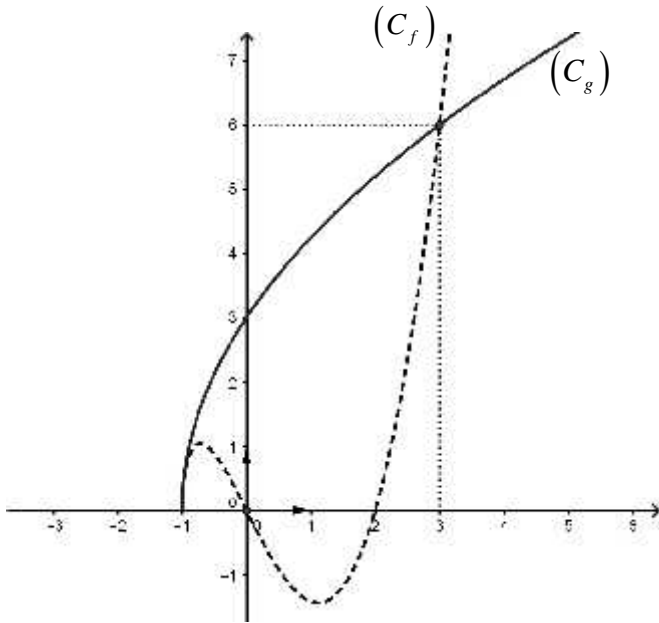


اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

تمرين 1 :



يعطى في الشكل المقابل المنحنيان (C_g) و (C_f) الممثلان للدالتين f و g على المجال $[-1; +\infty[$ على الترتيب بالعبارتين

$$f(x) = (x^2 - 2x)\sqrt{x+1} \quad \text{و} \quad g(x) = 3\sqrt{x+1}$$

1. عين بياناً ثم عن طريق الحساب الأوضاع النسبية للمنحنيين

(C_g) و (C_f) .

2. برر أن المنحنيين (C_g) و (C_f) يقبلان مماساً مشتركاً عند النقطة ذات الفاصلة -1.

3. لتكن M و N نقطتين من (C_g) و (C_f) على الترتيب

لهما نفس الفصلة x من المجال $[-1; 3]$.

$$\{ (x) = MN$$

عين قيمة x بحيث تكون المسافة $\{ (x)$ عظمى.

تمرين 2 :

1. ادرس ب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n 13.

2. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n $2020^{4n} + 1890^{4n+1} + 1981^{4n+3} - 1 \equiv 0 [13]$

3. عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\begin{cases} 2020^{4n} + 1890^{4n+1} + 2n \equiv 0 [13] \\ 10 \leq n \leq 40 \end{cases}$

تمرين 3 :

n عدد طبيعي أكبر من 5.

1. نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث : $a = n - 2$ و $b = 2n + 3$.

(أ) ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك للعددين a و b .

(ب) بين أنه يكون العددان a و b من مضاعفات العدد 7 إذا وقط إذا كان $n+5$ مضاعفاً للعدد 7.

(ج) عين قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a; b) = 7$.

2. نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث $p = 2n^2 - 7n - 15$ و $q = n^2 - 7n + 10$.

(أ) بين أن كل من لعددين p و q يقبل القسمة على $n-5$.

(ب) عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n قيم $PGCD(p;q)$.

تمرين 4 :

الجزء الأول:

نعتبر الدالة u المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة : $u(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة u وحدد نهايتها عند كل من 0 و $+\infty$.

2. (أ) بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل، في المجال $]0; +\infty[$ ، حلا وحيدا نرمزله بـ α . برر أن

$$1,31 < r < 1,32.$$

(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ إشارة $u(x)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة : $f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$ وليكن (C_f)

تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمنحاس $(o; \vec{i}, \vec{j})$

1. عبر، من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ، عن $f'(x)$ بدلالة $u(x)$.

2. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f .

3. عين نهاية f عند كل من $+\infty$ و 0 . ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن $f(r) = r^2(1+r^2)$.

5. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

6. أنشئ المستقيم (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]0; 4]$. (ياخذ $f(r) = 4,7$)

الجزء الثالث :

نعتبر المنحنى (Γ) الممثل للدالة $\ln x \rightarrow x$ على المجال $]0; +\infty[$ في المعلم $(o; \vec{i}, \vec{j})$

ولتكن النقطة $A(0;2)$ و M نقطة من (Γ) لتها x من المجال $]0; +\infty[$.

1. أثبت أن $AM = \sqrt{f(x)}$.

2. نضع من أجل x من المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = AM$.

(أ) بين أن للدالتين f و g نفس اتجاه التغير على المجال $]0; +\infty[$.

(ب) بين أن المسافة AM تكون أصغر ما يمكن من أجل نقطة P من (Γ) يطلب إعطاء إحداثيها.

(ج) بين أن $AP = r\sqrt{1+r^2}$.

3. هل المستقيم (AP) عمودي على مماس المنحنى (Γ) في النقطة P .