اختبار مادة الرياضيات

المدة: 3 سا و نصف .

التمرين الأول (04):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

لتكن النقط : $A(1;-1;0)$ ، $B(2;1;5)$ و $C(-1;1;2)$.

1. بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا ، ثم عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)؛
2. أوجد معادلة ديكارتية للمستوي (P) العمودي على المستقيم (AC) في النقطة C؛
3. أوجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P)، ثم استنتج في $\mathbb{R}^3$ حلا للجملة التالية: $\begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ x-y-z+4=0 \\ -2x+y+3z-1=0 \end{cases}$؛
4. أوجد بعد النقطة $E(1;1;1)$ عن المستويين (ABC) و (P) ثم استنتج بعدها عن المستقيم (Δ).

التمرين الثاني (04) :

(P) مستوي مركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

المطلوب: في كل الحالة مما يلي حدد الإجابة الصحيحة الوحيدة مع التبرير.

1. التحويل النقطي f_1 المعرّف في (P) بالعبارة : $z'=-3iz-3+i$ هو:

تحاكي نسبته (-3) ومركزه $\Omega(0;1)$	تشابه مباشر نسبته (-3) ومركزه $\Omega(0;1)$ وزاويته $\left(+\frac{\pi}{2}\right)$	تشابه مباشر نسبته 3 ومركزه $\Omega(0;1)$ وزاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

2. التحويل النقطي f_2 المعرّف في (P) بالعبارة: $z'=\frac{\sqrt{27}-9i}{-\sqrt{12}+6i}z-5$ هو:

تشابه مباشر زاويته $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ ونسبته $\left(\frac{3}{2}\right)$ ومركزه $\Omega(0;5)$	دوران زاويته $(-\pi)$ ومركزه النقطة $\Omega(2;0)$	تحاكي نسبته $\left(-\frac{3}{2}\right)$ ومركزه $\Omega(-2;0)$.

3. التحويل النقطي f_3 الذي يحول النقطة $A(i)$ إلى النقطة $B\left(-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ويحول النقطة $C\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+i\frac{1}{4}\right)$ إلى النقطة O له عبارة مركبة من الشكل:

$z'=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right)z+\frac{1}{2}$	$z'=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right)z-\frac{1}{2}$	$z'=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}\right)z+\frac{1}{2}$

4. التحويل النقطي f_4 الذي مركزه النقطة O ويحول النقطة $D(3-i\sqrt{3})$ إلى $E(6+i2\sqrt{3})$ له عبارة مركبة من الشكل:

$z'=1+i\sqrt{3}z$	$z'=(1-i\sqrt{3})z$	$z'=2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

التمرين الثاني (05) :

1. عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 2^n على 7؛
2. حلل العدد 2016 إلى جداء عوامل أولية ، ثم استنتج باقي قسمة العدد $2018^{2016}+2016^{2017}$ على 7؛
3. نعتبر (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدودها موجبة و الحد الأول u_0 بحيث: $\begin{cases}u_2+u_3=12\\ u_2\times u_3=32\end{cases}$

I. احسب كلا من u_2 و u_3 ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n؛

II. اوجد باقي قسمة العدد $u_{n+1}-u_n$ على 7 من اجل $n=2017$؛

III. اثبت ان : $PGCD(u_{n+1};u_n)=2^n$ من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، ثم استنتج بطريقة أخرى قيمتي كلا من u_2 و u_3 .

التمرين الرابع(7 ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=2-x\left(1+e^{x^2-1}\right)$

يرمز بـ(C_f) للمنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب النهايتين $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ؛
2. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(-x)+f(x)=4$ ؛
3. استنتج أن(C_f)يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه؛
4. أثبت أن f متناقصة تماما على $\Re$ ، ثم شكل جدول تغيراتها؛
5. احسب: $f(0), f(1), f(2)$ ثم ارسم (C_f)؛
6. نعرّف على $\Re$ الدالة g بـ: $g(x)=2+x\left(1+e^{x^2-1}\right)$ ، حيث (C_g) منحنى g في المستوي السابق. جد العلاقة الهندسية بين (C_g) و(C_f)؛
7. استنتج مركز تناظر لـ (C_g) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.