الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تمنراست   ثانويات

تمنراست المقاطعة 29

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي   دورة :

مـــــــــاي 2017

شعـــــــبة : الرياضيات

اختبار في مادة الرياضيات

المـــــــدة : 4 ســـــا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

(u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n : بـــ $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n = 2^{n+1} + 1$ هل العددان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما ؟

2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

ثم أستنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد 2017^{1438} على 5

3) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2u_n - v_n = 5$ ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة n .

4) عين القيم الممكنة للعدد الطبيعي $PGCD(u_n ; v_n)$

ثم أستنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(u_n ; v_n) = 5$

التمرين الثاني (4 نقاط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o\ ; \vec{i}\ ; \vec{j}\ ; \vec{k})$ نعتبر النقط

$C(-1;0;1)$; $B(-1;0;2)$, $A(1\ ;\ 1;0)$

و المستوي (p) الذي تمثيله الوسيطي له $\begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = \alpha + \beta - 2 \\ z = 3\alpha + \beta + 3 \end{cases}$ حيث α و β عددان حقيقيان

1) تحقق أن النقط A , B ; C ليست في استقامية ثم بين أن $x - 2y + 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (ABC)

2) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (p) ثم تحقق أن النقطة C من هذا المستوي ..

3) تحقق أن المستويان (p) و (ABC) متعامدان ثم عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما (Δ) و أحسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

4) لتكن G مرجح الجملة $\{(A\ ;3); (B\ ;\lambda); (C\ ;\lambda^2)\}$ حيث λ عدد حقيقي بين أنه من أجل كل عدد حقيقي λ فإن G موجودة ثم عين قيمة العدد λ حتى تكون النقطة G تنتمي إلى المستقيم (Δ)

التمرين الثالث (5 نقاط) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

أكتب الحلول على الشكل المثلثي

2) نعتبر المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتان A ; B ; C التى لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-\sqrt{3}-i$.

عين z_D لاحقة النقطة حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ثم أكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_A و z_B و z_C.

3) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ تخيلي صرف جزئه التخيلي سالب .

4) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z بالنقطة M' من المستوي ذات اللاحقة z' حيث $z'=(1-i\sqrt{3})z-\sqrt{3}+3i$ عين طبيعة التحويل S مُعينَاً عناصره المميزة

5) بين ان المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق $(z-z_A)\overline{(z-z_A)}=z_C.\overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها ثم عين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S معينا عناصرها المميزة .

التمرين الرابع (7 نقاط) :

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=-x-1+\dfrac{2e^x}{1+e^x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=0$ ماذا تستنتج ؟

2) أحسب نهاية الدالة عند $-\infty$ ثم استنتج نهايتها عند $+\infty$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\dfrac{e^{2x}+1}{(1+e^x)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-x-1)]$ ثم أستنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يُطلب تعيين معادلتيهما.

5) أنشئ المنحنى (C_f).

6) λ عدد حقيقي سالب تماما نسمي $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=-x-1$; $x=\lambda$; $x=0$ - عبر عن المساحة $S(\lambda)$ بدلالة λ

7) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}S(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

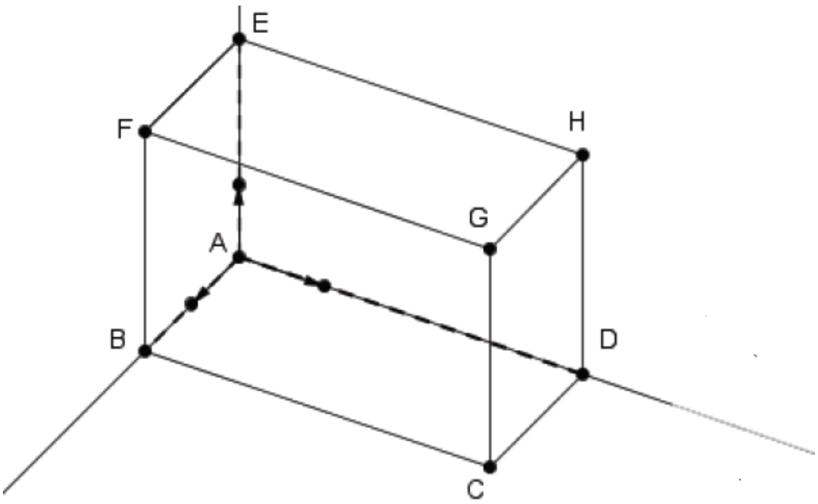
التمرين الأول(4 نقاط) :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n+4n-4$

1- هل المتتالية حسابية ؟ هندسية ؟ برر إجابتك .

2- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بـ $\mathbb{N}$: $v_n = u_n + \alpha n + \beta$
عين العددين الحقيقيين α و β لكي تكون المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول أحسب في هذه الحالة بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.
3- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13
ثم أستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{2016} على 13 .
4- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2018^{1438} + 2016^{1437} + 2015^{1436} + 2014^{1435}$ على 13 .

<u>التمرين الثاني (4 نقاط) :</u>



الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(A\,;\,\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,;\,\vec{k}\,)$ $ABCDEFGH$
متوازي مستطيلات حيث $\overrightarrow{AE} = 3\,\vec{k}$ و
$\overrightarrow{AD} = 4\,\vec{\jmath}$ و $\overrightarrow{AB} = 2\,\vec{\imath}$

1- تحقق أن $\overrightarrow{AG} = 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 3\,\vec{k}$.
ثم عين إحداثيي الشعاعان $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EB}$.

2- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (EBG)
3- ليكن λ عدد حقيقي يختلف عن 1 و $M(2\,\lambda\,;4\,\lambda;3\,\lambda)$ نقطة من الفضاء تحقق ان M تنتمي إلى المستقيم (AG) باستثناء النقطة G ثم بين أن النقطة M لا تنتمي إلى المستوي (EBG)
4- ليكن V_{MEBG} حجم رباعي الوجوه $MEBG$ عبر عن V بدلالة λ .
ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $AEBG$
و عين قيمة العدد الحقيقي λ التي يكون فيها V_{MEBG} مساويا لحجم متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$.

<u>التمرين الثالث (5 نقاط) :</u>

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C ; D ذات اللواحق $z_A = 4 - i$; $z_B = 4 + i$; $z_C = 1 + 2i$; $z_D = -i$ على الترتيب .

1) ليكن S التشابه الذي مركزه A و يحول B إلى D
أكتب عبارة التشابه S محددا عناصره المميزة .

2) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي

3) استنتج طبيعة المثلث BCD .

4) بين أن النقط A ; B ; C ; D تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

5) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث $|\,2iz+2-9i\,|=1$
تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ) ثم عين مجموعة النقط (Γ) و عناصرها المميزة .

التمرين الرابع (7 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{2}x^2(3-2\ln(x))+1 \ : x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

(C_f) منحنياها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$

1- أدرس إستمرارية و قابلية الاشتقاق الدالة f عند 0 مُفسرا قابلية الاشتقاق عند 0 هندسيا .

2- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3- بين أن $f'(x)=2x(1-\ln(x))$ و أستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ $g(x)=f(x)-2x-\dfrac{1}{2}$

أحسب $g'(x)$; $g''(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة g' و استنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0\,;+\infty[$.

6- أدرس تغيرات الدالة g ثم أستنتج اشارة $g(x)$
و استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

7- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $4{,}6<\alpha<4{,}7$
ثم أرسم (C_f) و (Δ) .

انتهى الموضوع الثاني

ـــ ثانوية الشيخ أمود تمنراست - بالتوفيق في بكالوريا 2017

التصحيح المفصل للاختبار التجريبي للبكالوريا 2017

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط) :

(u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n : بـــــ $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=2u_n-1 \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=1 \\ v_{n+1}=2v_n+3 \end{cases}$

1) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n=2^{n+1}+1$

لدينا $u_0=2^1+1=3$ و منه محققة

نفرض أن $u_n=2^{n+1}+1$ و لنبرهن أن $u_{n+1}=2^{n+2}+1$

لدينا $u_{n+1}=2u_n-1$ و $u_n=2^{n+1}+1$ نعوض فنجد $u_{n+1}=2(2^{n+1}+1)-1=2^{n+2}+1$ و منه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n=2^{n+1}+1$.

تبين إن كان العددان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما لدينا $u_{n+1}=2u_n-1$ هذا يعني أن $-u_{n+1}+2u_n=1$
فحسب نظرية بيزو العددان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما .

2) دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5 حسب قيم العدد الطبيعي

لدينا $2^0 \equiv 1[5]$ و $2^1 \equiv 2[5]$ و $2^2 \equiv 4[5]$ و $2^3 \equiv 3[5]$ و $2^4 \equiv 1[5]$ و منه برفع الأخيرة إلى قوى k
نجد $2^{4k} \equiv 1[5]$ و بالضرب في 2 نجد $2^{4k+1} \equiv 2[5]$ و بالضرب في 2 نجد $2^{4k+2} \equiv 4[5]$ و بالضرب
في 2 نجد $2^{4k+3} \equiv 3[5]$ و منه
باقي قسمة 2^n على 5
لما $n = 4k$ هو 1 و لما $n = 4k+1$ هو 2 و لما $n = 4k+2$ هو 4 و لما $n = 4k+3$ هو 3
.
أستنتاج باقي القسمة الأقليدية للعدد 2017^{1438} على 5 لدينا $1438 = 4 \times 359 + 2$ و هي من الشكل
$n = 4k+2$ و منه باقي قسمة 2017^{1438} على 5 هو 4 .

3) البرهان بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2u_n - v_n = 5$ لدينا
$2u_0 - v_0 = 2(3) - (1) = 5$ محققة .
نفرض أن $2u_n - v_n = 5$ و لنبرهن أن $2u_{n+1} - v_{n+1} = 5$
$2u_{n+1} - v_{n+1} = 2[2u_n - 1] - [2v_n + 3] = 4u_n - 2v_n - 5 = 2(2u_n - v_n) - 5 = 10 - 5 = 5$ و منه
$2u_{n+1} - v_{n+1} = 5$ إذن من اجل كل عدد طبيعي n فإن $2u_n - v_n = 5$.

استنتاج عبارة v_n بدلالة n من ما سبق نجد $v_n = 2u_n - 5 = 2[2^{n+1} + 1] - 5$ أي $v_n = 2^{n+2} - 3$.

4) تعين القيم الممكنة للعدد الطبيعي $PGCD(u_n ; v_n)$ لدينا $2u_n - v_n = 5$ و منه $PGCD(u_n ; v_n)$ هو قاسم للعدد
5 أي ان القيم الممكنة للعدد $PGCD(u_n ; v_n)$ هي 1 او 5 .

