

امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي
(دورة ماي 2016)

الشعبة علوم تجريبية

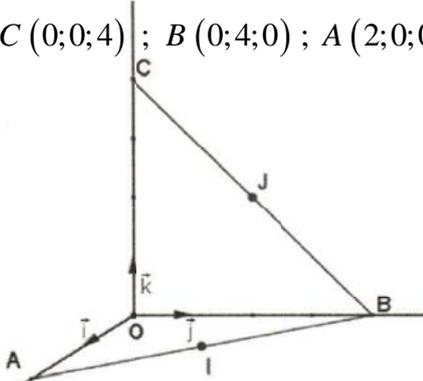
المدة : 3 ساعات و 30 دقيقة

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأولالتمرين الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $C(0;0;4)$; $B(0;4;0)$; $A(2;0;0)$.
نشير بـ I و J إلى منتصفي القطعتين $[AB]$ و $[BC]$.

1) عين احداثي النقطتين I و J .2) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $MI = MJ$

(أ) بين أن P هي مستوي معرف بالمعادلة $2x - 4z + 3 = 0$
 (ب) بين ان المستوي P و المستقيم (OC) يتقاطعان في نقطة

K يطلب تعيين احداثياتها .

3) لتكن S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{3}{2}z - 5 = 0$ (أ) بين أن S سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها(ب) تحقق ان النقطتين I و J ينتميان الى S .(ت) بين أن S هي سطح الكرة الوحيدة التي تمر من I و J و مركزها نقطة من المستقيم (OC) .4) حدد طبيعة تقاطع المستوي P و سطح الكرة S .التمرين الثاني (5 نقاط)1) (أ) حل في \mathbb{C} المعادلة (E) : $z^2 - 2z + 4 = 0$.(ب) عين شكلا أسيا لحلي المعادلة (E) .2) نعتبر في المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، الدائرة (Γ) التي مركزها

مبدأ المعلم و نصف قطرها 2 و النقطة A ذات اللاحقة 2. علم النقطتين B و C ذات اللاحقتين $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ بهذا الترتيب.

3) ليكن M نقطة من الدائرة (Γ) لاحتقتها $2e^{i\theta}$ ؛ نشير بـ N للنقطة من (Γ) حيث :

$$\left(\overline{OM}; \overline{ON}\right) = \frac{\pi}{3} . \text{ برر أن للاحقة النقطة } N \text{ هي : } 2e^{i\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)}$$

4) ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$.(أ) تحقق أن الكتابة المركبة للدوران r هي : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2 - 2e^{i\frac{\pi}{3}}$.(ب) لتكن النقطتين F و K منتصفي القطعتين $[BM]$ و $[CN]$ بهذا الترتيب. بين أن : $r(F) = K$ (ج) استنتج طبيعة المثلث AFK .

$$(أ) \text{ بين أن : } AF^2 = 4 - 2\sqrt{3} \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \quad (5)$$

(ب) استنتج للاحقة النقطة M التي من أجلها تكون AF أعظمية .

التمرين الثالث (6 نقط)

(1) $g(x) = 1+x - x \ln(x)$: $]0; +\infty[$ دالة عددية معرفة على

(أ) حدد اتجاه تغير الدالة g .

(ب) استنتج أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد x_0 في المجال $]0; +\infty[$ ؛ تحقق ان : $3.5 < x_0 < 3.6$.

(ت) استنتج إشارة g .

(2) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln(x)}{1+x^2}$.

(C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(أ) أحسب $f'(x)$ و تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) تحقق أن : $f(\sqrt{x_0}) = \frac{1}{2x_0}$

(د) أرسم المنحنى (C_f) . (نأخذ $x_0 = 3.6$).

(3) (a_n) متتالية معرفة على \mathbb{N}^* بـ : $a_n = \int_1^{\frac{1}{n}} f(t) dt = F\left(\frac{1}{n}\right)$ ، حيث F دالة أصلية للدالة f على

المجال $]0; 1[$ التي تنعدم عند 1 . لا يطلب حساب F

(أ) بين أن (a_n) متتالية متزايدة . [استعن بـ $0 \leq \frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{n} \leq 1$]

(ب) بين من أجل كل $x \in]0; 1[$: $\ln(x) \leq f(x) \leq \frac{1}{2} \ln(x)$.

(ج) استنتج أن : $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1+\ln(n)}{n}\right) \leq a_n \leq 1 - \frac{1+\ln(n)}{n}$

(د) بين أن (a_n) متقاربة و نهايتها تنتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

التمرين الرابع (5 نقاط)

يحتوي كيس على كرتين زرقاوين و كرة حمراء ، لا نفرق بينها في اللمس .

(1) نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع الإرجاع . (ارجاع الكرة الأولى قبل السحب الثاني)

(أ) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .

(ب) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : « الكرة المسحوبة الأولى حمراء ».

B : « الكرتان المسحوبتان من نفس اللون » .

C : « الكرة الأولى حمراء أو الكرة الثانية زرقاء ».

(ج) أحسب احتمال الحوادث التالية : \bar{A} ، $B \cup C$ ، $A \cap B$ ، $B \cap C$

(2) في هذه الحالة نسحب عشوائيا كرتين الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع .

(أ) شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .

(ب) أحسب احتمال الحوادث التالية : A ، B ، C ، \bar{A} ، $B \cup C$ ، $A \cap B$ ، $B \cap C$

(ج) إذ علمت أن الكرة الأولى زرقاء ، ما احتمال سحب كرة زرقاء في المرة الثانية ؟