



## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي

امتحان البكالوريا التجريبية

الشعبة : علوم تجريبية

دورة ماي 2017

ثانويات : خوازم الطاهر - البياضة الجديدة - حاسي خليفة - داسي خليفة - غربي بشير - سيدي عون  
8 ماي - هواري بومدين - حنكة علي - محمد العيد آل خليفة - حساني عبد الكريم - شعباني عباس.

المدة : 3 ساعات و 30 دقيقة

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط :  $A(1,0,0)$  ،  $B(0,2,0)$  ،  $C(0,0,3)$

1 أ - تحقق ان النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا وان  $6x + 3y + 2z - 6 = 0$  معادلة ديكارتيه له

ب- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $O$  والعمودي على  $(ABC)$

ج- عين احداثيات  $H$  نقطة تقاطع المستوي  $(ABC)$  والمستقيم  $(\Delta)$

2 بين ان المثلث  $OAC$  قائم في  $O$  ثم احسب مساحته

3 تحقق ان المستقيم  $(OB)$  عمودي على كل من المستقيمين  $(OA)$  و  $(OC)$

4 بين ان حجم رباعي الوجوه  $OABC$  هو  $1uv$  ثم استنتج مساحة المثلث  $ABC$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $[0;1]$  بـ:  $f(x) = \frac{2x}{2x+1}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى

المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ،  $(d)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  (الشكل المقابل)

1 بين ان الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0;1]$

2 لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $U_0 = \frac{1}{5}$  ومن اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- انقل الشكل المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى

للمتتالية  $(u_n)$  على حامل محور الفواصل ( دون

حسابها ) موضحا خطوط الانشاء

ب- اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها

ج- برهن انه من اجل كل عد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n < \frac{1}{2}$

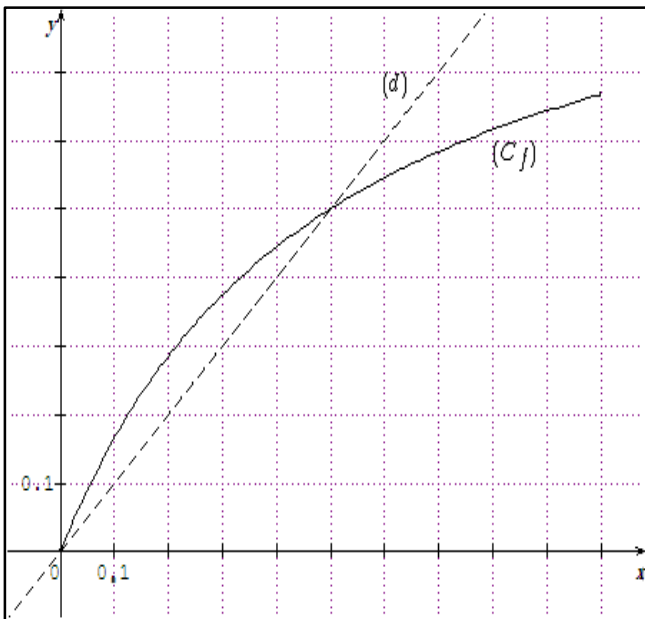
د- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$  ثم بين ان المتتالية  $(u_n)$  متزايدة

هـ- برر تقارب المتتالية  $(u_n)$

3 نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :

$$v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$$





أ- اثبت ان  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 6 يطلب تعيين حدها الأول

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

ج- استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = \frac{2^n}{3+2^{n+1}}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقها على الترتيب:

$$z_C = 2 \text{ و } z_B = \bar{z}_A \text{ ، } z_A = -1 + i\sqrt{3}$$

1) أ- علم النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$

ب- بين ان :  $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$  ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

ج- عين مركز ونصف قطر الدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $ABC$

2)  $(\Gamma)$  هي مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث :  $z = 2(-1 + e^{i\theta})$  و  $\theta \in \mathbb{R}$

أ- بين ان  $(\Gamma)$  هي دائرة مركزها النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $-2$  يطلب تحديد نصف قطرها

ب- تحقق ان النقطتين  $A$  و  $B$  تنتميان الى  $(\Gamma)$

3) عين زاوية الدوران الذي مركزه  $A$  ويحول الدائرة  $(\Gamma)$  الى الدائرة  $(C)$

4)  $S$  التشابه المباشر الذي مركزه النقطة  $O$  ، نسبته  $\sqrt{2}$  وزاويته  $-\frac{\pi}{4}$

أ- عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر  $S$

ب- بين ان لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه المباشر  $S$  هي :  $z_D = (\sqrt{3}-1) + i(\sqrt{3}+1)$

ج- اكتب كلا من  $z_D$  و  $z_A$  على الشكل الاسي ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من  $\cos \frac{5\pi}{12}$  و  $\sin \frac{5\pi}{12}$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I-** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x - (x^2 + 1)e^{-x+1}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و بين ان  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب- بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = 1 + (x-1)^2 e^{-x+1}$

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها

2) بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = x$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$  ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$

3) بين ان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,8 < \alpha < 1,9$

4) اكتب معادلة ديكارتيه للماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1

5) بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون :  $f''(x) = -(x-1)(x-3)e^{-x+1}$  ثم استنتج ان  $(C_f)$  يقبل

نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما

6) احسب  $f(0)$  ،  $f(3)$  ثم ارسم  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

7)  $m$  وسيط حقيقي ، ناقش بيانها حسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $(x^2 + 1)e^{-(x+m)+1} = 1$