استنتاج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(u_n ; v_n) = 5$

$u_n \equiv 0[5]$; $v_n \equiv 0[5]$ أي أن $2^{n+1} + 1 \equiv 0[5]$; $2^{n+2} - 3 \equiv 0[5]$ يعني أن $2^{n+1} \equiv -1[5]$; $2^{n+2} \equiv 3[5]$ أي
$2^{n+1} \equiv 4[5]$; $2^{n+2} \equiv 3[5]$ و لدينا $2^{n+1} \equiv 4[5]$ يعني مما سبق نجد أن $n + 1 = 4k + 2 : k \in \mathbb{N}$ أي
$n = 4k + 1 : k \in \mathbb{N}$ بالتعويض في $2^{n+2} \equiv 3[5]$ نجد $2^{4k+3} \equiv 3[5]$ و هذه محققة و منه من اجل كل عدد
طبيعي n يكتب على الشكل $n = 4k + 1$ و k عدد طبيعي .

<u>التمرين الثاني (4 نقاط) :</u>

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o \,;\, \overrightarrow{i} \,;\, \overrightarrow{j};\, \overrightarrow{k}\right)$ نعتبر النقط
$C(-1;0;1);\ B(-1;0;2)\ ,\ A(1\ ;\ 1;0)$

و المستوي (p) الذي تمثيله الوسيطي له $\begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = \alpha + \beta - 2 \\ z = 3\alpha + \beta + 3 \end{cases}$ حيث α و β عددان حقيقيان

1) التحقق أن النقط $A\ ,\ B\ ;\ C$ ليست في استقامية لدينا $\overrightarrow{AB}(-2\ ;\ -1;2)$ و $\overrightarrow{AC}(-2\ ;\ -1;1)$ بما أن
$\frac{-2}{-2} \neq \frac{1}{2}$ فإن الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطيا و منه $A\ ,\ B\ ;\ C$ ليست في استقامية .
اثبات أن $x - 2y + 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (ABC) :
لدينا $(1) - 2(1) + 1 = 0$ ومنه A من هذا المستوي و $(-1) - 2(0) + 1 = 0$ ومنه B من هذا المستوي
و $(-1) - 2(0) + 1 = 0$ ومنه C من هذا المستوي و منه محققة .

2) كتابة المعادلة ديكارتية للمستوي (p) : $\begin{cases} x=\alpha+1 \\ y=\alpha+\beta-2 \\ z=3\alpha+\beta+3 \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} \alpha=x-1 \\ y=\alpha+\beta-2 \\ z=3\alpha+\beta+3 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} \alpha=x-1 \\ \beta=-x+y+3 \\ z=3\alpha+\beta+3 \end{cases}$ أي

$z=3(x-1)+(-x+y+3)+3$ بعد التبسيط نجد $2x+y-z+3=0$ و هو المطلوب

التحقق أن النقطة C من هذا المستوي نعوض إحداثيات النقطة في المعادلة الديكارتية للمستوي نجد

$2(-1)+0-1+3=0$ و منه محققة .

3) التحقق أن المستويان (p) و (ABC) متعامدان لدينا الشعاع الناظيمي للمستوي (p) هو $\overrightarrow{n}(2\ ;1\ ;-1)$ و الشعاع الناظيمي للمستوي (ABC) هو $\overrightarrow{n'}(1\ ;-2\ ;0)$ الجداء السلمي $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{n'}=2\times1+1\times(-2)+(-1)\times0=0$ و منه المستويان متعامدان .

تعين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما (Δ) و هو تقاطع المستويان (ABC) و (p) و هو مجموعة النقط

$M(x\ ;\ y;\ \ z)$ حيث $\begin{cases} 2x+y-z+3=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases}$ بوضع $y=t$ نجد $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t \\ z=5t+1 \end{cases} :t\in IR$ و هو المطلوب .

حساب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) : لتكن $H(2t-1;\ t\ ;\ 5t+1)$ المسقط العمودي A على (Δ) و منه $\overrightarrow{AH}$ عمودي على شعاع توجيه المستقيم (Δ) و $\overrightarrow{AH}(2t-2;t-1;5t+1)$ شعاع توجيهه $\overrightarrow{v}(2;1\ ;5)$,

نحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{v}=4t-4+t-t+25t+5=0$ و منه نجد أن $30t=0$ أي $t=0$ و منه $H\equiv C$

المسافة بين A و (Δ) هي $AC=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+(1)^2}=\sqrt{6}$.

4) لتكن G مرجح الجملة $\{(A\ ;\ 3);(B\ ;\lambda);\ (C\ ;\lambda^2)\}$ حيث λ عدد حقيقي

اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي λ فإن G موجودة لدينا من أجل كل عدد حقيقي λ : $\lambda^2+\lambda+3\neq0$ لان مميزها $\Delta=-11$ سالب و منه فإن G موجودة .

