الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غرداية

ثـا - الشهيد حويشيتي محمد –الضاية-

السنة الدراسية: 2017/2016

الدورة: ماي 2017

المـادة: رياضيات

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات ونصف

الامتحان التجـريبي في مـادة الرياضيات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا

الموضوع الأول

تنبيه: الكتابة تكون باللونين الأسود والازرق فقط وبخط واضح

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $z_A=4+2i$ ، $z_B=3-i$

1) عين الطويلة والعمدة للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_B-z_O}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABO .

2) عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABO. ارسم (C) والمثلث ABO

3) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ) عين العبارة المركبة للتحويل النقطي R ثم استنتج طبيعته وعناصره المميزة.

ب) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R. استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

4) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z|=|z-4-2i|$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته: $-2x+y+z-6=0$ ، والمستوي (P_2) الذي معادلته: $x-2y+4z-9=0$.

1) أثبت أنّ: (P_1) و (P_1) متعامدان.

2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=2t-7 \\ y=3t-8 \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_1) .

3) اكتب المعادلة الديكارتية للمستقيم (D) .

4) لتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9,-4,-1)$

أ) اوجد احداثيات النقطة I المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

ب) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A والعمودي على المستقيم (D) .

ج) حل في $\mathbb{R}$ جملة المعادلات التالية: $\begin{cases} -2x+y+z-6=0 \\ x-2y+4z-9=0 \\ 2x+3y+z+31=0 \end{cases}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$ من اجل كل عدد طبيعي n ،

1) أ. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n \le n+3$

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ج. استنتج ان المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل؟ هل هي متقاربة؟

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=u_n-n$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ت) أحسب المجموع : $s_n=u_0+u_1+....+u_n$.

3) نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة بـ: $t_n=ln(v_n)$

أ) برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول.

ب) أحسب المجموع : $s'_n=t_0+t_1+....+t_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عيّن عدد حلول المعادلة : $g(x)=0$.

2) أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث : $2{,}87<\alpha<2{,}88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

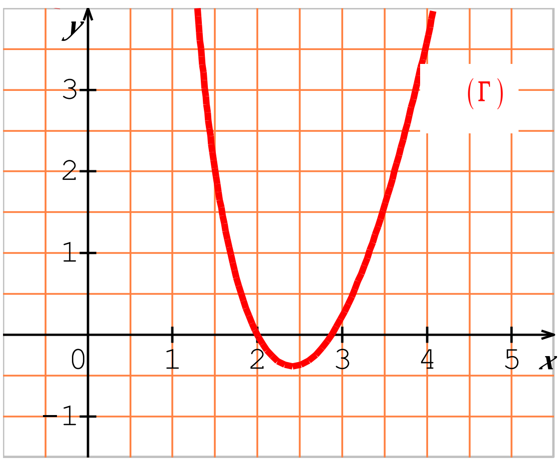
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha)=3{,}9$)

5) أحسب بدلالة α التكامل: $\int_2^5 f(x)\,dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيًا .



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 12 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 \end{cases}$.

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أنشئ (C) منحنى الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

ب- مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود $u_3;u_2;u_1;u_0$.

ج- ما هو تخمينك حول تقارب واتجاه تغير المتتالية (u_n)؟

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 < u_n \leq 12$.

ب-بين أن (u_n) متناقصة.

ج-هل (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 4$.

أ-اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب-اكتب عبارة u_n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x,y,z)$ حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$.

1) بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها .

2) نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة : $2x - 2y + z - 2 = 0$.

بيّن أنّ المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) في دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

3) نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة : $2mx + (1-2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي .

ا) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

بيّن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد قيمة m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S) .

ج) حدّد قيمة m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

تعطى النقط A ، B ، C ، D التي لواحقها $z_A = -2$ ، $z_B = 2$ ، $z_C = -1 + i$ ، $z_D = 1 - 3i$.

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $A,5$; $B,3$; $C,-6$.

2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z+1-i| = |z+2|$.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الآسي ، ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

4) ا) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الآسي.

ب) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

ج) إستنتج $|z_A - z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل f، ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB' .

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{-1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة 2cm

1) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = -1 - xe^x$

ادرس تغيرات الدالة g، شكل جدول تغيراتها، واستنتج إشارتها على $\mathbb{R}$.

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + (1-x)e^x$ و (C) تمثيلها البياني.

- ادرس تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ- حدد المستقيم المقارب للمنحنى (C) .

ب- عين معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- أثبت أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف عين إحداثييها.

د- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في $\mathbb{R}$، حيث $x_0 \in \left]\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$.

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C).

5) α عدد حقيقي سالب تماما.

* احسب بـ cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = -x$، $x = 0$ و $x = \alpha$.

* احسب $\lim_{\alpha \to -\infty} A(\alpha)$.

6) نعتبر الدالة g_λ ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g_\lambda(x) = -\lambda - xe^x$

حيث λ وسيط حقيقي.

أ- ادرس تغيرات الدالة g_λ.

ب- باستعمال جدول التغيرات، ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي λ وجود وعدد حلول المعادلة $g_\lambda(x) = 0$.

ت- استنتج إشارة $g_\lambda(x)$ على $\mathbb{R}$. حسب قيم الوسيط الحقيقي λ.