الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربيـــــــــــة الوطنية — ثانويـــــــــة جبابري امحمد

تصحيح اختــــــــبار الفصل الاول	السنة الدراسية: 2015 – 2016

المستوى : 3 ثانوي	الشعبة:علوم تجريبية	المادة : رياضيات	عدد الصفحات :4

المحاور	عناصر الإجابة	مجزأة

المحاور: الدوال العددية

لتمرين الأول:

a) -نهاية الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$ عند 2 هي 3) 3) $\boxed{1/24}$ لان — 01 ن

$$\lim_{x\to2} f(x)=\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}\times\frac{\sqrt{x+7}+3}{\sqrt{x+7}+3}=\lim_{x\to2}\frac{x-2}{(x^2-4)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}=\lim_{x\to2}\frac{1}{(x+2)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}=\frac{1}{24}$$

b) من اجل $g(x)=2+\frac{x-2}{x^2-1}$ و $f(x)=\frac{x^2+x-6}{x-2}$ فان $\lim_{x\to+\infty}(f\circ g)(x)$ هي 2) $\boxed{5}$ — 0.5 ن

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} 2+\frac{x-2}{x^2-1}=2$ و $\lim_{x\to2} f(x)=\lim_{x\to2}\frac{x^2+x-6}{x-2}$ ومنه $h(x)=x^2+x;h'(x)=2x+1$ — 01 ن

c) حلول المتراجحة $e^{5-4x}\le e^{x^2}$ في $\mathbb{R}$ هي: 2) $\boxed{]-\infty;-5[\cup]1;+\infty[}$.

حل المتراجحة $-x^2-4x+5\le0$ هو المجال $]-\infty;-5[\cup]1;+\infty[$

d) حلول المعادلة $(2x-1)e^{2x}=0$ في $\mathbb{R}$ هي 2) $\boxed{x=1/2}$ لان $(2x-1)=0$ — 0.5 ن

e) مشتقة الدالة h حيث $h(x)=\ln\sqrt{2x+1}$ هي: ، 3) $\boxed{h(x)=\frac{1}{2x+1}}$ — 01 ن

لان $h(x)=u\circ v(x)=\ln\sqrt{2x+1}$ ومنه $v'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}$ و $u'(v(x))=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

التمرين الثاني:

أولا : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+4xe^{2x}$

1. نهاية الدالة g عند $+\infty$ و بين أن $\lim_{x\to-\infty}g(x)=1$. (تعطى $\lim_{x\to-\infty}xe^x=0$)

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}1+4xe^{2x}=+\infty$ وكذلك $\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}1+2\times\left(2xe^{2x}\right)=1$ لان $\lim_{x\to-\infty}2xe^{2x}=0$ — 0.5

وذلك بوضع $y=2x$ نجد $\lim_{y\to-\infty}ye^y=0$

2. تغيرات الدالة g ثم

المشتقة : الدالة g تقبل الاشتقاق ودالتها المشتقة: $g'(x)=4e^{2x}+8xe^{2x}=e^{2x}(8x+4)$ — 0.5

الاشارة : $g'(x)=0$ يعني ان $(8x+4)=0$ ومنه $x=-1/2$

جدول تغيراتها — 0.5

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	1	$\searrow$	$g(-1/2)\simeq0,26$	$\nearrow$	$+\infty$

من خلال جدول تغيرات نستنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$. — 0.5

ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 1 سنتيمتر.

1.اثبات أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

0.5 الدالة f تقبل الاشتقاق ومنه

$$f'(x)=2e^{2x}+2(2x-1)e^{2x}+1=2e^{2x}+4xe^{2x}-2e^{2x}+1=1+4xe^{2x}=g(x)$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

0.5 اتجاه تغير الدالة f. متزايدة تماما

0.5 2.نهاية الدالة f عند $+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1)e^{2x}+x+1=+\infty$

0.5 و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}2xe^{2x}-1e^{2x}+x+1=-\infty$ ، لان $\lim\limits_{x\to-\infty}2xe^{2x}=0; \lim\limits_{x\to-\infty}e^{2x}=0$