تعين قيمة العدد λ حتى تكون النقطة G تنتمي إلى المستقيم (Δ) نحسب احداثيات G

$G\left(\dfrac{-\lambda^2-\lambda+3}{\lambda^2+\lambda+3};\dfrac{3}{\lambda^2+\lambda+3};\dfrac{\lambda^2+2\lambda}{\lambda^2+\lambda+3}\right)$ تنتمي (Δ) يعني $\begin{cases} \dfrac{-\lambda^2-\lambda+3}{\lambda^2+\lambda+3}=2t-1 \\ \dfrac{3}{\lambda^2+\lambda+3}=t \\ \dfrac{\lambda^2+2\lambda}{\lambda^2+\lambda+3}=5t+1 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} \dfrac{3}{\lambda^2+\lambda+3}=t \\ \dfrac{3}{\lambda^2+\lambda+3}=t \\ \dfrac{\left(\dfrac{\lambda-3}{5}\right)}{\lambda^2+\lambda+3}=t \end{cases}$

تكون محققة إذا كان $\dfrac{\lambda-3}{5}=3$ أي أن $\lambda=18$ ......و هو المطلوب

<u>التمرين الثالث (5 نقاط) :</u>

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ نحسب المميز $\Delta=-4$ للمعادلة حلين هما $z_1=\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{3}-i$

كتابة الحلول على الشكل المثلثي : $z_1=2e^{\frac{\pi}{6}i}$ و $z_1=2e^{-\frac{\pi}{6}i}$

2) نعتبر المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتان A ; B ; C التى لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-\sqrt{3}-i$.

تعين z_D لاحقة النقطة حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع أي ان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي ان $z_B-z_A=z_D-z_C$ و منه $z_D=z_B-z_A+z_C=\sqrt{3}-i$.

الكتابة على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_A و z_B و z_C :

$z_A=2e^{\frac{\pi}{6}i}$ و $z_B=2e^{\frac{-\pi}{6}i}$ و $z_C=2e^{\frac{7\pi}{6}i}$ ..

3) تعين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ تخيلي صرف جزئه التخيلي سالب

$\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n=e^{\frac{7n\pi}{6}i}=cos\left(\frac{7n\pi}{6}\right)+isin\left(\frac{7n\pi}{6}\right)$ تخيلي صرف جزئه التخيلي سالب

يعني ان $\begin{cases} cos\left(\frac{7n\pi}{6}\right)=0 \\ \text{و} \\ sin\left(\frac{7n\pi}{6}\right)=-1 \end{cases}$ أي أن $\frac{7n\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}+2\pi k$ و k عدد طبيعي بالضرب في 6 نجد

$$7n=9+12k$$

و منه $7n\equiv 9[12]$ بضرب في 5 نجد $35n\equiv 45[12]$ و $35\equiv -1[12]$ و منه $-n\equiv 9[12]$ أي ان $n\equiv -9[12]$ يكافئ $n\equiv 3[12]$ و منه $n=12k'+3$ و k' عدد طبيعي.

4) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z بالنقطة M' من المستوي ذات اللاحقة z' حيث $z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)z-\sqrt{3}+3i$ تعين طبيعة التحويل S مُعينَا عناصره المميزة

Sهو التشابه الذي نسبته2 $=\left|1-i\sqrt{3}\right|$ و زاويته $arg\left(1-i\sqrt{3}\right)=-\frac{\pi}{3}$ و مركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $z_0=\frac{-\sqrt{3}+3i}{i\sqrt{3}}=i+\sqrt{3}$.

5) إثبات ان المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق $(z-z_A)\overline{(z-z_A)}=z_C.\overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها $(z-z_A)\overline{(z-z_A)}=z_C.\overline{z_C}$ يكافئ أن $|z-z_A|=|z_C|$ أي ان $|z-z_A|=2$ يعني ان $MA=2$ مجموعة النقط (Γ) هي الدائرة ذات المركز A و نصف القطر $R=2$

تعين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S معينا عناصرها المميزة : (Γ') هي الدائرة ذات المركز ω' $(S(A)=\omega')$ ذو اللاحقة $z_{\omega'}=S(z_A)=\left(1-i\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}+i\right)-\sqrt{3}+3i$ أي $z_{\omega'}=\sqrt{3}+$ i و نصف قطرها $R'=4$ ($R'=2R$) ...

<u>التمرين الرابع (7 نقاط) :</u>

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=-x-1+\frac{2e^x}{1+e^x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=0$ لدينا

$$f(x)+f(-x)=-x-1+\frac{2e^{x}}{1+e^{x}}+x-1+\frac{2e^{-x}}{1+e^{-x}}=-2+\frac{2e^{x}}{1+e^{x}}+\frac{2}{e^{x}+1}=-2+\frac{2\left(e^{x}+1\right)}{e^{x}+1}=0$$

نستنتج أن f دالة فردية .

2) حساب نهاية الدالة عند $-\infty$ لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-x-1+\frac{2e^{x}}{1+e^{x}}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x-1)=+\infty$

استنتاج نهايتها عند $+\infty$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-f(-x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}-f(x)=-\infty$.

3) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\frac{e^{2x}+1}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$ لدينا $f'(x)=-1+\frac{2e^{x}\left(1+e^{x}\right)-2e^{2x}}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$

أي ان $f'(x)==\frac{-1-2e^{x}-e^{2x}+2e^{x}+2e^{2x}-2e^{2x}}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$ و منه $f'(x)=\frac{-e^{2x}-1}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : $f'(x)=\frac{-e^{2x}-1}{\left(1+e^{x}\right)^{2}}$ سالبة على $\mathbb{R}$ إذن الدالة متناقصة على $\mathbb{R}$

