سلسلة تمارين رقم 12 الدوال الأسية واللوغاريتمية السنة الدراسية : 2016 /2017

☜ التمرين الأول :

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x)=x+1+e^{-x}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة ب $f(x)=\ln(x+1+e^{-x})$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$.

2) ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=-x+\ln(xe^{x}+e^{x}+1)$

ثم أستنتج ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعين معادلته

أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln(x)\right]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنين (C_f) و$(C_{\ln})$ ؟

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المنحني $(C_{\ln})$.

5) أكتب معادلة معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$عند النقطة ذات الفاصلة -2 .

6) أرسم (Δ) و (T) و المنحنين $(C_{\ln})$ و (C_f) في نفس المعلم .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(E): f(x)=-x+m$.

☜ التمرين الثاني :

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{x}+x+1$

1- أدرس تغيرات الدالة g.

2- بين انّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3<\alpha<-1.2$

3- إستنتج إشارة $g(x)=0$ حسب قيم x.

II. لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-x+1+\dfrac{x}{e^{x}+1}$

$(\mathcal{C}_f)$ التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ) بين أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{-e^{x}\times g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$.

د) بين أنَ $f(\alpha)=-\alpha$ ثم إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

هـ) إستنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2- أ) أثبت أن المنحني $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y=-x+1$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة الى (Δ).

3- أ)عين معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني $(\mathscr{C}_f)$عند النقطة $A(0;1)$.

ب) بين أنَ $f(-\alpha)=0$ ثمَ أرسم (Δ)، (T)و $(\mathscr{C}_f)$.

4- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي xالتالية :

$(E): f(x)=mx+1$.

☜ التمرين الثالث :

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2-x)e^x-2$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $1.59<\alpha<1.60$

3) استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجموعة $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x-1}$ إذا كان $x\neq 0$ و $f(0)=0$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) برهن أن $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{e^x-1}=1$. هل الدالة f مستمرة عند القيمة $x_0=0$ ؟

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

3) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x)=\dfrac{x\times g(x)}{(e^x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) أ) بين أن $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

6) ليكن (Γ) المنحني الممثل للدالة العددية Kالمعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $K(x)=-x^2$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-K(x))$ ثم استنتج أن المنحني (Γ) منحني مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب)أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Γ) على المجال $]-\infty;0]$.

ج) أرسم (Γ) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E): x^2-me^x+m=0$$