

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول (4,5 ن):

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط $B; A$ و C لواحقتها

على الترتيب على الترتيب Z_A, Z_B, Z_C ، حيث: $Z_A = -1+i\sqrt{3}$ و $Z_B = -1-i\sqrt{3}$ و $Z_C = 2$

(أ) تحقق أن: $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC

(ب) عين Z_Ω لاحقة Ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

(3) (أ) أثبت ان (Γ) مجموعة النقط M التي لواحقتها Z حيث: $Z = x + iy$ والتي تحقق

$Z\bar{Z} + 2(Z + \bar{Z}) = 0$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها. (حيث x, y عدنان حقيقيان)

(ب) تحقق ان النقطتين $B; A$ من الدائرة (Γ)

(3) عين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$. ثم عين صورة الدائرة (Γ) بالدوران R

(5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = |z_A|^{2n} + 1$

(أ) بين أن المتتالية (u_n) متباعدة

(ب) أحسب بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n = u_0 + u_1 + u_3 + \dots + u_n$

التمرين الثاني (4 ن):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط: C, B, A حيث

$$C(1; 5; -2), B(7; -1; -2), A(1; -1; 4)$$

(1) (أ) بين أن النقط C, B, A تعين مستويا. (ب) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

(ج) بين أن الشعاع $\vec{n}(1; 1; 1)$ ناظم للمستوي (ABC) (د) عين معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

- (2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $D(0; -2; -3)$ والعمودي على المستوي (ABC) .
- (3) عين إحداثيات G المسقط العمودي للنقطة D على (ABC) ثم بين أن G هي مركز ثقل المثلث ABC .
- (4) عين مجموعة النقط (E) حيث: $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = k(\overline{MC} - \overline{MB})$ ، $k \in \mathbb{R}$ محددا العناصر المميزة لها.

التمرين الثالث(4ن):

المتتالية (u_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالحد العام u_n حيث: $u_n = e^{1-n}$ ونضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln u_n$. هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

(1) (u_n) هندسية أساسها e (2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ (3) (u_n) متناقصة.

(4) $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} = e^2 \left(\frac{1 - e^{-n}}{e - 1} \right)$ (5) (v_n) حسابية (6) $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1} = -\frac{1}{2}n^2 + n$

التمرين الرابع(5,7ن):

أولاً: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 2x^3 - 1 + 2 \ln x$.

- 1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0, +\infty[$.
- 2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α وأن: $0,86 < \alpha < 0,87$.
- 3) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$.

ثانياً: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب: $f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) احسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.
- 2) ابين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .
- 3) ثبت ان إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$.
- 4) استنتج جدول تغيرات الدالة f . (5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

ثالثاً: نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب: $F(x) = x^2 - \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}$.

- أ) احسب $F'(x)$ حيث F' مشتقة الدالة F على المجال $]0, +\infty[$. ماذا تستنتج؟
- ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$, $x = e$ و $y = 0$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (5 نقاط):

نضع: $x = 1 + \sqrt{2}$

(1) تحقق أن: $x = 2 + \frac{1}{x}$

(2) تعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول u_0 وبالعلاقة التراجعية:
$$\begin{cases} u_0 = x \\ u_{n+1} = 2 + \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

حيث n عدد طبيعي. برهن بالتراجع أن (u_n) متتالية ثابتة

(3) (v_n) هي المتتالية المعرفة كما يلي: $n \in \mathbb{N}^*$
$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_1 = x \\ v_{n+1} = 2v_n + v_{n-1} \end{cases}$$

(أ) برهن أن (v_n) هندسية

(ب) عبر عن v_n بدلالة n

(ت) برر أن v_n متباعدة

(ث) أحسب بدلالة n المجموع: $s_n = v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + \dots + v_n^3$

(ج) أحسب الجداء: $p = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$ بدلالة n

التمرين الثاني (4 نقاط):

يحتوي صندوق على 5 كريات مرقمة من 1 إلى 5 لا نفرق بينها عند اللمس . نسحب على التوالي

3 كريات بالإرجاع (أي بعد كل سحبة نعيد الكرة إلى الصندوق) نسجل بالترتيب الأرقام التي

تحملها الكريات المسحوبة لنحصل عندئذ على ثلاثة أرقام من بين 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

(1) ما هو عدد الأعداد الممكنة ؟

(2) تجيد التجربة هذه المرة لكن دون إرجاع الكرة المسحوبة .

(أ) ما هو عدد الأعداد الممكنة ؟

(ب) ما احتمال الحادثة A " الكرة الثانية المسحوبة تحمل الرقم 4 "؟

(ج) ما احتمال الحادثة B " الحصول على عدد يقبل القسمة على 5 "؟

التمرين الثالث (5 نقاط):

1(أ) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول $z: z^2 + 4z + 5 = 0$

ب) استنتج حل المعادلة ذات المجهول $z: \left(-\frac{5}{z}\right)^2 + 4\left(-\frac{5}{z}\right) + 5 = 0$ ، حيث \bar{z} هو مرافق العدد z و $z \neq 0$

2) في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$. لتكن النقط $B; A$ و C لواقعها

على الترتيب: $Z_A = 2 - i$ و $Z_B = -2 - i$ و $Z_C = -2 + i$

أ/ بين ان العدد $(Z_C - Z_B)^{2015}$ تخيلي صرف

ب/ عين النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا .

3) عين مساحة صورة المستطيل $ABCD$ بالإنسحاب الذي شعاعه \vec{u}

4) عين ثم أنشئ بدقة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $Z = \sqrt{5}e^{i\theta}; \theta \in \mathbb{R}$

التمرين الرابع (6 نقاط):

لتكن الدالة g المعرفة على IR بـ: $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ ، حيث a, b, c أعداد حقيقية.

و (c_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

I) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يقبل (c_g) مماسا عند النقطة $A(0; -3)$ معامل توجيهه 3

والعدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $g(x) = 0$

II) نضع $a = 1$, $b = 0$ و $c = -3$

1) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (c_g) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

4) عين إحداثيات نقط تقاطع (c_g) مع محور الفواصل.

5) بين أنه توجد نقطتا انعطاف للمنحني (c_g)

6) ارسم (T) و (c_g)

7- أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من IR فإن: $g(x) + 2g'(x) + g''(x) = 2e^{-x}$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة g على IR .

ق بالتوفيق

هـ