

التمرين الأول: (06 نقاط)

f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بتمثيلها البياني (C_f) الذي يشمل النقطة $A(1; 3-e)$ ، مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $B(0; 1)$. أنظر الشكل.

(I) أ، بقراءة بيانية أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x - 0} , \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} , f'(0)$$

(ب) أكتب معادلة المماس (T) .

(ج) أوجد قيمة العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أن

$$f(x) = (ax + b)e^x + 3$$

(II) $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي:

(أ) أحسب $g'(x)$ باستعمال مشتق دالة مركبة

(ب) أدرس اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

التمرين الثاني: (14 نقطة)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = x^2 - 1 - 2\ln(x)$$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) برهن أن، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(4) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ

(C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث، $0,3 < \alpha < 0,4$

(ج) أرسم (Δ) و (C_f) . يعطى: $f(0,5) = 1,5$ ، $f(1) = 2$ ، $f(2) = 2,25$

(5) نعتبر الدالة لعددية h المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ:

$$h(x) = f(-x)$$

- إشرح كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أرسم (C_h)

