

التمرين الأول: (6 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(0;5;0)$ ، $B(1;3;1)$ ،

$$C(-3;1;1) \text{ . و المستقيم } (\Delta) \text{ تمثيله الوسيطى : } \begin{cases} x = -t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

(1) أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$. إستنتج طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته S_{ABC} .

(2) بين أن المستقيمين (Δ) و (AC) ليسا من نفس المستوي .

(3) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $x - 2y - 5z + 10 = 0$.

(4) بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة يطلب تعيينها .

(5) لتكن F نقطة متغيرة من المستقيم (Δ) .

- عين مجموعة النقط F بحيث يكون $ABCF$ رباعي الوجوه حجمه أقل أو يساوي $\frac{10}{3}ua^3$.

التمرين الثاني: (7 نقاط)

1- حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

2- أكتب الحلول على الشكل المثلثي .

3- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}; \vec{v})$ النقط $E, F,$

و G التي لواحقها على الترتيب $z_E = \sqrt{3} + i$ ، $z_F = \overline{z_E}$ ، و $z_G = -\sqrt{3} - i$

أ- عين z_H لاحقة النقطة H حتى يكون الرباعي $EFGH$ متوازي أضلاع .

ب- أكتب على الشكل الأسّي الأعداد المركبة z_E ، z_F و z_G .

ت- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_E}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_F}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_G}{2}\right)^n$ حقيقي .

4- ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة النقطة M' ذات اللاحقة z

$$\text{حيث : } z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 3i$$

أ- تعرف على طبيعة التحويل S و أعط عناصره المميزة .

ب- بين أن المجموعة (Γ) للنقط M و التي تحقق : $\overline{(z - z_E)(z - z_E)} = z_G \cdot z_G$ هي دائرة يطلّي تعيين مركزها و نصف قطرها .

ت- عين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S و أعط عناصره المميزة .

التمرين الثالث: (7 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{x}$. (C_f) تمثيلها البياني في

معلم متعامد و متجانس $(O, \bar{i}; \bar{j})$ وحدة الطول $2cm$.

- 1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسر النتيجةين بيانيا.
- 2- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- 3- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها.
- 4- عين إحداثيات نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .
- 5- برهن أن للمنحنى (C_f) مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ و يمس المنحنى في نقطة W يطلب تعيين إحداثياتها ، ثم أوجد معادلة للمماس (T) .
- 6- أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .
- 7- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $mx - \ln(x) - 1 = 0$.