الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تمنراســت | السنة الدراسية 2016-2017

المقاطعة التفتيشية رقم 30- عين صالح | **المستوي والشعبة: 3 علــوم تجريبية**

الحل المفصل لاختبار الفصل الثاني: مادة الرياضيات

حل التمرين الأول (05): لتكن النقط : $A(1;-1;0)$ ، $B(2;1;5)$ و $C(-1;1;2)$.

1- بيان أن النقط A ، B و C تعين مستويا :

نبين ان الشعاعين : $\overrightarrow{AB}(1;2;5)$ و $\overrightarrow{AC}(-2;2;2)$ غير مرتبطين خطيا

2- تعيين معادلة ديكارتية للمستوي(ABC):

ليكن $\vec{\eta}(a;b;c)$ شعاع ناظمي لـ (ABC) لدينا : $\overrightarrow{AB}.\vec{\eta}=0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{\eta}=0$

ومن انتماء احدى النقط A ، B وC

للمستوي (ABC) **نجد المعادلة**: $x+2y-z+1=0$

3- ايجاد معادلة ديكارتية للمستوي (P) العمودي على المستقيم (AC) في النقطة C:

لدينا الشعاع $\overrightarrow{AC}(-2;2;2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) و (P) يشمل النقطة C

نجد المعادلة : $-x+y+z-4=0$

4-أيجاد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P): $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=3+t \end{cases} ; \quad t\in\mathbb{R}$

- استنتاج في $\mathbb{R}^3$ حلا للجملة التالية: $\begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ x-y-z+4=0 \\ -2x+y+3z-1=0 \end{cases}$

لدينا المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان في المستقيم (Δ). بالتالي حل الجملة هو تقاطع المستقيم (Δ)

والمستوي ذو المعادلة : $-2x+y+3z-1=0$. نجد الحل هو الثلاثية: $(-6;1;-9)$

- أيجاد بعد النقطة $E(1;1;1)$ عن المستويين (ABC) و (P) لدينا :

$$d(E;(p))=\frac{|-x_E+y_E+z_E-4|}{\sqrt{(-1)^2+(1)^2+(1)^2}}=\sqrt{3} \quad \text{و بنفس الطريقة نجد :} \quad d(E;(ABC))=\frac{3}{\sqrt{6}}$$

1- استنتاج بعدها عن المستقيم (Δ):

لدينا المستوي (p) عمودي على(ABC) وحسب فيثاغورث نجد:

$d^2(E;(\Delta)) = d^2(E;(p)) + d^2(E;(p))$ فنجد : $d(E;(\Delta)) = \frac{3}{\sqrt{2}}$

حل التمرين الثاني (04) :

تحديد الإجابة الصحيحة الوحيدة مع التبرير.

1- التحويل النقطي f_1 المعرّف بالعبارة : $z' = -3iz - 3 + i$ هو: تشابه مباشر 3
ومركزه $\Omega(0;1)$ وزاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

التبرير : عبارة f_1 من الشكل : $z' = az + b$ حيث: $a = -3i$ و $b = -3 + i$

نسبة التشابه هي : $|a| = |-3i|$. وزاويته: $arg(a) = -\frac{\pi}{2}$

ومركزه Ω صورة العدد المركب $z_\Omega\ \frac{b}{1-a}$=i

الصفحة 3/1

2- التحويل النقطي f_2المعرّف في (P)بالعبارة: $z' = \frac{\sqrt{27}-9i}{-\sqrt{12}+6i} z - 5$

هو: تحاكي نسبته $\left(-\frac{3}{2}\right)$ ومركزه $\Omega(-2;0)$.

التبرير : عبارة f_2 من الشكل : $z' = az + b$ حيث: $a = \frac{\sqrt{27}-9i}{-\sqrt{12}+6i}$ و $b = -5$

لدينا: $a = -\frac{3}{2}$ بعد التبسيط والاختزال وهي نسبة التحاكي ومركزه Ω صورة العدد المركب= z_Ω $\frac{b}{1-a}$=-2

3-التحويل النقطي f_3 الذي يحول النقطة $A(i)$ إلى النقطة $B\left(-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ويحول النقطة $C\left(\frac{\sqrt{3}}{4} + i\frac{1}{4}\right)$ إلى النقطة O .

