إختبـــــــار للفصل الثـاني — المدة: 2 ســـا

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z : $z^2+z+1=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقط A، B، C، D و F ذات اللواحق: $z_A=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$ على الترتيب.

أ- أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثمّ علّم النقط A ، B ، C ، D و F .

ب- ما طبيعة المثلث ABC ؟

3) ليكن $\mathfrak{R}$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' التي لاحقتها z' : $z'+2=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+2)$

أ- عين مركز و زاوية الدوران $\mathfrak{R}$.

ب- لتكن النقطة E صورة النقطة D بالدوران $\mathfrak{R}$، بين أن لاحقتها هي: $z_E=1+\sqrt{3}i$

ج- أكتب العدد $\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثمّ استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

4) لكل عدد مركب z يختلف عن z_E، نرفق العدد المركب L حيث: $L=\frac{z-z_C}{z-z_E}$

و لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون L عددا تخيليا صرفا

- عين و أنشئ المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;4;-5)$ ، $B(3;2;-4)$ ، $C(5;4;-3)$ ، $D(-2;8;4)$ و الشعاع $\vec{u}(1;5;-1)$.

1) بين أن $x-2z-11=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) الذي يشمل النقطة D و شعاع توجيهه $\vec{u}$.

3) (P) المستوي ذو المعادلة الديكارتية $x-y-z=7$.

أ) بين أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=11+2t \\ y=4+t \quad ;t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

5) لتكن (Γ)، مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}=\beta$ حيث $\beta\in\mathbb{R}$.

أ) اوجد بدلالة β، معادلة ديكارتية لـ (Γ) ثم استنتج أن (Γ) مستو حيث $\overrightarrow{AB}$ شعاع نـــاظمي له.

ب) عين قيمة β حتى يكون (Γ) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x}{x-1}-\ln|x-1|$.

و ليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ ثم فسر النهايتين الأخيرتين هندسيا.

2) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\frac{-x}{(x-1)^2}$.

-إستنتج أتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتهـــــا

ب) تحقق أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]4;5[$.

ج) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (-2) و أكتب معادلتهما.

د) احسب $f(-1)$ ثم ارسمي المماسين (Δ) و (Δ') و المنحنى (C_f).

هـ) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة :

$$m(x-1)=2x^2-x-(x-1)\ln|x-1|$$

4) نعتبر الدالة h و المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي : $h(x)=f(|x|)$.

و ليكن (C_h) المنحنى البياني للدالة h في المعلم السابق .

أ) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0}\frac{h(x)}{x}$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}0}\frac{h(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للدالة h؟

ب) بين أن الدالة h زوجية ، ثم ارسم المنحنى (C_h) في نفس المعلم الســــــابق.

يعطى : $f(10)=-1,09$ $\quad f(6)=-0,41$ $\quad f(-8)=-1,31$ $\quad f(-4)=-0,81$

بالتوفيق