3. أ- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$

0.5 $$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim_{x\to-\infty}(2x-1)e^{2x}+x+1-x-1=\lim_{x\to-\infty}(2x-1)e^{2x}=0$$

المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

$\left[f(x)-(x+1)\right]=(2x-1)e^{2x}$ ومنه $\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ يعني ان $(2x-1)=0$ اي $x=1/2$

جدول الاشارة

01 ب: نقطة التقاطع بين (C_f) و المستقيم (Δ).هي $\left(1/2; f(1/2)\right)$ اي $(1/2;3/2)$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f(x)-(x+1)$	$-$	0	$+$
الوضع	(C_f) تحت (Δ).	تقط	(C_f) فوق (Δ).

0.5 4.أ - معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة **0**.

$y=f'(0)(x-0)+f(0)=x$ ومنه $(T): y=x$

ب- المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين فاصلتها.

الدالة f' تقبل الاشتقاق ومنه $f''(x)=g'(x)$

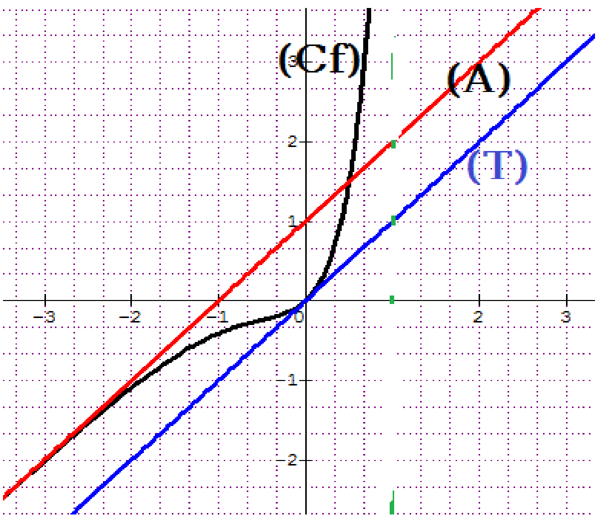
0.5 الاشارة : $g'(x)=0$ يعني ان $(8x+4)=0$ ومنه $x=-\frac{1}{2}$ و $f(-1/2)=-0.24$

جدول الاشارة

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$f''(x)$	-	**0**	+

5.لدينا $f(0)=0$ ومنه المنحنى يقطع المحورين في المبدا

01



التمرين الثالث

الجزء 1

لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_g)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

من خلال التمثيل المقابل :

1) نهايات الدالة g عند اطراف مجموعة التعريف $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$

2) جدول تغيراتها

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-8	-7	0	$+\infty$

0,25

3) بوضع $g(x)=(x+a)^3+b$

(C_g) هو انسحاب لمنحنى الدالة مكعب يعني $g(x)=(x+1)^3-8$ شعاع الانسحاب هو $\vec{v}(1;-8):\vec{i}-8\vec{j}$

4) بوضع $g(x)=x^3+3x^2+3x-7$

0.5 بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $[0.99;1.01]$

الدالة مستمرة لانها دالة كثير حدود ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فهي متزايدة ورتيبة كذلك على المجال $[0.99;1.01]$

ولدينا $g(0.99)=(0.99+1)^3-8=-0.11$ و $g(1.01)=(1.01+1)^3-8=0.12$

اي $g(0.99)g(1.01)\le 0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(\alpha)=0$ حيث $\alpha\in[0.99;1.01]$

5) اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

0.5 لما $x\in]-\infty;\alpha[$ فان $g(x)<0$ لما $x\in]\alpha;+\infty[$ فان $g(x)>0$

الجزء 2

0.5 نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-3x+2}{(x+1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حساب $\lim\limits_{\substack{>\\x\to-1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{<\\x\to-1}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ واعط تفسير بياني للنتائج

0.5 لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{(x)^2}=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{(x)^2}=+\infty$ احتمال وجود مقارب مائل

لدينا $\lim\limits_{\substack{>\\x\to-1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{>\\x\to-1}}\dfrac{x^3-3x+2}{(x+1)^2}=\lim\limits_{\substack{>\\y\to0}}\dfrac{4}{y}=+\infty$

