

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول : (3.5 ن)

الفضاء مزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن النقط $A(1; -1; 1)$ ؛ $B(1; -3; 0)$ و $C(0; 1; 3)$ والمستوي (P) ذو المعادلة الديكارتيّة : $2x + 2y - z - 4 = 0$
1- أ. بين ان النقط A ؛ B و C تعين مستويا (ABC) .

ب. تحقق ان الشعاع $\vec{n}(2; -1; 2)$ ناظمي على المستوي (ABC) ثم لكتب معادلة ديكارتيّة له.

2- بين ان المستويين (P) و (ABC) متعامدين.

3- أ. احسب المسافة بين النقطّة $D(1; 2; -1)$ وكل من المستويين (P) و (ABC) .

ب. استنتج المسافة بين النقطّة D والمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

4- عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) . ثم عين احداثيات النقطّة M من (Δ) حتى تكون المسافة DM اصغرها يمكن.

التمرين الثاني : (4.5 ن)

I / نعتبر في \mathbb{C} المعادلة : $(\bullet) z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0 \dots\dots\dots$

1- تحقق ان العدد المركب $z_1 = i$ حل للمعادلة (\bullet) .

2- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

من اجل كل عدد مركب z : $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z - i)(z^2 + az + b)$.

3- استنتج في \mathbb{C} حلول المعادلة (\bullet) . نرمل للحلين الآخرين بـ z_2 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_3 الحل الآخر

4- اكتب العدد المركب $z_2 - i$ على الشكل الاسي. ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى $(z_2 - i)^n$ تخيليا صرفا.

II / المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. النقط A ؛ B و C لاحقاتها على الترتيب i ؛ $2+3i$ و $2-3i$

1- عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $Arg(z - i) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ / $k \in \mathbb{Z}$

2- عين لاحقة النقطّة A' صورة النقطّة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3- بين ان النقط A' ؛ B و C في استقاميّة وعين العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه B ويحول C الى A'

التمرين الثالث : (4 ن)

(u_n) متتالية موجبة معرفة على \mathbb{N} بالشكل : $u_0 = 2$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$

1- أ. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2u_n}$

2- أ. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

ب. بين ان المتتالية (u_n) متناقصة على \mathbb{N}

ج. استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها.

$$3- \text{ نضع من اجل كل عدد طبيعي } n : v_n = \frac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$$

- أ. بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الاول v_0 واساسها q .
- ب. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- ج. تحقق من نتيجة السؤال (1- ج).
- د- احسب المجموع $S : S = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \dots + u_n(v_n - 1)$

التمرين الرابع : (8 ن)

$$I / g \text{ دالة عددية معرفة على } \mathbb{R} - \{1\} \text{ بالشكل : } g(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$$

1- ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$ و $g(2)$

2- استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II / f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل :

$$f(x) = x - 2 - \frac{\ln|x - 1|}{x - 1} \text{ و } (C) \text{ تمثيلها البياني في مستو مزدود بمعتم متعامد متجانس } (O ; \vec{i}, \vec{j})$$

1- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - 1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

2- بين ان المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

3- ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4- بين ان المنحني (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

5- بين ان النقطة $w(1; -1)$ مركز تناظر للمنحني (C) .

6- بين ان المنحني (C) يقبل نقطتي انعطاف يصلب تعيينهما.

7- انشئ كل من المماسين (T) و (T') والمنحني (C) .

8- ناقش بيانيا حسب فيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

9- λ عدد حقيقي سالب غير معدوم. احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمت التي

معادلاتها : $x = \lambda$ ؛ $x = 0$ و $y = x - 2$. ثم عين قيمة λ حتى يكون $A(\lambda) = 2$.

10- h دالة معرفة على \mathbb{R}^* بالشكل $h(x) = x - \frac{\ln|x|}{x}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

بين ان (C_h) هو صورة (C) بانسحاب يطلب تعيينه.

الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. النقط $A(-2, 0, 1)$ ، $B(1, 2, -1)$ و $C(-2, 2, 2)$ والمستوي (P') ذو المعادلة الديكارتيّة $4y + 2z - 7 = 0$.

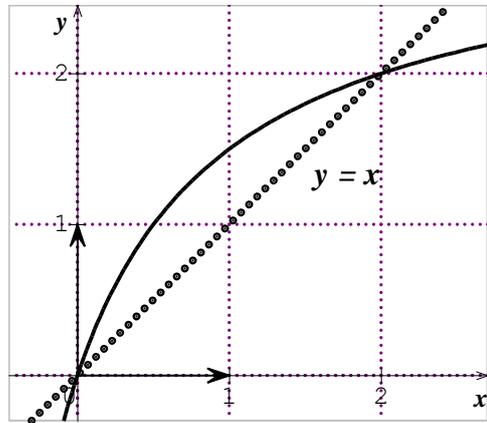
1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج القيمة المدورة الى الوحدة بالدرجات للزاوية \hat{BAC} .
2. استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية وان $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. أ. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.
ب. بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .
4. أ. بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة ω يطلب تعيين احداثياتها .
ب. استنتج أن ω هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
5. نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha^2 - 1); (B, \alpha^2 + 2); (C, -2\alpha^2)\}$ حيث α وسيط حقيقي .
عين بدلالة α احداثيات G_α واستنتج مجموعة النقط G_α عندما تتغير α في \mathbb{R} .

التمرين الثاني : (5.5 ن) (الجزءان I و II مستقلان عن بعضهما)

I / نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ $U_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n}{U_n + 1}$.

f دالة عددية معرفة على $]-1, +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{3x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) كما هو موضح في الشكل المقابل .

- 1- أ. مثل على الشكل المقابل وعلى محور الفواصل U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 مبرزا خطوط الرسم .
ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها .



- 2- أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < 2$.
ب. أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ؟ وبين أنها متقاربة واحسب نهايتها ؟

3- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 1 - \frac{2}{U_n}$.

أ. أثبت أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب. أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

ج. أحسب بدلالة n المجموع $S = V_0 + V_2 + V_4 + \dots + V_{2n}$.

II / نرمي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات متعاقبة

نقترح اللعبة التالية يربح اللاعب ثلاثة دنانير اذا ظهر الوجه و يخسر دينارا واحدا اذا ظهر الظهر .

أ - عين مجموعة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية .

ب. عين قيم المتغير العشوائي X وعين قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي .

ج - احسب احتمال ان يربح اللاعب 5 دنانير

التمرين الثالث : (3.5 ن)

المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس (o, \vec{u}, \vec{v}) . النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب : $Z_A = -1$ ، $Z_B = 1 + 2i$ و $Z_C = 1 - 2i$.

1 . علم النقط A ، B و C .

2. عين طوليلة وعمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC .

3. S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث: $Z' = e^{-i\frac{\pi}{2}}Z - 1 - i$

عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة ثم بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتحويل S .

4. لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث M تختلف عن B وتختلف عن C بحيث يكون $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ تخيليا صرفا.

أ. بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (Γ) .

ب. فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة.

التمرين الرابع: (7 ن)

I / g هي الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج حسب قيم x من \mathbb{R} فإن: $g(x) > 0$.

II / f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1. أحسب نهايتي f عند اطراف مجال التعريف.

2. أـ بين أنه من أجل x من \mathbb{R} : $f'(x) = g(x)$.

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3. أـ بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.

بـ أدرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5. بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.

6. أنشئ المنحني (C_f) والمستقيمان (Δ) و (T) .

7. h دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = (2|x| - 1)e^{2|x|} + |x| + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني.

بين أن h زوجية و اشرح كيف يتم انشاء المنحني (C_h) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم.

8. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$.

9. احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$.