

التمرين الأول : ( 07 نقاط )

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(1; -1; 2)$ ،  $B(3; 0; 4)$  و  $C(3; 3; 2)$ . والمستقيم  $(D)$  المعروف بتمثيله الوسيطي التالي:  $x = -1 - 2k$ ،  $y = -2 + 2k$  و  $z = -8k$ . مع  $k$  عدد حقيقي.

1. احسب الجداء السلمي  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

أ) عين إحداثيات كل من النقطتين  $G$  و  $I$  حيث  $G$  مرجح الجملة  $\{(A;3), (B;-2), (C;1)\}$  و  $I$  منتصف قطعة المستقيم  $[AC]$ .

ب) ما طبيعة الرباعي  $.ABIG$ .

3. أ) احسب  $CG^2$ ,  $BG^2$  و  $AG^2$ .

ب) عين مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $3MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 18$ .

4. نعتبر سطح الكرة  $(S)$  الذي يمر بمركزه  $G$  ونصف قطره  $3\sqrt{2}$ . والمجموعة  $(P)$  للنقط  $M$  من الفضاء التي تتحقق معادلة ديكارتية للمجموعة  $(P)$ .

أ) عين معادلة ديكارتية للمجموعة  $(P)$ .

ب) عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يمر بالنقطة  $G$  ويعادل  $(P)$ ، ثم استنتاج إحداثيات النقطة  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $G$  على  $(P)$ .

ج) عين العناصر المميزة للمجموعة  $(S) \cap (P)$ .

5. بين أن المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  يتقاطعان في  $(D)$ .

## التمرين الثاني: (06 نقاط)

- 1- في المستوى المركب المنسوب الى معلم متعادم ومتجانس  $(o; i; j)$  ، نعتبر النقط ذات اللواحق  $i$  ،  $z_C = -3 + i$  ،  $z_B = -1 + 3i$  ،  $z_A = 1 + i$  على الترتيب

  - أ- علم النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ،
  - ب-  $h$  هو التحاكي الذي نسبته 2 ويحول  $A$  الى  $C$ . عين  $z$  لاحقة النقطة  $s$  مركز التحاكي  $h$

2- أ- نضع  $L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ . احسب الطولية وعمدة للعدد المركب  $L$  ثم استنتاج طبيعة المثلث  $ABC$

  - ب- عين مجموعة الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث  $L^n$  تخليا صرفا

3- لتكن النقطة  $D$  بحيث  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$  و  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[BC]$

  - أ- بين أن  $D$  مرجم النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  مرفقة بمعاملات حقيقة يطلب تعينها
  - ب- عين  $z_D$  لاحقة  $D$  و  $z_I$  لاحقة  $I$

ج- عين وانشئ المجموعة  $(\varphi)$  للنقط  $M$  من المستوى بحيث:

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

4- نعتبر النقطة  $E$  ذات اللاحقة  $i+5i$

  - أ- اكتب على الشكل الجيري العدد المركب  $\frac{z_I - z_A}{z_D - z_E}$  ثم استنتاج أن  $DE = 2AI$  و  $(DE) \perp (AI)$
  - ب- عين مركز ونسبة وزاوية التشابه المباشر  $S$  الذي يحول  $D$  إلى  $I$  و يحول  $E$  إلى  $A$ .
  - ج- ما هي صورة الدائرة التي مركزها  $D$  وتشمل  $E$  بالتشابه المباشر  $S$ .

- I . باستعمال قابلية الاشتتقاق للدالة  $\ln x \rightarrow \ln x$  عند  $x=1$  ، بين أن:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$  ثم استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
- II . نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[1; +\infty]$  بـ  $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$  و  $(C_f)$  تمثلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .
1. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $a \geq 1$  .
- $$f(x) = \ln x + \ln\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}\right), \quad x \geq 1$$
- ب) من أجل  $x \geq 1$  ، بين أن ،
- $$x - 1 = \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \left( x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right)$$
- ج) بين أن الدالة  $f$  غير قابلة للاشتتقاق عند  $x=1$  . فسر النتيجة بيانيا.
2. أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .
- ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[1; +\infty]$  ، ثم شكل جدول تغير الدالة  $f$  .
- ج) ارسم المنحني  $(C_f)$  .
- III . نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty]$  بـ  $g(x) = \frac{e^{2x} + 1}{2e^x}$  و  $(C_g)$  تمثلها البياني.
1. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x \geq 0$  ،
- $$g(x) \geq 1$$
2. أ) بين أن  $x = f(g(x))$  . ثم بين أنه إذا كانت  $M(x; y)$  نقطة من  $(C_f)$  فإن  $M'(y; x)$  نقطة من  $(C_g)$  .
- ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنين  $(C_f)$  و  $(C_g)$  ؟ ارسم المنحني في المعلم السابق  $(C_g)$  .

والله الموفق

هنيئاً لكم بالنجاح في متحانكم 2016