الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية مديرية التربية لولاية جيـــــــــــــــــــــجل

اختبار (بكالوريا تجريبي) ثانوية زين محمد بن رابح –قاوس–

القســـم: 3 علوم تجريبية 2016 /2017

اختبار في مادة:الرياضيات المـــدة: 3 ساعات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.5 نقاط) نعتبر كثير الحدود $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$ حيث z متغير مركب .

1. حدد العددين الحقيقيين α و β بحيث لكل z من $\mathbb{C}$ يكون : $P(z)=(z+1)(z^2+\alpha z+\beta)$.
2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$.
3. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط A ، B ، C و G حيث

$z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

أ- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا.

ب- احسب الاطوال AB ، AC و BC . استنتج طبيعة المثلث ABC

4. أ-اكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ على الشكل الاسي ،استنتج ان A صورة G بتحويل نقطي يطلب تعيينه

بــاوجد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG

5. أ- بين ان النقطة G مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,2),(C,2)\}$

بــعين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CG}=-4$

6. بين ان العدد $\frac{iz-iz_B}{z-z_C}$ حقيقي موجب اذا وفقط اذا كان العدد $\frac{z-z_B}{z-z_C}$ تخيلي صرف سالب

-استنتج مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $\frac{iz-iz_B}{z-z_C}$ حقيقي موجب

التمرين الثاني: (3.5 نقاط) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=u_ne^{-u_n} \end{cases}$

1. أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

2. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\ln u_n$

أ) أثبت انه انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n=v_n-v_{n+1}$

ب) نضع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ –بين ان $S_n=v_0-v_{n+1}$ ثم احسب : $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث: (4.5 نقاط) في الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، $\left(P_1\right)$ المستوي المعرف

بالمعادلة : $-2x+y+z-6=0$ $\left(P_2\right)$ المستوي المعرف بالمعادلة $x-2y+4z-9=0$.

1) بين أن $\left(P_1\right)$و $\left(P_2\right)$ متعامدان ، ثم بين ان الجملة : $\boxed{\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \\ z=t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})}$ هي تمثيل وسيطي

لـ (Δ) تقاطع $\left(P_1\right)$و $\left(P_2\right)$

2) لتكن M نقطة من (Δ) و A النقطة ذات الاحداثيات $(-1;-4;-9)$

أ. تحقق ان النقطة $A\notin\left(P_1\right)$ و $A\notin\left(P_2\right)$

بـ. احسب المسافة AM^2 بدلالة t

جـ. نعرف الدالة f على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2t^2-2t+3$ - ادرس تغيرات الدالة f

د. عين احداثيات النقطة M_0 بحيث تكون المسافة AM_0 اصغرية.

3) ليكن المستوي (Q) العمودي على (Δ) والذي يشمل A .

- عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q)

-اثبت ان النقطة M_0 هي المسقط العمودي للنقطة A على (Δ) .

التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2+\left(\ln x\right)^2-\ln x$ $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي.

1) اثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f

2) اثبت ان المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\dfrac{1}{e}<x_0<1$ و $2<x_1<3$

3) حل في $]0;+\infty[$المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=x$ ثم ادرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ و $(\Delta):y=x$

4) اوجد النقطة من $\left(C_f\right)$ التي يكون عندها المماس (T) يوازي (Δ)،ثم اكتب معادلة له.

5) أنشئ (T) ، (Δ) و المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $]0;e^2]$

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\left(\ln x\right)^2-\ln x-m-2=0$.

III. نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $F(x)=x\left(\ln x\right)^2+3x\left(1-\ln x\right)$

– اثبت ان F هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\left(\ln x\right)^2-\ln x$ على $]0;+\infty[$

– احسب: $\int_1^e\left[\ln x-\left(\ln x\right)^2+2\right]dx$ ثم فسر النتيجة

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.50 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الاول $u_0=\frac{3}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n<2$
2. أ) تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)(2-u_n)}{-1+\sqrt{u_n-1}+u_n}$

ب)استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) بين ان المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-1)$

أ.اثبت ان المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول

ب.اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n

4. احسب بدلالة n الجداء : $P_n=(u_0-1)\times(u_1-1)\times...\times(u_n-1)$. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقطتين $A(-1;0;4)$ و $B(3;-4;2)$

والمستوي (P) الذي معادلته: $3x+4y+z-1=0$.

1) لتكن (Q)مجموعة النقط $M(x;y)$ من الفضاء المعرفة بالتمثيل الوسيطي: $(t,m)\in R^2$ $\begin{cases} x=-1-4t \\ y=2-t+2m \\ z=-2t-4m \end{cases}$

ـ تحقق أن: $x-2y-z+5=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q).

2) أ ـ بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان و ليكن (Δ)مستقيم تقاطعهما.

ب ـ تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم أثبت أن الشعاع $\vec{u}(1;-2;5)$ شعاع توجيه له.

ج ـ استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $(3x+4y+z-1)^2+(x-2y-z+5)^2=0$

حدد طبيعة المجموعة (Γ) مع ذكر عناصرها المميزة .

التمرين الثالث: (4 نقاط)

1.حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-\sqrt{3}-i$

أ) عين z_D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي اضلاع

ب) اكتب على الشكل الاسي : z_A ، z_B ، z_C

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي

3) ليكن S التحويل النقطي ذي يرفق كل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)z-\sqrt{3}+3i$

أ) عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة .

ب) بين ان (E) مجموعة النقط $M(z)$: $\left(z-2e^{\frac{\pi}{6}i}\right)\left(\bar{z}-2e^{-\frac{\pi}{6}i}\right)=z_A.z_B$ هي دائرة يطلب تعيين عناصره المميزة

جـ) عين صورة المجموعة (E) بالتشابه S

<u>التمرين الرابع:</u> (07.50 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x)=4xe^{2x}+1$

و جدول تغيراتها المقابل .

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	1	$(-2/e)+1$	$+\infty$

ـ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+(2x-1)e^{2x}$

ليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس. (وحدة الطول 2cm)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f).

2) أ ـ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب ـ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ج ـ بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0,40<\alpha<0,41$.

د ـ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) انشئ المستقيم (d) والمماس (T) والمنحنى (C_f).

4) m وسيط حقيقي و h_m الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h_m(x)=(x-1)e^{2x}-mx$

أ ـ برهن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $h'_m(x)=f(x)-(x+m)$.

ب ـ ناقش، بيانيا حسب قيم الوسيط m ، عدد القيم الحديّة للدالة h_m.

5) نعرف الدالة $k(x)=f(x+1)+1$ على $\mathbb{R}$ ، اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

بالتوفيق في شهادة البكالوريا