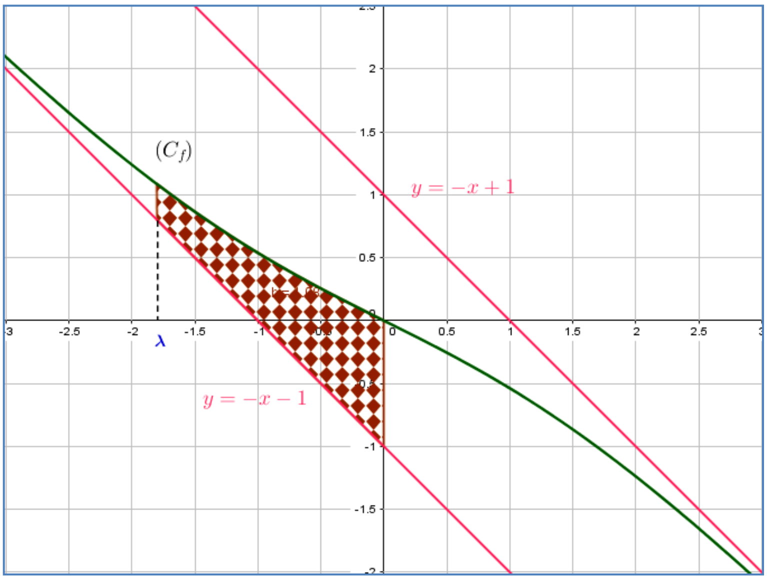
تشكيل جدول تغيراتها

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $+\infty$

4) حساب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x-1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2e^{x}}{1+e^{x}}\right)=0$ و منه $y=-x-1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ جهة $-\infty$ و بما أن الدالة فردية و منه فإن نظير هذا المستقيم المقارب بالنسبة للمبدأ هو مقارب جهة $+\infty$ أي $y=-x+1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ جهة $+\infty$

او بطريقة أخرى $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x-1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-f(-x)-(-x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-f(x)-(x-1)\right]=0$ و منه $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=0$ إذن $y=-x+1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $\left(C_f\right)$ جهة $+\infty$

5) رسم المنحنى $\left(C_f\right)$



6) تعبير عن المساحة $S(\lambda)$ بدلالة λ

$$S(\lambda)=\int_{\lambda}^{0}\left[f(x)-(-x-1)\right]dx=\int_{\lambda}^{0}\frac{2e^{x}}{1+e^{x}}dx$$

$$S(\lambda)=\left[2\ln\left(1+e^{x}\right)\right]_{\lambda}^{0}=2\ln\left[\frac{2}{1+e^{\lambda}}\right]$$

$$S(\lambda)=2\ln\left[\frac{2}{1+e^{\lambda}}\right]\ u.a$$

7) حساب $\lim_{x\to-\infty} S(\lambda)=2\lim_{\lambda\to-\infty}\ln\left[\frac{2}{1+e^{\lambda}}\right]=2\ln(2)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4 نقاط) :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n+4n-4$

1) المتتالية ليست حسابية لأن $u_{n+1}-u_n=2u_n+4n-4$ متعلقة بالعدد الطبيعي n و $\frac{u_{n+1}}{u_n}=3+\frac{4n-4}{u_n}$
متعلقة بالعدد الطبيعي n ليست هندسية .

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ $v_n=u_n+\alpha n+\beta$

تعين العددين الحقيقيين α و β لكي تكون المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول : لدينا $v_{n+1}=u_{n+1}+\alpha(n+1)+\beta$ أي ان $v_{n+1}=3u_n+4n-4+\alpha n+\alpha+\beta$ و منه $v_{n+1}=3\left[u_n+\frac{(\alpha+4)}{3}n+\frac{\alpha+\beta-4}{3}\right]$ تكون (v_n) متتالية هندسية يعني أن $\alpha=\frac{\alpha+4}{3}$ و $\beta=\frac{\alpha+\beta-4}{3}$ و منه $\alpha=2$ و $\beta=-1$ تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 و حدها الأول

$v_0=u_0+2(0)-1=1$

حساب في هذه الحالة بدلالة n المجموع S_n لدينا $v_n=u_n+2n-1$ و منه

$u_n=-2n+1+v_n$ و منه $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots u_n$ أي

$$S_n=[-2(0)+1+v_0]+[-2(1)+1+v_1]+[-2(2)+1+v_2]+..+[-2n+1+v_n]$$

$$S_n=[1-1-3-\ldots-2n+1]+[v_0+v_1+\ldots+v_n]=\frac{n+1}{2}(-2n+2)+\frac{1-3^{n+1}}{1-3}$$

$$S_n=(-n^2+1)-\frac{(1-3^{n+1})}{2}\ .$$

3) دراسة بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13 حسب قيم العدد الطبيعي n

$3^0\equiv1[13]$ و $3^1\equiv3[13]$ و $3^2\equiv9[13]$ و $3^3\equiv1[13]$ و منه بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 13 تشكل متتالية دورية و دورها 3 و منه

لما $n=3k$ باقي قسمة العدد 3^n على 13 هو 1

و لما $n=3k+1$ باقي قسمة العدد 3^n على 13 هو 3

و لما $n=3k+2$ باقي قسمة العدد 3^n على 13 هو 9 .

استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{2016} على 13 لدينا $S_{2016}=-2016^2+1-\frac{(1-3^{2017})}{2}$ ....(1)

و $2016 \equiv 1[13]$ و منه $2016^2 \equiv 1[13]$ أي $-2016^2 + 1 \equiv 0[13]$ .....(2)

و $2017 \equiv 1 + 3 \times 672$ و هو من الشكل $n = 3k + 1$ و منه $3^{2017} \equiv 3[13]$ و منه $1 - 3^{2017} \equiv -2[13]$

بما أن 2 و 13 أوليان فيما بينهما نجد $\frac{1-3^{2017}}{2} \equiv -1[13]$ ...... (3)

بالتعويض (3) و (2) في (1) نجد $S_{2016} \equiv 1[13]$ و هو المطلوب .

