

تمرين 01 :

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{x - 2} \right)$ (3)	$\lim_{x \rightarrow 0} (-x^2 + 2x + 3)$ (2)	$\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3)$ (1)
$\lim_{x \rightarrow \pi} x \cos(x - \pi)$ (6)	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2x + 1) \sin x$ (5)	$\lim_{x \rightarrow 4} (x + 2) \sqrt{x}$ (4)

تمرين 02 :

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2}$ (3)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 5x + 6}$ (2)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ (1)
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x + 2x}{x^2 - x }$ (6)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{\sqrt{x} - 1}$ (5)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x}$ (4)
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} (1 + \sqrt{x})$ (9)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{\frac{x + 2}{x^2 - 3}}$ (8)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x}{x + 1} - x$ (7)
$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 2} - \sqrt{x})$ (12)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x}{(x + 2)^2}$ (11)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 3}}{x + 2}$ (10)
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x^2 + 1)$ (15)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{1 + x^2}}$ (14)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sqrt{x}}{1 + x^2}$ (13)

تمرين 03 :

نعبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x - 2}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.
- عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$.
- بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) يطلب تعيينهما.
- أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم ذي المعادلة $y = -x + 1$.

تمرين 04 :

نعبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2 + 1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.
- عين الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$.
- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
- أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

تمرين 05

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- (1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .
- (2) عين الأعداد الحقيقية a, b, c و d بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$ ، $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x-1)^2}$
- (3) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
- (4) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

تمرين 06

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-5; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$

- (1) أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow -5} f[f(x)]$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f[f(x)]$
- (2) عين عبارة $f[f(x)]$ ثم أحسب النهايتين السابقتين .

تمرين 07

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x^2 - x$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) نضع : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ المعرفة على \mathbb{R}^*

- (أ) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .
- (ب) عين عبارة الدالة g ثم أحسب النهايات السابقة .

تمرين 08

(2) باستعمال نهاية مركب دالتين احسب ما يلي :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{9x^2 - x + 3} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x-1}{2x-4}} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{-x+1}{x^2+1}} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{\frac{x+3}{x-5}} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x + 1}{2x}\right) \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\pi x + 1}{x + 2}\right) \quad (7)$$

تمرين 09

(I) نعتبر الدالة f المعرفة من أجل كل عدد حقيقي $x > 1$ بـ : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}}$

(1) بين أنه إذا كان $x > 1$ فإن : $\frac{1}{\sqrt{x+1}} > \frac{1}{\sqrt{2x}}$

(2) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(II) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $-2 \leq \cos x + \sin x \leq 2$

(ب) ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x + \sin x}{x^2}$

✿ من أجل التحضير ☹️ الجيد ☺️ للبكالوريا 2017 ✿

(III) نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{x(1+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{x-\sqrt{x^2+1}} < -2x$

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f(x) \leq -4x^2$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

📖 **تمرين 10 :**

(1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا ، $1 \leq 2 - \cos x \leq 3$ و $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{2 - \cos x} \leq 1$

(2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{x}{2 - \cos x}$

أ) أدرس نهاية الدالة f عند $-\infty$.

ب) أدرس نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(3) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $g(x) = \frac{2 - \cos x}{x}$

أ) أدرس نهاية الدالة g عند 0 من اليسار .

ب) أدرس نهاية الدالة g عند 0 من اليمين .

📖 **11 :**

✍️ f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = (x-1)^2 + 2$

(1) أدرس نهاية الدالة f عند القيمة 2 .

(2) في أي مجال يمكن اختيار x بحيث يكون :

أ) $f(x) \in [2.9; 3.1]$

ب) $f(x) \in [2.99; 3.01]$

(3) r عدد حقيقي حيث $0 < r < 1$.

أ) في أي مجال يمكن اختيار x بحيث يكون : $f(x) \in [3-r; 3+r]$

ب) يمكن اختيار العدد الحقيقي r أصغر ما يمكن قدر ما نريد ، ماذا نستنتج ؟

✿ بالتوفيق ☺️ والنجاح ☺️ BAC2017 ✿

