

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التاريخ : 2015/11/29

المستوى : 3 رياضي

الوقت : ساعتان

التمرين 1 : (7 نقاط)

(1) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 .

ب- استنتج باقي قسمة العدد 1437^{1954} على 11 .

ج- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية : $\begin{cases} 3^{3n} + 3^{2n} + 3^n + n \equiv 0 [11] \\ n \equiv 1 [5] \end{cases}$

(2) نعتبر ، في المجموعة \mathbb{Z}^2 ، المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$ التالية : $414x - 1170y = 72$.

أ- احسب $PGCD(1170; 414; 72)$.

ب- حل المعادلة (E) .

(3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta 0\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 5 ، ويكتب $\overline{\beta\alpha 200}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 .

عيّن α و β ، ثم اكتب N في النظام العشري .

(4) أ- حلل العدد 2016 إلى جداء عوامل أولية واستنتج الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2016 .

ب- نضع : $m = PPCM(a; b)$ و $d = PGCD(a; b)$.

عيّن الأعداد الطبيعية a و b بحيث : $5m^2 + 11d^2 = 2016$.

التمرين 2 : (13 نقطة)

(I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{a + b \ln x}{x}$

حيث : a و b عدنان حقيقيان ، (C_g) المنحني الممثل للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب الدالة المشتقة للدالة g .

(2) عيّن قيمتي a و b بحيث تنتمي النقطة $A(1; 2)$ إلى المنحني (C_g) ويكون المماس عند A موازيا لحامل

محور الفواصل .

(II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{2 \ln x}{x}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق .

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، وفسر النتيجة هندسيا .

ب- بيّن أن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $-\ln x$.

- ج- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، وشكل جدول تغيّراتها .
- (2) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم تحقق أن : $0.3 < \alpha < 0.4$.
ب- أثبت أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف B يطلب تعيين إحداثيها .
ج- اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) الذي يشمل المبدأ O .
- (3) ارسم المستقيم (T) والمنحني (C_f) .
- (4) h_m الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :
 $h_m(x) = 2\ln x + (\ln x)^2 + \frac{1}{2}mx^2$ ، حيث m عدد حقيقي .
أ- احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .
ب- باستعمال المنحني (C_f) ، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $h'_m(x) = 0$.
- (III) نعتبر الدالة k المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $k(x) = \frac{2}{x} + \frac{\ln(x^2)}{x}$ ، (C_k) منحنيا البياني .
- (1) ادرس شفعية الدالة k .
(2) أنشئ المنحني (C_k) في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.