

يوم 25 - 02 - 2016

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: 02 ساعة

التمرين الأول:

- (1) أدرس حسب قيم  $n$  الطبيعية بواقي قسمة العدد  $3^n$  على 10
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $33^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$
- (3) عين الأعداد الطبيعية  $n$  حيث:  $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$  و  $10 < n \leq 25$
- (4) ليكن العدد  $A$  الذي يكتب على الشكل  $\overline{xx02102^3}$  في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب في النظام ذي الأساس 9 بالشكل  $\overline{y67y^9}$ 
  - أ- عين  $x$  و  $y$
  - ب- أحسب  $A$  في النظام العشري
  - ج- أكتب  $A$  في النظام ذي الأساس 7

التمرين الثاني :

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$   
النقطة  $A(1, -1, 3)$  و ليكن  $(P)$  المستوي ذو المعادلة:  $x - y + 3z = 0$

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = t \\ y = -t; t \in \mathbb{R} \\ z = 3t \end{array} \right. \quad \text{-أ- تحقق من أن : تمثيل و سيطي للمستقيم (OA)}$$

-ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوي  $(Q)$  العمودي على المستقيم  $(OA)$  في النقطة  $A$

-ج- تحقق من أن المستوي  $(P)$  يوازي المستوي  $(Q)$

(2) نعتبر سطح الكرة  $(S)$  المماسة للمستوي  $(Q)$  في النقطة  $A$  و التي يقطعها المستوي  $(P)$  و فق الدائرة  $(C)$  التي مركزها  $O$  و نصف قطرها  $r = \sqrt{33}$

-أ- بين أن  $\omega(a, b, c)$  مركز سطح الكرة  $(S)$  ينتمي الى  $(OA)$  ثم استنتج أن  $b = -a$  و  $c = 3a$

-ب- بين أن  $\omega A^2 - \omega O^2 = 33$  ثم استنتج أن  $a - b + 3c = -11$

-ج- استنتج احداثيات  $\omega$  مركز سطح الكرة  $(S)$  ثم بين أن نصف قطرها  $R = 2\sqrt{11}$

التمرين الثالث:

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة 2cm

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	...	0	...

$$g(x) = -x + 1 + x \ln x$$

و ليكن  $(\mathcal{C}_g)$  تمثيلها البياني. و جدول تغيراتها هو كما يلي:

(1) أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.

(2) أدرس إشارة  $g(x)$

(3) ليكن  $(\mathcal{C})$  التمثيل البياني للدالة  $x \rightarrow \ln x$  في المعلم السابق

-1- بين أن  $(\mathcal{C}_g)$  و  $(\mathcal{C})$  يشتركان في نقطتين فاصلتيهما 1 و e

-ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]1; e]$  لدينا:  $g(x) \leq \ln x$

II- لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $]0; 1[ \cup ]1; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$  و ليكن  $(\mathcal{C}_f)$  تمثيلها البياني

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; 1[ \cup ]1; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x(x-1)^2}$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على مجالي تعريفها

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$  و أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، فسر النتيجة الأخيرة بيانياً.

(3) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) بين أن  $(\mathcal{C}_f)$  يقطع المستقيم ذي المعادلة  $2y - 1 = 0$  في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $3.5 \leq \alpha \leq 3.6$

(5) أرسم المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$

III- لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $] -a, 0[ \cup ] 0; +\infty[$  بالعلاقة:  $h(x) = \frac{\ln(x+a)}{x} + b$  حيث  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيين

(1) عين العددين  $a$  و  $b$  إذا علمت أن  $(\mathcal{C}_h)$  منحنى الدالة  $h$  يشمل النقطة  $A(1; 0)$  و يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته  $y = -\ln 2$  في جوار  $+\infty$

(2) أكتب عبارة  $h(x)$  بدلالة  $f(x)$ ، ثم بين أنه يمكن رسم المنحنى  $(\mathcal{C}_h)$  انطلاقاً من المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$

(3) أرسم المنحنى  $(\mathcal{C}_h)$  في المعلم السابق.

بالتوفيق للجميع ☺