل من (Δ) و (d).

التمرين الرابع

01

I-1 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x\left[1-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}\right]=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=+\infty$

$g'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$ إشارته من إشارة : $x-1$ و منه :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

و منه : g متزايدة على المجال $]1,+\infty[$ ، و متناقصة على المجال $]0,1]$

0.5

2- من جدول التغيرات نستنتج من أجل كل $x>0$ لدينا : $g(x)\geq 0$

0.25

3- أ) $h(x)=x+(x-2)\ln x=x+[(x-1)-1]\ln x=x+(x-1)\ln x-\ln x$

$=1+g(x)+(x-1)\ln x=1-1+x+(x-1)\ln x-\ln x$

0.25

ب) لدينا :

x	0	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$
$\ln x$	$-$	0	$+$
$(x-1)\ln x$	$+$	0	$+$

و منه : $(x-1)\ln x>0$

بما أن : $(x-1)\ln x>0$ و $g(x)>0$ ، و منه : $h(x)>0$.

0.25

0.5

II-1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x)^2\left[\frac{1}{(\ln x)^2}-\frac{x}{\ln x}-1\right]=+\infty$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ و منه يوجد مستقيم مقارب معادلته : $x=0$.

0.75

-2 $f'(x)=\ln x+1-2\times\frac{1}{x}\ln x=\frac{x\ln x+x-2\ln x}{x}$

$=\frac{x+(x-2)\ln x}{x}=\frac{h(x)}{x}$

و منه :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

اذن الدالة متزايدة على المجال $]0,+\infty[$

0.25

-3 أ) $y=f'(1)(x-1)+f(1)=(1)(x-1)+1$ ، و منه : $(\Delta): y=x$

0.5

ب) $(-1+\ln x)\times g(x)=(-1+\ln x)(x-1-\ln x)$

$$= -x + 1 + \ln x + x\ln x - \ln x - (\ln x)^2$$

و منه : $(-1+\ln x)\times g(x) = f(x) - x$

x	0		1		e		$+\infty$
$f(x)-x$		$-$	0	$-$	0	$+$	

0.5

جـ) لدينا : $g(x) \geq 0$ ، و منه ندرس إشارة : $-1+\ln x$

$-1+\ln x = 0$ و منه : $x = e$

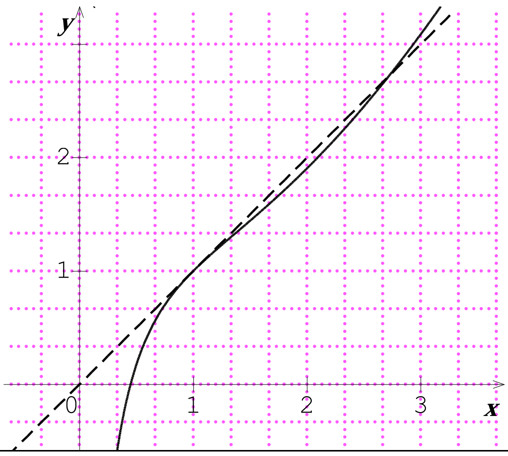
و منه الوضعية : C_f تحت (Δ) على $]0,1[$ و على $]1,e[$ و C_f فوق (Δ) على $]e,+\infty[$

0.25

A ليست نقطة انعطاف لأن المماس عند A لا يخترق المنحنى.

01

-4



0.25

5- أ) $F'(x) = (x+2)\ln x + \frac{1}{x}\left(\frac{x^2}{2}+2x\right) - \frac{x}{2} - 1 - \left[(\ln x)^2 + 2\ln x\right]$

$$= x\ln x + 2\ln x + \frac{x}{2} + 2 - \frac{x}{2} - 1 - (\ln x)^2 - 2\ln x \quad = 1 + x\ln x - (\ln x)^2 = f(x)$$

0.5

ب) $\int_1^e (x - f(x))dx = \int_1^e x dx - \int_1^e f(x)dx$

$$= \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e - \left[\left(\frac{x^2}{2}+2x\right)\ln x - \frac{x^2}{4} - x - x(\ln x)^2\right]_1^e$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} - \left[\frac{e^2}{2} + 2e - \frac{e^2}{4} - e - e\right] + \left[-\frac{1}{4} - 1\right] = \frac{e^2}{4} - \frac{7}{4}$$

0.25

التفسير: هي مساحة الحيز المحدد بـ : C_f و (Δ) و بالمستقيمات : $y=0$ و $x=1$ و $x=e$.