له عبارة مركبة من الشكل : $z' = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)z + \frac{1}{2}$

التبرير : عبارة f_3 من الشكل : $z' = az + b$ حيث: a و b عددان مركبان و $a \neq 0$

نعين العددين a و b بحل الجملة : $\begin{cases} -\frac{i\sqrt{3}}{2} = a(i) + b \\ 0 = a\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}\right) + b \end{cases}$ نجد ان: $a = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$ و $b = \frac{1}{2}$

4- التحويل النقطي f_4 الذي مركزه النقطة O ويحول النقطة $D(3 - i\sqrt{3})$ إلى $E(6 + i2\sqrt{3})$

له عبارة مركبة من الشكل: $z' = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

التبرير : عبارة f_4 من الشكل : $z' = az$ حيث: $a = \frac{z_E}{z_D} = \frac{6+i2\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}$
$= 1 + i\sqrt{3}$

حل التمرين الثالث(4 ن):

I- (u_n) معرّفة بـ $u_0 = 0$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + e^{-u_n}$

1- البرهان أنه إذا كانت (u_n) متقاربة نحو λ فإن λ يحقق : $\lambda = \lambda + e^{-\lambda}$

لدينا : إذا كانت (u_n) متقاربة نحو λ فإن λ: $\lim_{x\to+\infty} u_{n+1} = \lambda$ و $\lim_{x\to+\infty} (u_n + e^{-u_n}) = \lambda + e^{-\lambda}$

منه: λ يحقق : $\lambda = \lambda + e^{-\lambda}$

التفسير : لدينا $\lambda = \lambda + e^{-\lambda}$ معناه ان $e^{-\lambda} = 0$ وهذا لايتحقق إلا اذا كان λ هو$(+\infty)$

بالتالي المتتالية (u_n) متباعدة نحو$(+\infty)$ و $\lim_{x\to+\infty} u_n = +\infty$

2- بيان أن (u_n) متتالية متزايدة تمامًا:

من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} - u_n = e^{-u_n} > 0$

- المتتالية (u_n) ليست محدودة من الاعلى لانها متباعدة نحو $(+\infty)$

II - (v_n) المعرفّة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$

1- اثبات ان (v_n) متقاربة نحو 0:

لدينا من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = e^{-u_n}$

منه : لان : $\lim_{x\to+\infty} u_n = +\infty$

2- برهان ان (v_n) متناقصة تماما:

نبين انه من اجل كل عدد طبيعي n بـ :

$v_{n+1} - v_n = e^{-u_{n+1}} - e^{-u_n} < 0$ باستعمال I-2 و خواص الدالة الآسية

حل التمرين الرابع (7ن): f المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x) = 2 - x\left(1 + e^{x^2-1}\right)$

1- حساب النهايتين: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2- التحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x فإن $f(-x) + f(x) = 4$:

لدينا: $f(-x) + f(x) = 2 + x\left(1 + e^{x^2-1}\right) + 2 - x\left(1 + e^{x^2-1}\right) = 4$

3- استنتاج أن (C_f) يقبل مركز :

لدينا من اجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=4$: $f(2\times 0-x)=2\times 2-f(x)$

منه النقطة $w(0,2)$ مركز تناظر لـ(C_f)

4- اثبات أن f متناقصة تماما على $\Re$: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\Re$ ولدينا: $f'(x)=-2-(2x^2+1)e^{x^2-1}$

- تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

5- الحساب: $f(2)=-2e^{-3}$; $f(1)=0$; $f(0)=2$

6- الدالة معرّفة على $\Re$ بـ: $g(x)=2+x\left(1+e^{x^2-1}\right)$

- ايجاد العلاقة الهندسية بين (C_g) و (C_f):

لدينا : $g(x)=f(-x)$ بالتالي : $g(x)+f(x)=4$

منه: المنحنيين (C_g) و (C_f) متناظران بالنسبة للنقطة $w(0,2)$

و متناظران بالنسبة لمحور التراتيب

7- استنتاج مركز تناظر للمنحنى (C_g) : لدينا $g(x)+f(x)=4$

منه : $g(x)+g(-x)=4$

نستنتج ان النقطة $w(0,2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_g)

الرسم :