4) تعين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2014^{1435} + 2015^{1436} + 2016^{1437} + 2018^{1438}$ على 13

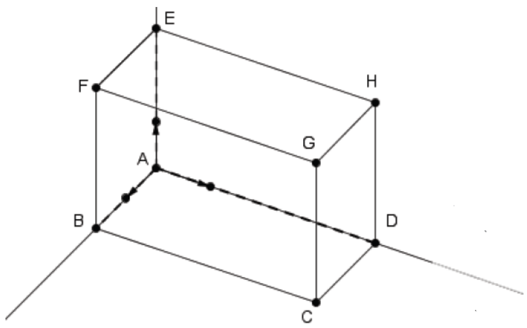
لدينا $2015 \equiv 0[13]$. و $2014 \equiv -1[13]$ و منه $2015^{1436} \equiv 0[13]$ و $2014^{1435} \equiv -1[13]$

و $2016 \equiv 1[13]$ و منه $2016^{1437} \equiv 1[13]$ و $2018 \equiv 3[13]$ و منه $2018^{1438} \equiv 3^{1438}[13]$ و

$1438 = 3 \times 479 + 1$ هو من الشكل $n = 3k + 1$ و منه $2018^{1438} \equiv 3[13]$ إذن $2018^{1438} \equiv 3[13]$ و

$2014^{1435} \equiv -1[13]$ و $2015^{1436} \equiv 0[13]$ و $2016^{1437} \equiv 1[13]$ بالجمع نجد

$2014^{1435} + 2015^{1436} + 2016^{1437} + 2018^{1438} \equiv 3[13]$ و منه الباقي هو 3 .



التمرين الثاني (4 نقاط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(A\,;\,\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,;\,\vec{k})$

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات

حيث $\overrightarrow{AE} = 3\,\vec{k}$ و $\overrightarrow{AD} = 4\,\vec{\jmath}$ و $\overrightarrow{AB} = 2\,\vec{\imath}$

1- التحقق أن $\overrightarrow{AG} = 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 3\,\vec{k}$ من الشكل نجد أن

$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$

بالتعويض نجد $\overrightarrow{AG} = 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 3\,\vec{k}$.

تعين إحداثيي الشعاعان $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AG} = -3\vec{k} + 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 3\,\vec{k} = 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}$ ومنه

$\overrightarrow{EG}(2\,;\,4;\,0)$ و $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} = -3\,\vec{k} + 2\vec{\imath} = 2\vec{\imath} - 3\,\vec{k}$. و منه $\overrightarrow{EB}(2\;\;;\;\;0\,;-3)$.

2- كتابة معادلة ديكارتية للمستوي (EBG) نفرض أن شعاعه الناظيمي $\vec{n}(a;b;c)$ يعني أن $\vec{n}.\overrightarrow{EB} = 0$ و

$\vec{n}.\overrightarrow{EG} = 0$ أي ان $\begin{cases} 2a - 3c = 0 \\ 2a + 4b = 0 \end{cases}$ أي أن $\begin{cases} c = \frac{2a}{3} \\ b = -\frac{a}{2} \end{cases}$ نضع $a = 6$ نجد $\begin{cases} c = 4 \\ b = -3 \end{cases}$ و منه معادلة

المستوي (EBG)من الشكل $6x - 3y + 4z + d = 0$ نعوض إحداثيات $B(2;0;0)$ نجد $d = -12$

و منه $6x - 3y + 4z - 12 = 0$ هي المعادلة المطلوبة .

3- ليكن λ عدد حقيقي يختلف عن 1 و $M(2\,\lambda\,;4\,\lambda;3\,\lambda)$ نقطة من الفضاء

التحقق ان M تنتمي إلى المستقيم (AG) باستثناء النقطة G لدينا $\overrightarrow{AG}(2;4;3)$ و

$\overrightarrow{AM}(2\,\lambda\,;4\,\lambda;3\,\lambda)$ و منه الشعاعان مرتبطان خطيا أي $\overrightarrow{AM} = \lambda\,\overrightarrow{AG}$ أي ان $M \in (AG)$ و

لدينا $\lambda \neq 1$ أي ان $\overrightarrow{AG} \neq \overrightarrow{AM}$ أي ان M لا يمكن أن تنطبق على G و منه M تنتمي إلى المستقيم

(AG) باستثناء النقطة G .

ا ثبات أن النقطة M لا تنتمي إلى المستوي (EBG) : نعوض الاحداثيات في المعادلة الديكارتية للمستوي نجد

$6(2\lambda)-3(4\lambda)+4(3\lambda)-12=0$ اي ان $12\lambda-12=0$ و منه $\lambda=1$ و هذا تناقض مع الفرض ($\lambda\neq 1$) إذن M لا تنتمي إلى المستوي (EBG) .

