الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولايةام البواقي

امتحان سنة ثالثة للتعليم الثانوي — التحضير الجيد للبكالوريا2017

الشعبة: علوم تجريبية — ثـانوية : بوحازم عبد المجيد .عين لمْشة

اختبار في مادة: الرياضيـــــــات	المدة: 3 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (5 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(1,2,2\right)$ و $B\left(2,0,2\right)$ و $C\left(-2,3,7\right)$ و المستوي $\left(P\right)$ الذي يعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$

1- أ – بين أن النقط: A,B و C تعين مستويا .

ب- عين قيمة λ حتى يكون : $\vec{n}\left(2,\lambda,1\right)$ ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$ ثم أكتب معادلة ديكارتية لـه .

2- أ - عين معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P\right)$ ثم بين أن المستويين $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$ متعامدان

ب- عين تمثيل وسيطي لــ $\left(\Delta\right)$ مستقيم تقاطع المستويين $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$

3- أ / H نقطة تحقق العلاقة الشعاعية : $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CH}=0$

بين أن H مرجح الجملـة $\left\{\left(A,1\right),\left(B,a\right),\left(C,-1\right)\right\}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيين قيمته.

ب- أحسب المسافة بين النقط H و المستقيم $\left(\Delta\right)$.

4- لتكن $\left(p\right)$ مجموعة النقط $\left(M\right)$ من الفضاء التي تحقق : $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\vec{u}=0$ ($\left(\vec{u}\right)$ هو شاع توجيه المستقيم $\left(\Delta\right)$)

أ- بين أن $\left(p\right)$ هو مستو يطلب تعيين عناصره المميزة ثم شكل معادلة له .

ب- استنتج حلــول الجملـة التاليـة : $\begin{cases} 2x+y+z-6=0 \\ x+y-3z-1=0 \\ 4x-7y-z-30=0 \end{cases}$

التمرين الثاني (4ن) :

1- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$. $P\left(z\right)$ حيث : $P\left(z\right)=z+\dfrac{4}{z}$, حيث : z غير معدم .

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P\left(z\right)=-2$ ثم أكتب الحلين على الشكل الأسي .

2- بين أن : $z_1^{2016}+z_2^{2016}=2^{2017}$ حيث z_1 و z_2 حلي المعدلة $\left(1\right)$.

3- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$. النقط A,B و C لواحقها على الترتيب : $z_A=\lambda$, $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_B=-1-i\sqrt{3}$ مع λ عدد حقيقي موجب تماما .

أ- جد العدد الحقيقي λ بحيث يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع .

ب- بين أن $P\left(z\right)=\overline{P\left(z\right)}$ إذا وفقط إذا كان: $\left(z-\bar{z}\right)\left(z\bar{z}-4\right)=0$

ج- استنتج $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حتى يكون من أجلها$\left(z\right)P$ عدد حقيقي .

التمرين الثالث (4ن):

(u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_0=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n . $u_{n+1}=\dfrac{4u_n}{1+u_n}$

1- أ – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $0 \prec u_n \prec 3$

2- لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\dfrac{u_n-3}{u_n}$

أ - بين أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{4}$. ب- أكتب (v_n) ثم (u_n) بدلالة n . ج – أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

3- (w_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $w_n=\dfrac{3}{u_n}$. نضع : $S_n=w_0+w_1+...+w_n$

أ - أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $w_n=1-v_n$

ب -بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $S_n=n+1+\dfrac{8}{3}\left[1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$.

ت -ج – احسب نهاية $\dfrac{S_n}{n}$ لما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين الرابع (7ن):

الدالتان العدديتان f و g معرفتان على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x+1+\dfrac{1-\ln x}{x}$ و $g(x)=2x^2-2+\ln x$ و

(C_f) التمثيل البياني للدالة f

1- أ – أثبت أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$.

ب- أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2- أ – أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم أدرس وضعيته بالنسبة للمنحني (C_f) .

3- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- أنشئ كلا من (C_f) و (Δ) .

5- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}} f(x)-(2x+1)dx$

أ – أحسب U_n بدلالة n ثم استنتج طبيعة المتتالية (U_n) .

ب- لتكن A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و بالمستقيمين الذين معادلتيهما $x=1$, $x=e^2$

تحقق أن : $A=(u_0-u_1)ua$

6- نعتبر الدالة h المعرفة على $]0,+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=x^2(1+\ln x)-3x+2$

اثبت أنه لكل x من $]0,+\infty[$: فإن : $\dfrac{h(x)}{x}=f\left(\dfrac{1}{x}\right)-4$ ثم استنتج أن : $h(x)\geq 0$

ب- عين قيمة x حتى يكون $h(x)=0$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول : (4 ن)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط : $A(2;1;3)$, $B(-3,-1,7)$ $C(3;2;4)$

1- اثبت أن النقط A,B,C ليست على استقامية.

2- ليكن (d) المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطي : $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-7+2t\\ y=-3t\\ z=4+t\end{cases}$

أ- بين أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC)

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3- لتكن H النقطة المشتركة للمستقيم (d) و المستوي (ABC)

أ- بين أن النقطة H مرجح الجملة : $\{(A;-2);(B,-1);(c,2)\}$

ب- عين طبيعة المجموعة (Γ_1) للنقط M من الفضاء التي تحقق :0 $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$ محددا عناصرها

التمرين الثاني (4 ن) :

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$. النقط A,B و C لواحقها على الترتيب : $z_A=2$, $z_c=1+i$; $z_B=1-i$

1- أحسب $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2- ليكن R الدوران الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى C

أ – عين زاوية الدوران R ثم أكتب عبارته المركبة .

ب- عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R .

3- أ أوجد صورة (C) الدائرة التي قطرها $[BC]$ بالدوران R .

ب- عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $z=1+e^{i\theta}$ لما θ يمسح $\Re$

4- لتكن M نقطة من (C) لاحقتها z تختلف عن c , صورتها M' ذات اللاحقة z' بالدوران R

- عبر عن z' بدلالة θ

- بين أن : $\dfrac{z'-z_c}{z-z_c}$ عدد حقيقي , ثم فسر النتيجة هندسيا .

التمرين الثالث (5ن):

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2}U_n+n-1\end{cases}$

1- أحسب u_1,u_2 و u_3 , هل المتتالية (u_n) حسابية .؟ هندسية ؟

2 - نضع من أجل كل عدد طبيعي n , $v_n=u_n-2n+6$

أ - اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

ب- أكتب عبارة (v_n) بدلالة n ثم استنتج عبارة (u_n) بدلالة n.

ج- ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

د- أحسب بدلالة n المجموع (S_n) بحيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين الرابع (7ن):

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x - 1} \\ f(0) = 1 \end{cases}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1- أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2- اثبت أنه لكل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f(x) = x\left(1 + \dfrac{1}{e^x - 1}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

3- أحسب $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{e^x - 1}$ ثم اثبت أن f دالة مستمرة عند $x_0 = 0$.

4- لكل x من $\mathbb{R}$ نعرف الدالة g بالعبارة : $g(x) = e^x - x - 1$

أ – ادرس تغيرات الدالة g ثم بين أن : $e^x \geq x + 1$

ب- اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدم فإن : $f'(x) = \dfrac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}$

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f

5- ليكن x عدد حقيقي غير معدوم و $M(x, f(x))$ ، $M'(-x, f(-x))$ نقطتان من المنحنى (C) .

– تحقق أن : $f(-x) = \dfrac{x}{e^x - 1}$ ثم عين معامل توجيه المستقيم (MM') .

6- أنشىء المنحنى (C).

7- أ – اثبت انه لكل عدد حقيقي موجب تماما فإن : $x \leq f(x) \leq e^x$

ب- استنتج حصرا للتكامل I حيث : $I = \int_{1/2}^{\ln 2} f(x)dx$

ج- فسر هندسيا التكامل I .

انتهى الموضوع الثاني