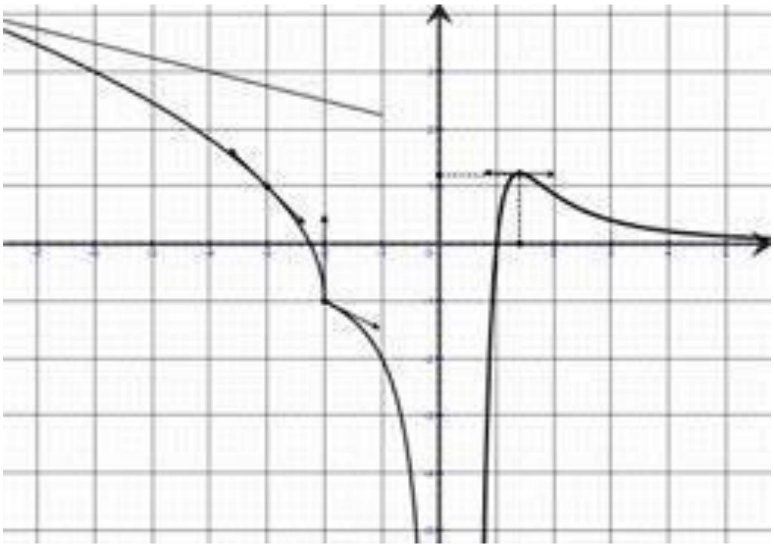
الامتحان الفصلي الأول — **السنة الدراسية : 1437/1436 هـ// 2016/2015 م**

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية. — الاثنين 18 صفر 1437 هـ //30 نوفمبر 2015 م

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات

التمرين الأول (04,5 نقاط) :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ يعطى في الشكل التالي:



المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=-\frac{1}{4}x+2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$

والمستقيم الذي معادلته: $y=0$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$، محور التراتيب أيضا مقارب للمنحني (C_f)

باستعمال التمثيل البياني السابق أجب عن الأسئلة:

1/ اوجد ما يلي: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+\frac{1}{4}x-2\right]$

2/ عيّن: $f(-3)$، $f'(-3)$، $f(1,4)$ و $f'(1,4)$.

3/ استنتج : $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0}\frac{f(h-2)-f(-2)}{h}$ و $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\frac{f(h-2)-f(-2)}{h}$ ماذا تستنتج ؟ فسّر النتائج بيانيا.

4/ احسب ما يلي: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-2}\frac{f(x)+1}{x+2}$، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2}\frac{f(x)+1}{x+2}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{1}{f(x)+2}}$.

5/ شكّل جدول تغيرات الدالة f (مع ادراج إشارة الدالة المشتقة)

التمرين الثاني (08 نقاط):

I)نعتبر الدالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$g(x)=x^2+2-2\ln x$$

ادرس اتجاه تغير الدالة g، شكّل جدول تغيّراتها ، ثم بيّن أنه من أجل كل $x>0$ فإن: $g(x)>0$

II)نعتبر الدالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{x}{2}+\frac{\ln x}{x}$$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم استنتج أن المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
2. ادرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم المقاربالمائل وليكن. (Δ)

3. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.(يمكن كتابة $f'(x)$ بدلالة $g(x)$).

4. برهن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقطع محور الفواصل عند نقطة فاصلتها α حيث: $0,7 < \alpha < 0,8$.

5. برهن أنّ $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C})$ والذي يوازي (Δ)

7. هل المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا يشمل المبدأ؟ علل.

8. أرسم (Δ) ، (T) و $(\mathscr{C})$ (وحدة الطول $2cm$).

9. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة: $mx - \ln x = 0$

10. h دالة معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{\ln|x|}{x}$.

- أثبت أنّ h فردية ثم ارسم بيانها $(\mathscr{C}')$ في المعلم السابق.

التمرين الثالث (07,5 نقاط):

الجزء الأول: g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2e^x + 2x - 7$.

1) احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g وشكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاًّ وحيدا α حيث: $0,940 < \alpha < 0,941$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (2x-5)(1-e^{-x})$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$.

4) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

5) أ / بيّن أنّ: $f(\alpha) = \dfrac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$.

ب / ادرس اتجاه تغيّر الدالة k حيث: $k(x) = \dfrac{(2x-5)^2}{2x-7}$ على المجال $\left]-\infty;\dfrac{5}{2}\right[$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

6) أ / بيّن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x - 5$ مقارب للمنحني بجوار $+\infty$.

ب / أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (D).

ج / أنشئ المنحني (C_f) والمستقيم (D).