-4 ليكن V_{MEBG} حجم رباعي الوجوه $MEBG$

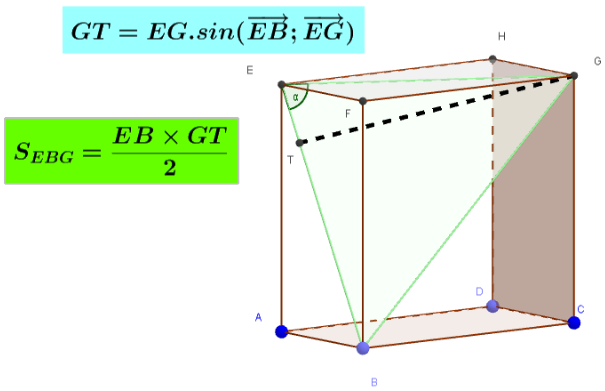
تعبير عن V_{MEBG} بدلالة λ لدينا $V_{MEBG}=\frac{S_{EBG}\times d(M;EBG)}{3}$

حيث $d(M;EBG)$ المسافة بين المستوي (EBG) و النقطة M و منه

$d(M;EBG)=\frac{|6(2\lambda)-3(4\lambda)+4(3\lambda)-12|}{\sqrt{36+9+16}}=\frac{|12\lambda-12|}{\sqrt{61}}$ .. و منه $d(M;EBG)=\frac{|12\lambda-12|}{\sqrt{61}}$.

S_{EBG} مساحة المثلث EBG

و منه $S_{EBG}=\frac{EB\times EG.\sin(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EG})}{2}$ لدينا $\overrightarrow{EB}.\overrightarrow{EG}=4$



و $EG=\sqrt{20}$; $EB=\sqrt{13}$ و منه

أي ان $EB\times EG=2\sqrt{65}$

أي ان $\cos(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EG})=\frac{\overrightarrow{EB}.\overrightarrow{EG}}{EB\times EG}$

و نعلم أن $\cos(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EG})=\frac{4}{2\sqrt{65}}=\frac{2}{\sqrt{65}}$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ و منه $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ علما ان

$0\leq\alpha\leq\frac{\pi}{2}$ و منه

$\sin(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EG})=\sqrt{1-\cos^2(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EG})}=\sqrt{1-\frac{4}{65}}=\sqrt{\frac{61}{65}}$ و منه $S_{EBG}=\frac{2\sqrt{65}.\sqrt{\frac{61}{65}}}{2}=\sqrt{61}$

$V_{MEBG}=\frac{\sqrt{61}\times\frac{|12\lambda-12|}{\sqrt{61}}}{3}=|4\lambda-4|$ و...... هو المطلوب

حساب حجم رباعي الوجوه $AEBG$: $V_{AEBG}=|4(0)-4|=4$

تعين قيمة العدد الحقيقي λ التي يكون فيها V_{MEBG} مساويا لحجم متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$.

حجم المتوازي المستطيلات هو $v=AB\times AE\times AD=2\times 3\times 4=24$ يكون $V_{MEBG}=v$

يعني أن $|4\lambda-4|=24$ يكافئ $\begin{cases}4\lambda-4=24\\ \text{او}\\ 4\lambda-4=-24\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\lambda=7\\ \text{او}\\ \lambda=-5\end{cases}$ و هو المطلوب

<u>التمرين الثالث (5 نقاط)</u>:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C; D ذات اللواحق على الترتيب $z_A=4-i$; $z_B=4+i$; $z_C=1+2i$; $z_D=-i$.

1) ليكن S التشابه الذي مركزه A و يحول B إلى D له عبارة مركبة من الشكل $z'=az+b$

كتابة عبارة التشابه S محددا عناصره المميزة $S(B)=D$ و $S(A)=A$ أي ان

$a=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\frac{-i-4+i}{4+i-4+i}=\frac{-4}{2i}=2i$ و $z_A=a\,z_A+b$ و منه $b=z_A-a\,z_A$ أي

$b=4-i-2i(4-i)=2-9i$ و منه العبارة المركبة هي $z'=2i\,z+2-9i$

2) كتابة العدد المركب $\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي :

$\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}=\frac{-i-1-2i}{4+i-1-2i}=\frac{-1-3i}{3-i}=\frac{(-1-3i)(3+i)}{10}=\frac{-10i}{10}=-i$ بما $\left|\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}\right|=1$ و

$\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}\right)=-\frac{\pi}{2}[2\pi]$ فإن $\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}=e^{-\frac{\pi}{2}i}$.

3) استنتاج طبيعة المثلث BCD لدينا $\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$ أي ان $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$ المثلث BCD قائم في C .

4) إثبات أن النقط $A\,;\,B\,;\,C\,;D$ تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

المثلث BCD قائم في C الدائرة المحيطة بهذا المثلث مركزها منتصف الوتر I ذو لاحقته

$z_0=\frac{z_B+z_D}{2}=2$ ونصف قطرها هو $\frac{BD}{2}=\sqrt{5}$ نحسب $IA=|4-i-2|=\sqrt{5}$ و منه A تنتمي كذالك

للدائرة المحيطة بالمثلث BCD و منه الدائرة ذات المركز I و نصف القطر $\sqrt{5}$ تشمل النقط $A\,;\,B\,;\,C\,;D$.

5) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث $|\,2iz+2-9i\,|=1$

التحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ) أي ان $|\,2iz_B+2-9i\,|=1$ يعني ان $|\,2i(4+i)+2-9i\,|=1$

بالحساب نجد $|\,-i\,|=1$ محققة .