**II-** أ- عين العددين الحقيقيين  $a$  ،  $b$  حتى تكون  $x \mapsto (-x^2 + ax + b)e^{-x+1}$  دالة اصلية للدالة  $x \mapsto (x^2 + 1)e^{-x+1}$

ب- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيمتان  $x = 2$  ،  $x = 3$  و  $y = 0$



## الموضوع الثاني

**التمرين لأول : ( 04 نقاط )**

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، اختر من بين الاقتراحات الموضوعة الأجوبة الصحيحة مع التعليل ؟

(1) (P) المستوي ذو المعادلة :  $2x + 3y + 4z - 2 = 0$  و  $A(-1;0;1)$  نقطة من الفضاء

أ- النقطة  $A$  تنتمي إلى المستوي (P)      ب- الشعاع  $\vec{n}\left(1; \frac{3}{2}; 2\right)$  ناظمي للمستوي (P)

ج- المسافة بين  $A$  و (P) تساوي  $\sqrt{3}$       د- المستوي (Q) ذو المعادلة  $-5x + 2y + z = 0$  يوازي (P)

(2) (P) المستوي ذي المعادلة  $2x + y - z = 0$  و  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $A(1;1;3)$  و  $\vec{u}(1;-4;-2)$  شعاع توجيه له

أ-  $(\Delta)$  يوازي (P)      ب-  $(\Delta)$  يعامد (P)

ج-  $(\Delta)$  يقطع (P)      د-  $(\Delta)$  له تمثيل وسيطي  $t \in \mathbb{R}; \begin{cases} x = t \\ y = 5 - 4t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

(3) (S) هي مجموعة النقط  $M$  التي تحقق  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 2 = 0$

أ- مجموعة (S) خالية      ب- (S) هي سطح كرة قطرها  $[AB]$  حيث

$A(0;1;-1)$  و  $B(-1;1;3)$

ج- (S) هي سطح كرة مركزها  $\Omega(1;0;2)$       د- (S) تمس المستوي  $(OCD)$  في النقطة  $C$  حيث

ونصف قطرها  $\sqrt{3}$  و  $C(0;-1;1)$  و  $D(1;-1;0)$

**التمرين الثاني : ( 04 نقاط )**

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  :  $(\bar{z} - 2 - i)(z^2 + 4z + 5) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  لتكن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  لواقعها على

الترتيب :  $z_A = 2 - i$  ،  $z_B = -2 - i$  و  $z_C = -2 + i$

أ- بين أن العدد  $(z_C - z_B)^{2017}$  تخيلي صرف

ب- اثبت أن  $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = \frac{1}{2}i$  ثم استنتج نوع المثلث  $ABC$

ج- عين النقطة  $D$  حتى يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي اضلاع ثم استنتج نوعه و احسب مساحته

د- حدد طبيعة التحويل النقطي  $f$  الذي مركزه  $B$  ويحول  $A$  إلى  $C$  مع ذكر عناصره المميزة

هـ- استنتج مساحة صورة الرباعي  $ABCD$  بالتحويل  $f$

(3) عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  بحيث :  $(z_B - z)(z_C - \bar{z}) = 4$



### التمرين الثالث : ( 05 نقاط )

$$\begin{cases} v_1 - v_3 = \frac{7}{16} \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64} \end{cases} : \text{بجيث } \mathbb{N} \text{ معرفة على } (v_n) \text{ متتالية هندسية موجبة تماما ومعرفة على } \mathbb{N} \text{ بحيث :}$$

$$(1) \text{ أ- اثبت ان } v_2 = \frac{3}{4} \text{ والاساس } q = \frac{3}{4}$$

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

$$(2) (u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة بـ } u_0 = -\frac{2}{3} \text{ ومن اجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$$

أ- احسب الحدود  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$

ب- برهن انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فان  $u_n > -2$

ج- ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج انها متقاربة

(3) المتتالية العددية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $w_n = u_n - v_n$

أ- اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $w_n = -2$

ب- استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهايتها

$$(4) \text{ احسب بدلالة } n \text{ المجموع } : S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$$

### التمرين الرابع : ( 07 نقاط )

الجزء الأول :  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $[-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 2x - 2\ln|x+1|$

(1) أ - ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على مجموعة تعريفها

ب- اثبت انه من اجل كل  $x$  من  $D$  فان  $g(x) \geq 0$

الجزء الثاني :  $f$  دالة معرفة على  $D$  بـ :  $f(x) = x + \frac{2\ln|x+1|}{x+1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهايات الدالة  $f$  عند اطراف مجموعة تعريفها

$$(2) \text{ أ - بين انه من أجل كل } x \text{ من } D \text{ يكون : } f'(x) = \frac{g(x)+3}{(x+1)^2}$$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $D$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ - بين ان المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مستقيم مقارب مائل لـ  $(C_f)$  ثم ادرس الوضعية النسبية لـ

$(C_f)$  مع  $(\Delta)$

ب- بين ان  $(C_f)$  يقبل مماسين  $(T)$  و  $(T')$  موازيان لـ  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة لكل منهما

(4) برهن ان النقطة  $\Omega(-1; -1)$  مركز تناظر لـ  $(C_f)$

(5) أنشئ  $(\Delta)$ ،  $(T)$ ، و  $(T')$  و  $(C_f)$

(6) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيمتان  $x=3$ ،  $x=2$ ، و  $y=x$