الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية مراح عبد القادر

مديرية التربية لولاية وهران
السنة: 16/15

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

الشعبة: 3 رياضي

المدة: 4 سا

التمرين الأول: (4 نقط)

I] أذكر صحة أم خطأ العبارات التالية مع التعليل:

1) لتكن f دالة عددية معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\ln(1+x)$.

العبارة 1) " الدالة f موجبة على $]0;+\infty[$ ".

2) نعتبر المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ حيث كل حدودها تختلف عن -3 .

نعرف (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{2}{3+u_n}$.

العبارة 2) " إذا كانت (u_n) متتالية متقاربة فإن (v_n) متتالية متقاربة "

3) ليكن $z=-\tan\dfrac{3\pi}{10}\left(\sin\dfrac{\pi}{5}+i\cos\dfrac{\pi}{5}\right)$

العبارة 3) " عمدة العدد المركب بترديد 2π هو $\dfrac{13\pi}{10}$ "

II] أسئلة مستقلة عن بعضها البعض :

1) جد كل الأعداد الطبيعية a و b حيث $a+b=1170$ و $PGCD(a,b)=65$.

2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3^{2n}-1$ يقبل القسمة على 4 .

ب – إستنتج باقي القسمة الإقليدية لـ $3^{40}+5$ على 4 .

3) عين x و y و z من $\mathbb{N}$ بحيث : $\overline{xyz}^{7}=\overline{zyx}^{11}$.

التمرين الثاني : (6نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر في $\mathbb{C}$ ، مجموعة الأعداد المركبة ، المعادلة : $(E_\theta):z^2+4z\cos\theta+4=0$ ، حيث $\theta\in]0;\pi[$.

1) بدون حل المعادلة (E_θ)، أثبت أنه إذا كان α حل للمعادلة (E_θ) فإن $\overline{\alpha}$ هو كذلك حلا لها.

2) نضع : $z_1=-2\cos\theta+2i\sin\theta$ و $z_2=-2\cos\theta-2i\sin\theta$.

أ- تحقق أن z_1 و z_2 هما حلي المعادلة (E_θ).

ب- أكتب z_1 و z_2 و $\dfrac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي .

ت- أستنتج قيمة θ التي من أجلها يكون OM_1M_2 مثلث قائم في O حيث M_1 و M_2 نقط من المستوي لواحقها على الترتيب z_1 و z_2.

ث- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z=2e^{i\theta}+3$.

ي مايلي نعتبر: $\theta\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ و النقط C,B,A لواحقها على الترتيب z_1 و z_2 و 2 .

3) أ- تحقق أن : $\frac{z_2-2}{z_1-2}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ و إستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب - عين مركز و نصف قطر الدائرة (Γ_1) المحيطة بالمثلث ABC .

4) نعتبر التحويل النقطي S_1 في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=iz+3$

أ- عين طبيعة التحويل S_1 و عناصره المميزة.

ب- عين (Γ') صورة الدائرة (Γ_1) ؛ تحقق أن (Γ) جزء من (Γ').

5) ليكن S_2 تحويل نقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=az+b$ مع a و b مركبان و $a\neq 0$.

أ- عين العددين a و b حتى يكون التحويل المركب $S_1\circ S_2$ تشابه مباشر نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه Ω ذات اللاحقة $\frac{3}{5}+\frac{11}{5}i$. إستنتج طبيعة التحويل S_2 و عناصره المميزة.

التمرين الثالث: (5 نقط)

الفضاء (ξ) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. ليكن : $(P_m):(2-m)x+3my-(m+1)z-3=0$ حيث m عدد حقيقي .

1) أثبت أنه ،من أجل كل m عدد حقيقي ، (P_m) هو مستوي.

2) عين المستوي (P_m) الذي يوازي المستقيم : $(D):x-2=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{4}$.

3) ليكن $A(1;0;1)$ و الشعاعين $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}$ و $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{k}$. هل يوجد مستوي (P_m) يوازي المستوي $P(A,\vec{u},\vec{v})$ ، حيث $P(A,\vec{u},\vec{v})$ هو مستوي يشمل النقطة A و موجه بالشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

4) برهن أن كل المستويات (P_m) تحتوي على مستقيم ثابت (Δ) يطلب تحديده.

5) من أجل $\lambda\in\mathbb{R}$ ، نعتبر المستقيم (Δ_λ) المعرف بـ : $\alpha\in\mathbb{R}$; $\begin{cases}x=2+\lambda\alpha\\ y=(1-\lambda)\alpha\\ z=1+\alpha\end{cases}$.برهن أنه يوجد مستوي (Q) مستقل عن λ يحتوي كل المستقيمات (Δ_λ).

6) عين معادلة ديكارتية للمستوي (P_λ) الذي يحوي المستقيم (Δ_λ) و يوازي المستقيم : $(D_1)\begin{cases}x=2\\ x+z=1\end{cases}$.

التمرين الرابع: (5 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x}+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

الجزء الأول:

1) أ- أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ب- عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

2) برهن أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حل وحيد α في المجال $]0,5;0,7[$.

3) أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T).

الجزء الثاني :

نقبل أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $0\le f(n)\le\frac{1}{n(n+1)}$.

1) نعتبر المتتالية (S_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $S_n=\frac{1}{n(n+1)}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}+\ldots+\frac{1}{2n(2n+1)}$

برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ،

$0\le f(n)+f(n+1)+f(n+2)+\ldots+f(2n)\le S_n$

2) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n+1}$.

3) إستنتج المساواة : $S_n=\frac{n+1}{n(2n+1)}$.

4) مستعملا الأسئلة السابقة ، عين النهاية لـ : $f(n)+f(n+1)+\ldots+f(2n)$ لما n يؤول إلى $+\infty$.