تعين مجموعة النقط (Γ) و عناصرها المميزة $|\,2iz+2-9i\,|=1$ يكافئ $|\,2z-2i-9\,||i|=1$ أي ان

$\left|\,z-i-\frac{9}{2}\,\right|=1$ لتكن النقطة N ذات للاحقة $\frac{9}{2}+i$ و M لاحقتها z و منه $\left|\,z-i-\frac{9}{2}\,\right|=1$

يكافئ $MN=1$ مجموعة النقط هي الدائرة ذات المركز N و نصف القطر 1 .

<u>التمرين الرابع (7 نقاط) :</u>

نعتبر الدالة f المعرفة بـــ $\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln(x))+1 \ :\ x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

(C_f) منحنياها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$

1- دراسة إستمرارية و قابلية الاشتقاق الدالة f عند 0 :

لدينا $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{3}{2}x^2-x^2\ln(x)+1\right]=1$ لان $\lim\limits_{x\to 0}\left[-x^2\ln(x)\right]=0$ باستخدام التزايد المقارن.و منه f مستمرة عند 0 .

$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h)-1}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\left[\frac{3}{2}h-h\ln(h)\right]=0$ و منه f قابلة للاشتقاق عند 0 و عددها المشتق هو 0 عند 0 و تفسيرها بيانيا ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 0 موازي لحامل الفواصل .

2- حساب نهاية الدالة f عند $+\infty$: $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\frac{x^2}{2}\left[3-2\ln(x)\right]+1\right]=-\infty$

3- اثبات أن $f'(x)=2x(1-\ln(x))$ نحسب المشتقة $f(x)=\left[\frac{3}{2}x^2-x^2\ln(x)+1\right]$ و منه $f'(x)=\left[3x-2x\ln(x)-x\right]=\left[2x-2x\ln(x)\right]=2x\left[1-\ln(x)\right]$ و هو المطلوب .

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : إشارة المشتقة من إشارة $(1-\ln(x))$ ينعدم عند e يكون موجب $(1-\ln(x))\geq 0$ يكافئ أن $1-\ln(x)\geq 0$ أي ان $x\leq e$ و منه الدالة f متزايدة على المجال $[0\ ;\ e]$ و متناقصة على المجال $[e\ ;+\infty[$.

تشكيل جدول تغيراتها :

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	1	↗	$\frac{e^2}{2}+1$	↘	$-\infty$

4- كتابة المعادلة الديكارتية للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي $f'(1)=2(1-\ln(1))=2$ و $f(1)=\frac{5}{2}$ و منه $y=2(x-1)+\frac{5}{2}$ أي $y=2x+\frac{1}{2}$ هي معادلة(Δ) .

5- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\ ;+\infty[$ بــ $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

حساب $g'(x)=f'(x)-2=2\left[x(1-\ln(x))-1\right]$ و منه$g''(x)=f''(x)=2(1-\ln(x))-2=-2\ln(x)$

دراسة تغيرات الدالة g' المشتقة هي $g''(x)=-2\ln(x)$ و هي عكس إشارة $\ln(x)$ و منه متزايدة على المجال $]0\ ;1]$ و متناقصة على المجال $[1\ ;+\infty[$

جدول تغيراتها

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	-2	↗	0	↘	$-\infty$

و منه إشارة $g'(x)$ على المجال $]0\ ;+\infty[$. سالبة لان الدالةg' لها قيمة حدية كبرى هي 0

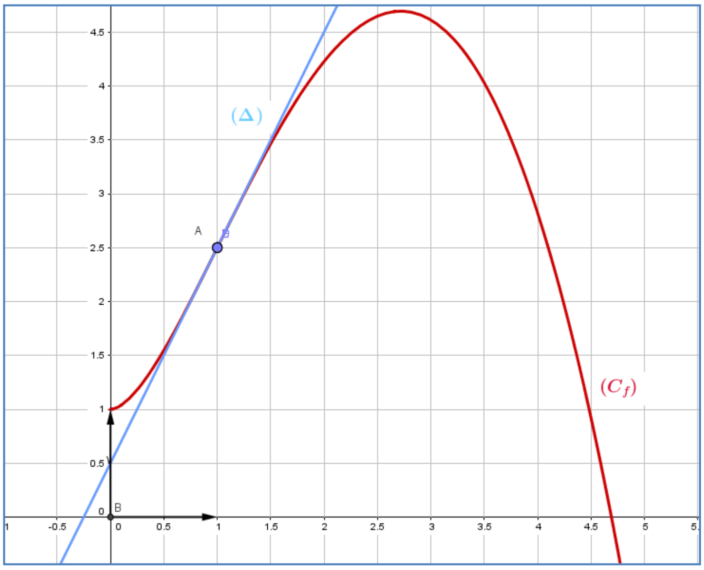
6- دراسة تغيرات الدالة g ثم أستنتج اشارة $g(x)$ بما أن $g'(x)$ سالبة على $]0;+\infty[$ فإن g متناقصة عى هذا المجال و $g(1)=f(1)-\frac{5}{2}=0$ و منه $g(x)$ إشارتها

x	0		1		$+\infty$
اشارة $g(x)$		+	0	–	

استنتاج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) و منه (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $[0;1]$ و (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $[0;+\infty[$.

7- إثبات أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $4{,}6<\alpha<4{,}7$ نحسب $f(4{,}6)=0{,}45$; $f(4{,}7)=-0{,}05$ بما انهما مختلفين في الاشارة الدالة مستمرة و متناقصة على المجال $[4{,}6\ ;\ 4{,}7]$ فحسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $4{,}6<\alpha<4{,}7$

أرسم (C_f) و (Δ) .



انتهى الموضوع الثاني