$\lim\limits_{\substack{>\\x\to-1}} f(x)=\lim\limits_{\substack{>\\x\to-1}}\dfrac{x^3-3x+2}{(x+1)^2}=\lim\limits_{\substack{>\\y\to0}}\dfrac{4}{y}=+\infty$ وجود مقرب للمنحنى (C_f) موازي لحامل محور الترتيب $x=-1$

01

2) بيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

الدالة f تقبل الاشتقاق :

$$f'(x)=\frac{(3x-3)(x+1)^2-2(x+1)(x^3-3x+2)}{(x+1)^4}=\frac{x^3+3x^2+3x-7}{(x+1)^3}=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$$

3) ادرس اشارة f'

لدينا $f'(x)=0$ يعني ان $g(x)=(x+1)^3-8=0$ ومنه $x=\alpha$

جدول الاشارة

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
الاشارة		$+$	‖	$-$	0	$+$	

0.5

4) اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$f(1)=0$	↗	$+\infty$

0,5

5) اثبات ان من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فان

$$f(x)=(x-2)+4/(x+1)^2$$

توحيد المقامات ينتج لنا :

$$f(x)=\frac{(x-2)(x+1)^2}{(x+1)^2}+\frac{4}{(x+1)^2}=\frac{x^3-3x+2}{(x+1)^2}$$

0.5

6) المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

يعني ان $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)+4/(x+1)^2-(x-2)=\lim\limits_{x\to+\infty}4/(x+1)^2=0$ محققة

7) الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f) لدينا : $[f(x)-y]=4/(x+1)^2$ موجب تمام لان المقام والبسط موجبان

ومنه نستنتج ان المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)

0,25

8) اثبات ان 1 جذر لكثير الحدود x^3-3x+2 ثم تعيين الجذر الاخر

1 جذر لكثير الحدود x^3-3x+2 يعني ان $(1)^3-3(1)+2=0$

0.25

ومنه $x^3-3x+2=(x-1)g(x)$

1	1	0	3-	2
		1	1	-2
	1	1	-2	0

عن طريق القسمة الاقليدية نجد $g(x)=x^2+x-2$

ومنه $x^3-3x+2=(x-1)(x^2+x-2)$

0.25

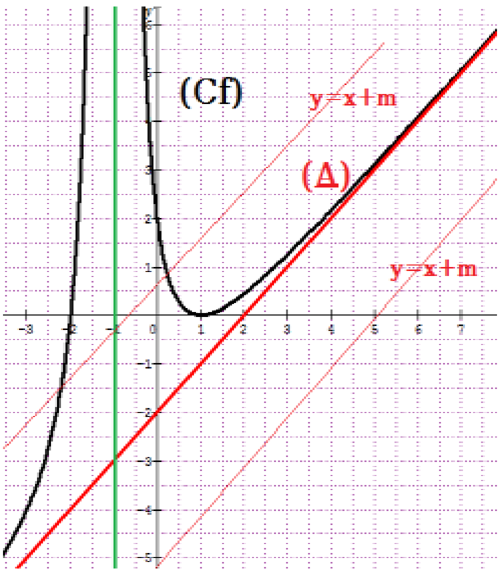
مميز المعادلة $g(x)=0$ هو 9 و الحلان هما $x=1$ و $x=-2$

9) نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

يعني ان $f(x)=0$ اي ان $x^3-3x+2=0$ ومنه النقط هي $(1;0)$ و $(-2;0)$

10) لدينا $f(0)=2$ يعني ان المنحنى (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة $(0;2)$

01



11) رسم (Δ) و (C_f) وكذا المستقيمات المقاربة

0.25

12) المناقشة البيانية

$x+m=(x-2)+4/(x+1)^2$ اي $f(x)=x+m$

الحلول هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=x+m$

0.25

ومنه لما $m\in]-\infty;-2]$ المعادلة لا تقبل حلول

01

لما $m\in]-2;2[$ المعادلة تقبلن تقبلن مختلفين في الاشارة

01

لما $m=2$ المعادلة تقبلين حل معدوم وحل سالب

لما $m\in]2;+\infty[$ المعادلة تقبل حلين سالبين